WARBURG INSTITUTE
FAH 320

BIBLIOTHECA
SCRIPTORVM GRAECORVM ET ROMANORVM
TEVBNERIANA

PTOLEMÄUS
HANDBUCH DER ASTRONOMIE

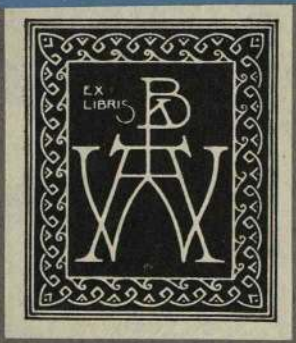
II

ÜBERSETZT UND ERKLÄRT VON

K. MANITIUS

LIPSIAE
IN AEDIBVS B.G. TEVBNERI

UNIVERSITY OF LONDON
WARBURG INSTITUTE



Fak
320

12/977

f a k 320

DES CLAUDIUS PTOLEMÄUS HANDBUCH DER ASTRONOMIE

ZWEITER BAND

AUS DEM GRIECHISCHEN ÜBERSETZT UND MIT ERKLÄRENDEN ANMERKUNGEN VERSEHEN

VON

KARL MANITIUS

DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER LEIPZIG 1913

UNIVERSITY OF LONDON
WARBURG INSTITUTE

Inhaltsverzeichnis des zweiten Bandes.

Siebentes Buch.

Seite

Erstes Kapitel Nachweis, daß die Fixsterne ewig dieselbe Lage zueinander beibehalten 3
Zweites Kapitel. Nachweis, daß die Fixsternsphäre eine in der Richtung der Ekliptikzeichen vor sich gehende Bewegung hat 12
Drittes Kapitel. Nachweis, daß die in der Richtung der Zeichen vor sich gehende Bewegung der Fixsternsphäre sich um die Pole der Ekliptik vollzieht 16
Viertes Kapitel. Einrichtung des Fixsternkatalogs . . 29
Fünftes Kapitel. Sternbestand der nördlichen Halbkugel 32

Achtes Buch.

Erstes Kapitel. Sternbestand der südlichen Halbkugel . 49
Zweites Kapitel. Die Lage der Milchstraße 64
Drittes Kapitel. Anfertigung eines Himmelsglobus . . 72
Viertes Kapitel. Die besonderen Stellungen, in welche die Fixsterne gelangen 77
Fünftes Kapitel Mitaufgänge, Mitkulminationen und Mituntergänge der Fixsterne 83
Sechstes Kapitel Heliakische Auf- und Untergänge der Fixsterne 87

Neuntes Buch.

Erstes Kapitel. Die Reihenfolge der Sphären der Sonne, des Mondes und der fünf Wandelsterne 92
Zweites Kapitel. Schwierigkeiten des Vorhabens, eine Theorie der Planeten aufzustellen 94
Drittes Kapitel. Die periodischen Wiederkehren der fünf Wandelsterne 99
Viertes Kapitel. Tafeln der mittleren Bewegungen der fünf Planeten in Länge und Anomalie 103
Fünftes Kapitel. Vorbemerkungen zu den Hypothesen der fünf Wandelsterne 119

Seite

Sechstes Kapitel. Art und Unterschied der Hypothesen. 122
Siebentes Kapitel. Nachweis des Apogeums des Merkur und der Weiterbewegung desselben 130
Achtes Kapitel. Nachweis daß der Merkur während eines Kreislaufs zweimal in die größte Erdnähe gelangt . . 136
Neuntes Kapitel. Das Verhältnis der Exzentrizität und die zahlenmäßige Größe des Epizykels des Merkur . . 140
Zehntes Kapitel. Korrektion der periodischen Bewegungen des Merkur 146
Elftes Kapitel. Epoche der periodischen Bewegungen des Merkur 155

Zehntes Buch.

Erstes Kapitel. Nachweis des Apogeums der Venus . . 156
Zweites Kapitel. Zahlenmäßige Größe des Epizykels der Venus 158
Drittes Kapitel. Das Verhältnis der Exzentrizität der Venus 161
Viertes Kapitel. Korrektion der periodischen Bewegungen der Venus 164
Fünftes Kapitel. Epoche der periodischen Bewegungen der Venus 171
Sechstes Kapitel. Vorbemerkungen zu den Nachweisen für die übrigen Planeten 172
Siebentes Kapitel. Nachweis der Exzentrizität des Mars und seines Apogeums 176
Achtes Kapitel. Nachweis der zahlenmäßigen Größe des Epizykels des Mars 195
Neuntes Kapitel. Korrektion der periodischen Bewegungen des Mars 199
Zehntes Kapitel. Epoche der periodischen Bewegungen des Mars 203

Elftes Buch.

Erstes Kapitel. Nachweis der Exzentrizität und des Apogeums des Jupiter 204
Zweites Kapitel Nachweis der zahlenmäßigen Größe des Epizykels des Jupiter 220
Drittes Kapitel. Korrektion der periodischen Bewegungen des Jupiter 223
Viertes Kapitel. Epoche der periodischen Bewegungen des Jupiter 227
Fünftes Kapitel. Nachweis der Exzentrizität und des Apogeums des Saturn 228

Seite

Sechstes Kapitel. Nachweis der zahlenmäßigen Größe des Epizykels des Saturn 243
Siebentes Kapitel. Korrektion der periodischen Bewegungen des Saturn 247
Achtes Kapitel. Epoche der periodischen Bewegungen des Saturn 251
Neuntes Kapitel. Gewinnung der genauen Örter aus den periodischen Bewegungen auf dem Wege geometrischer Konstruktion 252
Zehntes Kapitel. Praktische Anleitung zur Aufstellung von Tabellen der Anomalien 253
Elftes Kapitel. Die Tabellen zur Berechnung der genauen Länge der fünf Planeten 260
Zwölftes Kapitel Berechnung der Länge der fünf Planeten nach den Tabellen 260

Zwölftes Buch.

Erstes Kapitel. Vorbemerkungen zur Rückläufigkeit . . 267
Zweites Kapitel. Nachweis der Rückläufigkeitsstrecken des Saturn 278
Drittes Kapitel. Nachweis der Rückläufigkeitsstrecken des Jupiter 285
Viertes Kapitel. Nachweis der Rückläufigkeitsstrecken des Mars 289
Fünftes Kapitel. Nachweis der Rückläufigkeitsstrecken der Venus 293
Sechstes Kapitel. Nachweis der Rückläufigkeitsstrecken des Merkur 297
Siebentes Kapitel. Praktische Anleitung zur Aufstellung einer Tabelle für die Stillstände 303
Achtes Kapitel. Zahlen der genauberechneten Anomalie 312
Neuntes Kapitel. Nachweis der größten Elongationen der Venus und des Merkur 312
Zehntes Kapitel. Größte Elongationen von der genauen Sonne (Tabelle) 324

Dreizehntes Buch.

Erstes Kapitel. Die Hypothesen zur Erklärung des Laufs in Breite der fünf Planeten 325
Zweites Kapitel. Art der Bewegung der nach den Hypothesen eintretenden Neigungswinkel und Schiefstände 329
Drittes Kapitel. Zahlenmäßiger Betrag der Neigungswinkel und der Schiefstände von Fall zu Fall 334

Seite

Viertes Kapitel. Praktische Anleitung zur Aufstellung von Tabellen für die Einzelörter in Breite 342
Fünftes Kapitel. Die Tabellen zur Bestimmung der Breite 375
Sechstes Kapitel. Berechnung der Abweichung der fünf Planeten in Breite nach den Tabellen 375
Siebentes Kapitel. Heliakische Auf- und Untergänge der fünf Planeten 380
Achtes Kapitel. Nachweis, daß das eigenartige Verhalten der Venus und des Merkur mit den Hypothesen in Einklang steht 386
Neuntes Kapitel. Schlüssel zur Bestimmung der Elongationen von der Sonne bei den heliakischen Auf- und Untergängen von Fall zu Fall 393
Zehntes Kapitel. Tabellen der heliakischen Auf- und Untergänge der fünf Planeten 394
Elftes Kapitel. Schlußwort 395

Anhang.

Erläuternde Anmerkungen 396
Nachtrag zu Seite 129, 11 435

Verzeichnis der Abweichungen von dem Text Heibergs.

Im ersten Bande 436
Im zweiten Bande 438

Berichtigungen.

Zum ersten Bande 440
Zum zweiten Bande 440

Namenverzeichnis 441

DES CLAUDIUS PTOLEMÄUS HANDBUCH DER ASTRONOMIE

ZWEITER BAND

BUCH VII—XIII

Siebentes Buch.

Erstes Kapitel.

Nachweis, daß die Fixsterne ewig dieselbe Lage zueinander beibehalten.

Nachdem wir, lieber Syrus, in dem ersten Bande unseres Handbuchs die Erscheinungen bei Sphaera recta und bei Sphaera obliqua besprochen, dann weiter die Hypothesen der Bewegungen von Sonne und Mond und ihrer demgemäß der Theorie nach eintretenden Stellungen erörtert haben, werden wir nunmehr, weil es die Voraussetzung der weiteren theoretischen Betrachtung bildet, das Kapitel von der Sternenwelt in Angriff nehmen, und zwar zunächst, wie es die logische Reihenfolge verlangt, das Kapitel von den sogenannten Fixsternen. Ha 1 Hei 2

Da muß denn zuallererst über diese Benennung folgende Bemerkung vorausgeschickt werden. Weil die Sterne an sich sowohl die gleichen Figuren als auch die gleichgroßen Abstände scheinbar ewig zueinander beibehalten, so dürften wir sie treffend als „Fixsterne" bezeichnen. Weil aber ihre ganze Sphäre, an welcher sie wie angewachsen umschwingen, in der Richtung der Zeichen, d. i. gegen den ersten Umschwung nach Osten zu, scheinbar auch ihrerseits einen eigenen fest geregelten Fortschritt bewerkstelligt, so dürfte für die Sphäre die Bezeichnung der „Unbeweglichkeit" nicht mehr zutreffend sein. Finden wir doch beide Punkte auf Grund des Beobachtungsmaterials, welches die verhältnismäßig kurze Zeit an die Hand gibt, durchaus bestätigt. Erstens ist schon früher Hipparch nach den Erscheinungen, wie sie ihm vorlagen, zu der vorläufigen Annahme dieser beiden Punkte gelangt, d. h. er vermochte dort, wo es sich Ha 2

um (die Vorhersage für) einen längeren Zeitraum handelt,
Hei 3 mehr nur Näherungswerte als endgültige Ansätze zu liefern, weil er nur ganz wenige vor seiner Zeit angestellte Beobachtungen der Fixsterne vorfand, fast nur die von Aristyll und Timocharis aufgezeichneten, und auch diese weder zweifellos sicher noch zuverlässig bearbeitet. Zweitens gelangen wir selbst aus der Vergleichung der heutzutage angestellten theoretischen Betrachtungen mit den damaligen zu demselben Ergebnis, welches indessen bereits sicherer ist, weil die Prüfung auf einer längeren Vorzeit beruht und weil Hipparchs Aufzeichnungen über die Fixsterne, die wir vorzugsweise zur Vergleichung herangezogen haben, uns in tadelloser Fassung überliefert sind.

Daß nun auch bis auf den heutigen Tag keinerlei Veränderung in der Stellung der Fixsterne zueinander eingetreten ist, sondern die zu Hipparchs Zeit beobachteten Alignements auch jetzt noch ohne jede Verschiebung als die-
Ha 3 selben sich der Betrachtung darbieten, und zwar nicht allein die Alignements, welche Sterne des Tierkreises zueinander in Beziehung setzen, oder solche, welche die außerhalb des Tierkreises stehenden Sterne mit Sternen in gleicher Lage verbinden — hätte doch gegen letztere unbedingt eine Veränderung eintreten müssen, wenn nach der ersten Hypothese, welche Hipparch aufstellt, ausschließlich die Sterne des Tierkreises den Fortschritt in der Richtung der Zeichen bewerkstelligten —, daß also nicht bloß diese zwei Arten, sondern auch die Alignements der Sterne des Tierkreises mit den außerhalb in beträchtlicher Entfernung stehenden Sternen keinerlei Veränderung zeigen, dürfte jedem begreiflich werden, der Lust hat nachzuprüfen und die Betrachtung
Hei 4 mit Wahrheitssinn zu wiederholen, wenn er die Erscheinungen, wie sie heutzutage sich darbieten, mit den zu Hipparchs Zeit gemachten Aufzeichnungen in voller Übereinstimmung findet.

Wir werden nun auch hier, damit die Probe bequem gemacht werden kann, einige von den Aufzeichnungen mitteilen, welche am leichtesten wahrnehmbar sind und das

Ergebnis des Vergleichs als allgemeingültig vor Augen führen können, insofern sie zeigen, daß die von den außerhalb des Tierkreises stehenden Sternen gebildeten Alignements sowohl an sich als auch im Verhältnis zu solchen des Tierkreises unverändert geblieben sind.

Hipparchs Aufzeichnungen über die Sterne des Tierkreises lauten folgendermaßen.[1]

Krebs. Der Stern (α) in der südlichen Schere des Krebses, der diesem und dem Kopfe der Wasserschlange vorangehende glänzende (β) und von denen im Kleinen Hund der glänzende (α Procyon) liegen nahezu auf einer Geraden; denn der mittelste (β) weicht von der durch die äußersten Sterne gezogenen Geraden nur $1^1/_2$ Zoll[2] nordöstlich(?) ab, während die Zwischenabstände gleichgroß sind.

Löwe. 1. Von den vier Sternen ($\mu\varepsilon\varkappa\lambda$) im Kopfe des Löwen liegen die beiden östlichen ($\mu\varepsilon$) auf einer Geraden mit dem Stern (ω Hydrae) im Ansatz des Nackens der Wasserschlange.

2. Eine durch den Schwanz (β Denebola) des Löwen und Ha 4
den Stern (η Benetnasch) am Ende des Schwanzes des Großen Bären gezogene Gerade läßt den hellen (α Can. venat. „Herz Karls II.“) unter dem Schwanze des Großen Bären einen Zoll westlich liegen.

3. Eine durch den Stern (α Can. venat.) unter dem Schwanze Hei 5
des Großen Bären und den Schwanz (β Denebola) des Löwen gezogene Gerade geht genau durch die vorangehenden Sterne (7 und 15 Com. Beren.) im Haupthaar.

Jungfrau. 1. Zwischen dem nördlichen Fuß (μ) der Jungfrau und dem rechten Fuß (ζ Bootis) des Bootes liegen zwei Sterne, von denen der südliche (109) mit dem Fuße des Bootes gleichhelle von einer durch die (genannten) Füße (der Jungfrau und des Bootes) gezogenen Geraden nach Osten abweicht, während der nördliche (31 Bootis) halbhelle auf einer Geraden mit den Füßen liegt.

2. Dem halbhellen (31 Bootis) der beiden letztgenannten gehen zwei helle Sterne (43 H und 46 H Bootis) voraus, welche mit dem halbhellen (31) ein gleichschenkliges Drei-

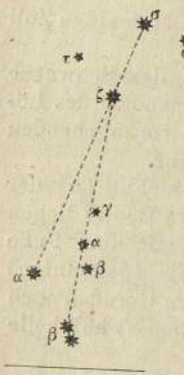
eck bilden, dessen Spitze der halbhelle ist, während sie selbst (43, 46) auf einer Geraden(?) mit dem Arktur und dem südlichen Fuße (λ) der Jungfrau liegen.

3. Zwischen der Spika und dem vorletzten (γ Hydrae) im Schwanze der Wasserschlange stehen drei Sterne (61, 63, 69) auf einer Geraden(?) miteinander; von diesen liegt der mittelste (63) auf einer Geraden mit der Spika und dem vorletzten (γ) im Schwanze der Wasserschlange.

Scheren. Nahezu auf einer Geraden mit den glänzenden Sternen ($\alpha\beta$) in den Scheren steht nach Norden zu ein glänzender dreifacher (α Serp. Unuk); zu beiden Seiten desselben steht nämlich je ein kleiner Stern (λ und 29 *H Serp.).

Skorpion. 1. Eine durch den nachfolgenden (λ) der im Hei 6 Stachel des Skorpions stehenden Sterne ($\lambda\upsilon$) und das rechte Knie (η Ophiuchi) des Schlangenträgers gezogene Gerade halbiert(?) den Abstand der beiden vorangehenden Sterne (ϑ A Oph.) im rechten Fuße des Schlangenträgers.

2. Das fünfte (ϑ) und das siebente ($\varkappa$) Schwanzgelenk Ha 5 liegt auf einer Geraden mit dem glänzenden Stern (α Arae) in der Mitte des Räucheraltars.



3. Der nördlichere (σ Arae) von den Sternen ($\vartheta\sigma$ Arae) an der Grundfläche des Räucheraltars[a] steht als mittelster nahezu auf einer Geraden mit dem fünften Schwanzgelenk (ϑ) und dem Stern (α Arae) in der Mitte des Räucheraltars, so daß er von jedem der beiden ungefähr den gleichen Abstand hat.

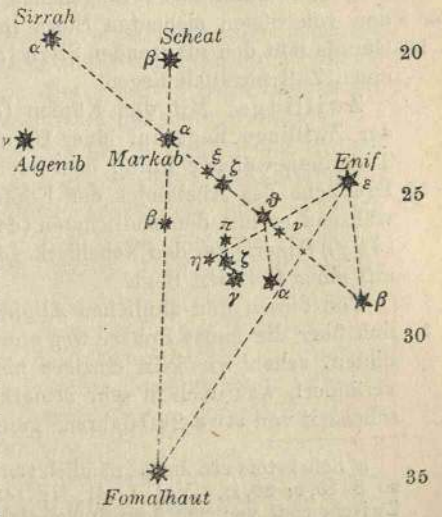
Schütze. 1. Südöstlich von dem Kreis unter dem Schützen (d. i. von der Südlichen Krone) liegen zwei helle Sterne ($\alpha\beta$), welche voneinander den geraumen Abstand von etwa 3 Ellen[2] haben. Von ihnen steht der südlichere und glänzen-

a) Beide Sterne werden von Hipparch (Comment. p. 222, 27; 236,8) erwähnt. σ Arae ist, als durch vorliegendes Alignement bestimmt, dort nachzutragen.

dere (β ein Doppelstern), der im Fuße des Schützen, nahezu auf einer Geraden mit dem mittelsten (α) von den drei hellen Sternen ($\alpha\beta\gamma$ Cor. austr.) im Kreis, welche in ebendiesem am weitesten nach Osten zu liegen, und dem nachfolgenden (ζ) von den im Viereck ($\zeta\tau\sigma\varphi$) einander diagonal gegenüberstehenden glänzenden Sternen ($\zeta\sigma$), so daß die zwischen beiden (β und ζ) sich erstreckenden Abstände ($\beta\alpha$ und $\alpha\zeta$) gleichgroß(?) sind.

2. Der nördliche (α) der (S 6, 31) genannten weicht von dieser Geraden nach Osten zu ab und liegt mit den glänzenden Sternen ($\zeta\sigma$), welche im Viereck einander diagonal gegenüberstehen, auf einer Geraden.

Wassermann. 1. Die beiden dicht nebeneinander stehenden Sterne ($\vartheta\nu$ Pegasi) im Kopfe des Pferdes und die nachfolgende Schulter (α) des Wassermanns liegen nahezu(?) auf einer Geraden, zu welcher die Gerade von der vorangehenden Schulter (β) des Wassermanns nach dem Stern (ε Enif) am Unterkinnbacken des Pferdes parallel verläuft. Hei 7



2. Die vorangehende Schulter (β) des Wassermanns, der glänzende (ζ) von den zwei Sternen ($\xi\xi$ Peg.) am Halse des Pferdes und der Stern (α Andr. Sirrah) am Nabel des Pferdes liegen auf einer Geraden und die Abstände ($\zeta\beta$ und $\zeta\alpha$) sind gleichgroß.

3. Eine durch das Maul (ε Enif) des Pferdes und den östlichen (η) von den vier Sternen ($\eta\zeta\pi\gamma$) im Wasserkrug gezogene Gerade halbiert nahezu unter rechten Winkeln die Gerade, welche durch die

beiden dicht nebeneinander stehenden Sterne ($\vartheta\nu$ Peg.) im Kopfe des Pferdes geht.

Ha 6 Fische. Der Stern (β) an der Schnauze des südlichen Fisches steht mit dem glänzenden (α Markab) an den Schultern und dem glänzenden (β Scheat) an der Brust des Pferdes auf einer Geraden.

Widder. 1. Der vorangehende Stern (β Triang.) an der Grundlinie des Dreiecks weicht einen Zoll östlich von einer Geraden ab, welche durch den Stern (α) am Maule des Widders und den linken Fuß (γ Alamak) der Andromeda geht.

2. Die vorangehenden ($\beta\gamma$) von den Sternen ($\alpha\beta\gamma$) im Kopfe des Widders liegen mit dem Halbierungspunkte der Grundlinie ($\beta\gamma$ Triang.) des Dreiecks auf einer Geraden.

Stier. 1. Die ostwärts stehenden Sterne ($\alpha\varepsilon$) der Hyaden und in dem Fell, welches der Orion in der linken Hand hält, von Süden gezählt der sechste (π^1 Or.) stehen auf einer Geraden.

2. Eine durch das vorangehende Auge (δ) des Stiers und
Hei 8 den von Süden siebenten Stern im Fell (o^2 Or.) gezogene Gerade läßt den glänzenden Stern (α Aldebaran) der Hyaden einen Zoll nördlich liegen.

Zwillinge. Mit den Köpfen (α Kastor und β Pollux) der Zwillinge liegt auf einer Geraden ein Stern (ζ Cancri Tegmine), welcher hinter dem nachfolgenden Kopf (β) das Dreifache des Abstandes der Köpfe (östlich) zurückbleibt, während er mit den südlicheren ($\delta\vartheta$) von den vier Sternen ($\delta\vartheta\gamma\eta$ Cancri) um den Nebelfleck (die sog. Krippe, ε Cancri) auf einer Geraden liegt.

Von diesen und ähnlichen Alignements, welche so ziemlich über die ganze Sphäre weg einen Anhalt zum Vergleich bieten, sehen wir kein einziges bis auf den heutigen Tag verändert, was doch in sehr bemerkbarer Weise in der Zwischenzeit von etwa 260 Jahren[a] geschehen sein müßte, wenn

a) Sonst stets 265 Jahre, nämlich von 128 v. Chr. bis 138 n. Chr.; so S. 15, 9; 20, 21. Vgl. I 142, 14; 143, 1, wo es sich um eine Zwischenzeit von 285 ägyptischen Jahren (von 146 v. Chr. bis 140 n. Chr.) handelt.

ausschließlich die im Tierkreis stehenden Sterne den Fort- Ha 7
schritt nach Osten bewerkstelligten.

Damit aber auch unsere Nachkommen an der Hand einer noch größeren Anzahl von ähnlichen Alignements den auf eine längere Zwischenzeit gegründeten Vergleich anstellen können, werden wir noch von den Alignements, welche in älterer Zeit nicht zur Aufzeichnung gelangt, sondern erst von uns beobachtet worden sind, diejenigen hinzufügen, welche besonders leicht wahrgenommen werden können. Als Ausgangspunkt wählen wir den

Widder. Von den drei Sternen ($\alpha\beta\gamma$) im Kopfe des Widders liegen die beiden nördlicheren ($\alpha\beta$) mit dem glänzenden Stern (ε Persei) im südlichen Knie des Perseus und Hei 9
der sog. Capella auf einer Geraden.

Stier. 1. Eine durch die sog. Capella und den glänzenden Stern (α Aldebaran) der Hyaden gezogene Gerade läßt den Stern (ι Aur.) im vorangehenden Fuße des Fuhrmanns ein wenig östlich liegen.

2. Die sog. Capella und der dem nachfolgenden Fuße des Fuhrmanns mit der Spitze des nördlichen Stierhorns gemeinsame Stern (β) liegen mit dem Stern (γ Bellatrix) in der vorangehenden Schulter des Orion auf einer Geraden.

Zwillinge. Die glänzenden Sterne ($\alpha\beta$) in den Köpfen der Zwillinge liegen mit dem glänzenden Stern (ϑ Hydrae) im Nacken der Wasserschlange nahezu auf einer Geraden.

Krebs. 1. Die beiden dicht nebeneinander stehenden Sterne ($\iota\varkappa$ Urs. maj.) im Vorderfuße des Großen Bären, der Stern (ι) an der Spitze der nördlichen Schere des Krebses und der nördliche Esel (γ) liegen auf einer Geraden.

2. Der südliche Esel (δ), der glänzende Stern (α Procyon) im Kleinen Hund und der zwischen ihnen stehende helle (β), welcher dem Kopf der Wasserschlange vorangeht, liegen nahezu(?) auf einer Geraden.

Löwe. 1. Eine von dem mittelsten (γ) der glänzenden Sterne ($\zeta\gamma\eta$) im Nacken des Löwen nach dem glänzenden Stern (α Alphard) in der Wasserschlange gezogene Gerade Ha 8

läßt den Stern (α Regulus) im Herzen des Löwen ein wenig östlich liegen.

2. Eine Gerade, gezogen von dem glänzenden Stern (δ) an der Hüfte des Löwen nach dem glänzenden (γ Phekda) am Hinterschenkel des Großen Bären, welcher im Viereck
Hei 10 von der nachfolgenden Seite der südliche ist, läßt die beiden dicht nebeneinander stehenden Sterne ($\nu\xi$ Urs. maj.) am Ende des nachfolgenden Fußes des Großen Bären ein wenig westlich liegen.

Jungfrau. 1. Eine von dem Stern (ξ) auf dem Schenkel der Jungfrau nach dem vorletzten (γ Hydrae) in dem Ende des Schwanzes der Wasserschlange gezogene Gerade läßt die sog. Spika ein wenig westlich liegen.

2. Eine von der Spika nach dem Stern (β Bootis) im Kopfe des Bootes gezogene Gerade läßt den Arktur ein wenig östlich (vielmehr stark westlich!) liegen.[a]

3. Die Spika und die Sterne ($\delta\gamma$ Corvi) auf den Flügeln des Raben liegen auf einer Geraden.

4. Die Spika, der Stern (ξ) auf dem Schenkel der Jungfrau und von den drei Sternen ($\eta\tau\upsilon$ Bootis) in dem vorangehenden Schienbein des Bootes der nördliche glänzende (η) liegen auf einer Geraden.

Scheren. 1. Die glänzenden Sterne ($\alpha\beta$) in den Scheren liegen mit dem Stern (π Hydrae) am Ende des Schwanzes der Wasserschlange auf einer Geraden.

2. Der glänzende Stern (α Zuben-el-dschenubi) in der südlichen Schere, der Arktur und von den drei Sternen ($\varepsilon\zeta\eta$ Urs. maj.) im Schwanze des Großen Bären der mittelste (ζ Mizar) liegen auf einer Geraden.

3. Der glänzende Stern (β Zuben-el-schemali) in der nördlichen Schere, der Arktur und der Stern (γ Phekda) am Hinterschenkel des Großen Bären liegen auf einer Geraden.

Skorpion. 1. Der Stern (ξ Oph.) im nachfolgenden Schienbein des Schlangenträgers, der im fünften Schwanz-

a) Die Ortsveränderung gegen die benachbarten Sterne beträgt ungefähr drei Vollmondbreiten in westlicher Richtung. Vgl. Hipp. Comment. p. 192, 9; 194, 3 und die erl. Anm. 26 dazu.

gelenk (ϑ) des Skorpions und von den beiden dicht nebeneinander stehenden ($\lambda\upsilon$) im Stachel des Skorpions der vorangehende (υ) liegen auf einer Geraden.

2. Der vorangehende (σ) von den drei Sternen ($\tau\alpha\sigma$) in der Brust des Skorpions und die zwei Sterne ($\eta\zeta$ Oph.) in den Knien des Schlangenträgers bilden ein gleichschenkliges Dreieck, an dessen Spitze der vorangehende (σ) von den drei Sternen in der Brust steht. Hei 11 Ha 9

Schütze. 1. Der Stern (β) zweiter Größe im vorderen südlichen Knöchel des Schützen steht mit dem Stern (γ) an der Pfeilspitze und dem Stern (η Oph.) im nachfolgenden Knie des Schlangenträgers auf einer Geraden.

2. Der Stern (α) am Knie desselben Beines des Schützen, welcher neben dem (Südlichen) Kranz steht, liegt mit dem Stern (γ) an der Pfeilspitze und dem Stern (ξ Oph.) im vorangehenden Knie des Schlangenträgers auf einer Geraden.

Steinbock. 1. Eine von dem glänzenden Stern (α Wega) in der Leier nach den Sternen ($\alpha\beta$) in den Hörnern des Steinbocks gezogene Gerade läßt den glänzenden Stern (α Atair) im Adler ein wenig östlich liegen.

2. Eine von dem glänzenden Stern (α Atair) im Adler nach dem Stern erster Größe (α Fomalhaut) am Maule des Südlichen Fisches gezogene Gerade halbiert nahezu den Abstand zwischen den zwei glänzenden Sternen ($\gamma\delta$) im Schwanze des Steinbocks.

Wassermann. Eine von dem Stern erster Größe (α Fomalhaut) am Maule des Südlichen Fisches nach dem Stern (ε Enif) am Maule des Pferdes gezogene Gerade läßt den glänzenden Stern (α) an der nachfolgenden Schulter des Wassermanns ein wenig östlich liegen (s. Fig. S. 7).

Fische. Die Sterne (α Pisc. austr. und β Piscium) an den Mäulern der beiden südlichen Fische und die vorangehenden (α Markab und β Scheat) des Vierecks im Pferde liegen auf einer Geraden (s. Fig. S. 7).

Prüft man wieder auch gerade auf diese Alignements hin die Sternbilder nach dem Sternbestand des Himmelsglobus Hipparchs, so wird man die Lage der betreffenden Sterne Hei 12

auf dem Globus, wie sie der damaligen Beobachtung entsprechend zur Auftragung gelangt ist, ohne wesentliche Abweichungen als die nämliche wie heutzutage finden.

Zweites Kapitel.

Nachweis, daß die Fixsternsphäre eine in der Richtung der Ekliptikzeichen vor sich gehende Bewegung hat.

Ha 10 Aus diesem und ähnlichem Beobachtungsmaterial kann uns der Schluß nahegelegt werden, daß schlechthin allen sog. Fixsternen einerlei Verhalten und dieselbe Bewegung eigen sei. Daß aber auch ihre Sphäre eine ganz eigenartige Bewegung in der dem Umschwung des Weltalls entgegengesetzten Richtung vollziehe, d. h. nach der Seite hin, welche östlich des durch die beiden Pole des Äquators und der Ekliptik gezogenen größten (Kolur-) Kreises (vgl. I 23, 14—22) liegt, das wird uns hauptsächlich daraus ersichtlich, daß die nämlichen Sterne in vergangener Zeit nicht dieselben Entfernungen wie heutzutage von den Wende- und Nachtgleichenpunkten einhalten, sondern je nach der Länge der verflossenen Zwischenzeit gegen früher in immer größerer Entfernung östlich der betreffenden Punkte gefunden werden.

In der Schrift „Über die Veränderung der Wende- und Nachtgleichenpunkte" gelangt nämlich Hipparch durch Vergleichung von zu seiner Zeit (vgl. I 136, 26) genau beobachteten Mondfinsternissen mit solchen, welche noch früher von Timocharis beobachtet worden waren, zu dem Ergebnis, Hei 13 daß die Spika von dem Herbstnachtgleichenpunkt gegen die Richtung der Zeichen zu seiner Zeit 6^0, zu Timocharis' Zeit Ha 11 dagegen nahezu 8^0 entfernt stand. Er drückt sich nämlich 26 schließlich folgendermaßen aus: „Wenn also z. B. die Spika früher in der Länge der Zeichen 8^0 westlich des Herbstpunktes stand[a]), jetzt aber nur noch 6^0" usw. Aber auch bei den anderen Fixsternen, welche er in die Vergleichung

a) D. h. in ♍ 22^0 ohne Rücksicht auf ihre südliche Breite, die unverändert 2^0 beträgt.

miteinbezogen hat, weist er nach, daß in der Richtung der Zeichen ein Weiterrücken von gleichgroßem Betrage stattgefunden habe.

Als wir selbst die scheinbaren Entfernungen der Fixsterne von den Wende- und Nachtgleichenpunkten, wie sie sich zu unserer Zeit darbieten, mit den von Hipparch beobachteten und aufgezeichneten Abständen verglichen, fanden wir gleichfalls, daß ein Weiterrücken in der Richtung der Ekliptikzeichen dem oben mitgeteilten Fortschritt entsprechend stattgefunden habe. Angestellt haben wir die Prüfung dieser Erscheinung mit dem für solche Zwecke von uns konstruierten Instrument (I 254 ff.) durch Beobachtungen der von Fall zu Fall gebotenen Elongationen des Mondes von der Sonne. Wir stellten den einen (d. i. den äußeren) Astrolabring auf den zur Stunde der Beobachtung (durch Elongation und Parallaxe) gegebenen scheinbaren Ort des Mondes ein und drehten den anderen (inneren) auf den anzuvisierenden Fixstern, um Mond und Fixstern gleichzeitig in ihren Positionen in die Visierlinie zu bekommen. Auf diese Weise erhielten wir aus dem Abstand von dem Monde auch für jeden der glänzenden Fixsterne den zurzeit eingenommenen Ort.

So beobachteten wir, um ein Beispiel zu geben, im zweiten Hei 14
Jahre Antonins am 9. ägyptischen Pharmuthi (23. Februar 139 n. Chr.), als in Alexandria die Sonne eben im Begriff war unterzugehen, während der letzte Grad des Stiers (oder $\Pi\,0^0$) kulminierte, d. i. $5^1/_2$ Äquinoktialstunden nach dem Ha 12
Mittag des 9^{ten}, daß der scheinbare Mond von der in $\leftmoon\ 3^0$ anvisierten Sonne eine Elongation von $92^0\ 7'\ 30''$ hatte.[a] Als nach einer halben Stunde die Sonne bereits untergegangen war und der vierte Teil der Zwillinge (d. i. $\Pi\ 7^0\ 30'$)

a) Hiernach wäre der scheinbare Ort des Mondes, d. h., weil zurzeit östlich des Meridians, der durch die in der Richtung der Zeichen wirkende Längenparallaxe vermehrte genaue Ort, um $5^1/_2$ Uhr $92^0\ 7'\ 30'' - [27^0 \leftmoon + 60^0] = \Pi\ 5^0\ 7'\ 30''$. Aber dieser Ort wird S. 14, 9 noch berichtigt.

kulminierte[a], betrug, als der scheinbare Mond in derselben Stellung anvisiert wurde[b], der scheinbare Abstand des Sterns (Regulus) im Herzen des Löwen von dem Monde an dem anderen (äußeren) Astrolabring wieder in der Richtung der Zeichen $57^1/_6$ Ekliptikgrade. Nun war zuerst (d. i. bei Beginn der Beobachtung) der genaue Ort der Sonne)($3^0\ 3'$, so daß der scheinbare Mond bei der Elongation von $92^0\ 7'\ 30''$ in der Richtung der Zeichen damals (d. i noch östlich des Meridians) ohne wesentlichen Fehler[c] in $\Upsilon\ 5^0\ 10'$ stand, wo er auch nach unseren Voraussetzungen (d. i. nach den Mondtafeln) stehen mußte.[3] Nach Verlauf der halben Stunde mußte sich aber der Mond ungefähr $^1/_4{}^0$ in der Richtung der Zeichen weiterbewegt haben[d], während seine (Längen-) Parallaxe gegen die erste Stellung ungefähr $^1/_{12}{}^0$ gegen die Richtung der Zeichen[e] betragen mußte. Mithin stand nach Hei 15 Verlauf der halben Stunde der scheinbare Mond in $\Upsilon\ 5^0\ 20'$ (d. i. in $\Upsilon\ 5^0\ 10' + [15' - 5']$). Folglich stand der Stern im Herzen, da sein scheinbarer Abstand von dem Monde in der Richtung der Zeichen $57^0\ 10'$ betrug, in $\Omega\ 2^0\ 30'$, d. h. er hatte von dem Sommerwendepunkt eine Entfernung von $32^0\ 30'$.

Nun hatte dieser Stern im 50^{ten} Jahre der dritten Kallippischen Periode (129/128 v. Chr.), wie Hipparch als Be-

a) Indem während dieser halben Stunde $7^1/_2$ Äquatorgrade den Meridian passiert hatten, wodurch der Mond etwa 2° westlich des Meridians zu stehen kam.

b) D h. unter Annahme derselben scheinbaren Elongation, mithin ohne Rücksicht auf die inzwischen vor sich gegangene Eigenbewegung und Änderung der Parallaxe, wurde der innere Astrolabring, auf den ersten Ort eingestellt bleibend, von neuem auf den Mond gedreht. S. Anm. 3.

c) D. i. infolge des berichtigten Sonnenorts 3′ weiter östlich, aber mit Vernachlässigung von 30″.

d) Bei der stündlichen mittleren Bewegung in Länge von $0^0\ 32'\ 56''$ etwas mehr.

e) Weil er nunmehr 2° westlich des Meridians stand, woraus sich die gegen die Richtung der Zeichen wirkende Längenparallaxe erklärt.

obachter aufzeichnet[a]), vom Sommerwendepunkt ab ebenfalls wieder in der Richtung der Zeichen eine Entfernung von 29° 50′. Folglich ist der Stern im Herzen des Löwen Ha 13
in der Richtung der Ekliptikzeichen 2° 40′ weitergerückt. Da die Zwischenzeit seit Hipparchs Beobachtung bis zum 5
ersten Jahre der Regierung Antonins (137/138 n. Chr.), in welchem gerade auch wir die Örter der meisten Fixsterne durch Beobachtung festgestellt haben, ungefähr (128 + 137) 265 Jahre beträgt, so ist auf diesem Wege gefunden worden, daß in rund 100 Jahren ein Fortrücken von einem 10
Grad in der Richtung der Zeichen stattgefunden hat. Das ist offenbar auch die mit Vorbehalt hingestellte Annahme Hipparchs gewesen, der in der Schrift „Über die Länge des Jahres" also sagt: „Wenn nämlich aus diesem Grunde die Wenden und die Nachtgleichen in einem Jahre mindestens 15
$^1/_{100}{}^0$ gegen die Richtung der Zeichen zurückgingen, so Hei 16
müßten sie in 300 Jahren mindestens 3° zurückgegangen sein."

Nachdem wir auf dieselbe Weise auch die Spika und die glänzendsten in der Nähe der Ekliptik stehenden Sterne von 20
dem Monde aus anvisiert hatten und dann weiter direkt von diesen Sternen aus bequemer auch die anderen, fanden wir ihre Abstände voneinander ungefähr wieder gleichgroß wie die von Hipparch beobachteten, während die Entfernungen von den Wende- und Nachtgleichenpunkten gegen Hipparchs 25
Aufzeichnung bei jedem ungefähr um obige 2° 40′ in der Richtung der Zeichen zugenommen hatten.

---

a) Nach Hipparch (Comment. p. 240, 20) stand er in ♋ 30°.

Drittes Kapitel.

Nachweis, daß die in der Richtung der Zeichen vor sich gehende Bewegung der Fixsternsphäre sich um die Pole der Ekliptik vollzieht.

Ha 14 Daß also auch die Fixsternsphäre in der Richtung der Ekliptikzeichen den oben annähernd bestimmten Fortschritt bewerkstelligt, ist uns durch vorstehendes verständlich geworden. Indem es nun die weitere Aufgabe ist, die Art der geschilderten Bewegung zu untersuchen, d. h. ob sie sich um die Pole des Äquators oder um die Pole der Ekliptik vollziehe, so würde die Frage schon mit dem Vorrücken in Länge entschieden sein — denn ebenso wie die durch die Hei 17 Pole des Äquators gezogenen größten (Deklinations-)Kreise in der Ekliptik ungleiche Bogen abschneiden, schneiden auch die durch die Pole der Ekliptik gezogenen größten (Breiten-) Kreise auf dem Äquator ungleiche Bogen ab[a] — wenn nicht in der (verhältnismäßig) so kurzen Zeit der Fortschritt in Länge nur ganz unbedeutend wäre und deshalb (bei Beziehung desselben auf den Äquator) der aus dem genannten Grunde sich etwa äußernde Unterschied (der Bogen) noch kaum bemerkbar sein könnte. Am besten dürfte diese Frage entschieden werden durch die Positionen der Fixsterne in Breite, wie sie ehemals waren und wie sie heutzutage sind; denn zu welchem der beiden Kreise, zum Äquator oder zur Ekliptik, die Fixsterne ewig dieselben scheinbaren Abstände in Breite einhalten, um dessen Pole wird sich offenbar auch die Bewegung ihrer Sphäre vollziehen.

Ha 15 Schon Hipparch erklärt sich nun für die Bewegung um die Pole der Ekliptik; er betont nämlich in der Schrift „Über die Veränderung der Wende- und Nachtgleichenpunkte“ den Umstand, daß gerade wieder die Spika nach den von Timocharis und von ihm selbst angestellten Be-

a) So daß die bei allen Sternen gleichgroß gefundenen Bogen des Vorrückens in Länge nur auf eine parallel zur Ekliptik verlaufende Bewegung hinweisen können.

obachtungen nicht zum Äquator, sondern zur Ekliptik den Betrag ihres Abstandes in Breite innegehalten habe und nach wie vor 2^0 südlich der Ekliptik stehe. Deshalb nimmt er auch in der Schrift „Von der Länge des Jahres" einzig und allein die Bewegung an, welche sich um die Pole der Ekliptik vollzieht, ist aber gleichwohl seiner Sache noch Hei 18 nicht gewiß, wie er selbst versichert, weil erstens auf die Beobachtungen der Astronomen aus der Schule des Timocharis wegen ihrer sehr oberflächlichen Fassung kein rechter Verlaß sei, und weil zweitens der in der Zwischenzeit eingetretene Unterschied noch nicht groß genug sei, um aus ihm einen sicheren Schluß ziehen zu können. Wir dagegen, die wir die in Frage stehende Erscheinung sowohl auf Grund einer noch längeren Vorzeit als auch so ziemlich an allen Fixsternen beobachtet vorfinden, können natürlich schon mit größerer Zuversicht an die Bewegung der Fixsterne um die Pole der Ekliptik glauben. Indem wir nämlich für jeden Fixstern seinen Abstand von der Ekliptik in Breite auf dem durch deren Pole gezogenen größten (Breiten-)Kreis durch Beobachtung feststellten, fanden wir fast genau dieselben Beträge, wie sie zu Hipparchs Zeit aufgezeichnet und zusammengestellt worden sind, oder wenigstens mit einer ganz geringen Differenz behaftet, wie eine solche direkt bei den Beobachtungen schon infolge eines kleinen Versehens eintreten kann. Wenn wir dagegen die Abstände vom Äquator auf dem durch dessen Pole gezogenen größten (Deklinations-) Ha 16 Kreis durch Beobachtung feststellten, fanden wir weder die von uns gewonnenen Beträge in Übereinstimmung mit den von Hipparch in derselben Hinsicht aufgezeichneten, noch diese wieder mit den noch früher von den Astronomen aus der Schule des Timocharis überlieferten. Gerade aus diesen (älteren) Aufzeichnungen fanden wir nun den sich gleichbleibenden Betrag der Breite zur Ekliptik nur noch mehr bestätigt, wogegen stets nördlicher als der ältere Abstand vom Äquator die Sterne auf der Halbkugel von der Winterwende über den Frühlingspunkt bis zur Sommerwende ge- Hei 19 funden wurden, stets südlicher die Sterne auf der entgegen-

gesetzten Halbkugel. Und zwar ergaben sich bei den Sternen in der Nähe der Nachtgleichenpunkte größere, bei denen in der Nähe der Wendepunkte geringere Unterschiede (gegen früher), etwa dem Betrag entsprechend, um welchen die ostwärts liegenden Teile der Ekliptik bei gleichgroßem Fortschritt in Länge (auf der einen Halbkugel) weiter nördlich oder (auf der anderen) weiter südlich des Äquators zu liegen kommen.

I. Um an einigen besonders deutlichen Beispielen die geschilderte Bewegung noch besser zu veranschaulichen, werden wir für jede der näherbezeichneten Halbkugeln die Abstände der Sterne in Breite vom Äquator (d. i. ihre Deklination), gemessen auf dem durch dessen Pole gezogenen größten Kreis, zusammenstellen, wie sie erstens zur Zeit der Astronomen aus der Schule des Timocharis (und Aristyll), zweitens zur Zeit des Hipparch und drittens in derselben Hinsicht von uns gewonnen worden sind.

A. Die Halbkugel mit dem Frühlingspunkt.

1. Der glänzende Stern im Adler (Atair) . . .	Tim.+ 5°48′	Hipp.+ 5°48′	Wir+ 5°50′
2. Die Mitte der Pleias (Alkyone)	„ +14°30′	„ +15°10′	„ +16°15′
3. Der glänzende der Hyaden (Aldebaran) . .	„ + 8°45′	„ + 9°45′	„ +11° 0′
4. Der glänzendste im Fuhrmann, die sog. Capella	Ar. +40° 0′	„ +40°24′	„ +41°10′
5. Der Stern in der vorangehenden Schulter des Orion (Bellatrix) . . .	Tim + 1°12′	„ + 1°48′	„ + 2°30′
6. Der Stern in der nachfolgenden Schulter des Orion (Beteigeuze) . .	„ + 3°50′	„ + 4°20′	, + 5°15′
7. Der glänzende Stern am Maule des Hundes (Sirius)	„ −16°20′	„ −16° 0′	„ −15°45′
8. Der vorang. von den glänzenden Sternen in den Köpfen der Zwillinge (Kastor)	Ar +33° 0′	„ +33°10′	„ +33°24′
9. Der nachfolgende (Pollux)	„ +30° 0′	„ +30° 0′	„ +30°10′

Bei allen diesen Sternen, welche hinsichtlich ihrer Lage in Länge von den oben bezeichneten Halbkugeln der mit dem Frühlingspunkt angehören, sind die späteren Stellungen Ha 18 zum Äquator in Breite alle nördlicher geworden als die zeitlich früheren, und zwar bei den Sternen (wie 1, 8 und 9) 5 in der Nähe der Wendepunkte selbst um einen ganz geringen Betrag, dagegen um einen ziemlich beträchtlichen bei den Sternen (wie 2 und 3) in der Nähe der Nachtgleichenpunkte, was durchaus dem Fortschritt um die Pole der Ekliptik in der Richtung der Zeichen entspricht, weil auch die nach- 10 folgenden Abschnitte dieses Halbkreises (der Ekliptik) immer nördlicher werden als die vorangehenden[a]), und zwar die Abschnitte in der Nähe der Nachtgleichenpunkte wieder mit größeren Unterschieden (gegen früher), die in der Nähe der Wendepunkte mit geringeren Unterschieden. 15

B. Die entgegengesetzte Halbkugel.

1. Der Stern im Herzen des Löwen (Regulus)	Tim. + 21°20′	Hipp	+ 20°40′	Wir + 19°50′
2. Die sog. Spika	„ + 1°24′	„	+ 0°36′	„ − 0°30′ Hei 22
3. Von den 3 Sternen im Schwanze des Großen Bären der letzte (Benetnasch)	Ar. + 61°30′	„	+ 60°45′	„ + 59°40′ 20
4. Der vorletzte in der Mitte des Schwanzes (Mizar)	„ + 67°15′	„	+ 66°30′	„ + 65° 0′ 25
5. Der drittletzte am Ansatz des Schwanzes (Alioth)	„ + 68°30′	„	+ 67°36′	„ + 66°15′ Ha 19
6. Der Arktur	Tim. + 31°30′	„	+ 31° 0′	„ + 29°50′ 30

a) Die vom Widderpunkt in der Richtung der Zeichen verlaufenden Grade (♈ ♉ ♊) erheben sich immer mehr über den Äquator, die von da gegen die Richtung der Zeichen verlaufenden Grade (♐ ♑ ♒) nähern sich immer mehr dem Äquator von Süden her und zwar geht die Zunahme der nördlichen oder die Abnahme der südlichen Deklination anfangs stärker, gegen die Wendepunkte hin in geringerem Maße vor sich.

7. Von den glänzenden Sternen in den Scheren des Skorpions der am Ende der südlichen Schere (Zuben-el-dschenubi)	Tim.– 5° 0′	Hipp.– 5°36′	Wir– 7°10′
8. Der am Ende der nördlichen Schere (Zuben-el-schemali)	„ + 1°12′	„ + 0°24′	„ – 1° 0′
9. Der glänzende in der Brust des Skorpions, der sog. Antares . . .	„ –18°20′	„ –19° 0′	„ –20°15′

Bei allen diesen Sternen sind umgekehrt, der entgegengesetzten Lage entsprechend, die späteren Positionen zum Äquator in Breite verhältnismäßig südlicher geworden als die zeitlich früheren.

II. Auch aus vorstehendem Material läßt sich die Tatsache ableiten, daß der Fortschritt der Fixsternsphäre in Länge in der Richtung der Zeichen in rund 100 Jahren, wie oben (S. 15, 10) bereits bemerkt, einen Grad beträgt, mithin 2° 40′ in den 265 Jahren, die zwischen den Beobachtungen Hipparchs und den unserigen liegen. Ganz besonders deutlich dürfte sich dies aus dem Unterschied in Breite herausstellen, welcher bei den Sternen in der Nähe der Nachtgleichenpunkte gefunden worden ist.

A. Die Halbkugel mit dem Frühlingspunkt.

Ha 20 1. Die Mitte der Pleias (Alkyone), zu Hipparchs Zeit 15° 10′ nördlich des Äquators gefunden, zu unserer Zeit 16° 15′, ist in der Zwischenzeit um 1° 5′ nördlicher geworden. Ebensoviel beträgt nahezu der Unterschied in Breite Hei 24 zum Äquator zwischen den genannten $2^2/_3{}^0$ der Ekliptik am Ende des Widders, die auf den Fortschritt in Länge in der Richtung der Zeichen entfallen, welcher in derselben Zeit stattgefunden hat.[a]

a) Angenommen, die Alkyone habe zu Hipparchs Zeit (vgl. Comment. p. 214, 12) auf dem durch ♈ 30° gehenden Deklinationskreis gestanden, mithin zur Zeit des Ptolemäus auf dem durch ♉ 2° 40′ gehenden, so gibt die Tabelle der Ekliptikschiefe,

2. Die sog. Capella, zu Hipparchs Zeit $40^0\ 24'$ nördlich des Äquators gefunden, zu unserer Zeit $41^0\ 10'$, ist $^4/_5{}^0$ nördlicher geworden. Ebensoviel beträgt wieder der Unterschied in Breite zum Äquator zwischen den $2^2/_3{}^0$ der Ekliptik um die Mitte des Stiers.[a]

3. Der Stern (γ Bellatrix) in der vorangehenden Schulter des Orion, zu Hipparchs Zeit $1^0\ 48'$ nördlich des Äquators gefunden, zu unserer Zeit $2^0\ 30'$, ist ungefähr $^2/_3{}^0$ nördlicher geworden. Ebensoviel beträgt ungefähr der Unterschied in Breite zum Äquator zwischen den $2^0\ 40'$ der Ekliptik nach dem zweiten Drittel des Stiers.[b]

B. Die entgegengesetzte Halbkugel.

1. Die Spika, zu Hipparchs Zeit $0^0\ 36'$ nördlich des Äquators gefunden, zu unserer Zeit $0^0\ 30'$ südlich desselben, ist $1^0\ 6'$ südlicher geworden. Ebensoviel beträgt wieder der Unterschied in Breite zum Äquator zwischen den $2^0\ 40'$ der Ekliptik am Ende der Jungfrau.[c]

2. Der Stern (η Benetnasch) am Ende des Schwanzes des Großen Bären, zu Hipparchs Zeit $60^0\ 45'$ nördlich des Äquators gefunden, zu unserer Zeit $59^0\ 40'$, ist $1^0\ 5'$ südlicher geworden. Ebensoviel beträgt der Unterschied in [Ha 21 Hei 25

---

selbst wenn man ♉ 3° statt ♉ 2° 40′ annimmt, als Unterschied der Meridianbogen, welche zwischen diesem Ekliptikstück (von 30° bis 33° Länge) und dem Äquator liegen, nur $12^0\ 43'\ 30'' - 11^0\ 40' = 1^0\ 3'\ 30''$.

a) Der Unterschied der Deklination zwischen dem Ekliptikstück von ♉ 14° 30′ (vgl. Hipp. Comm. p. 248, 4) bis ♉ 17° 10′, d. i. zwischen den Längen 44° 30′ bis 47° 10′, beträgt nach der Tabelle der Schiefe $17^0\ 15' - 16^0\ 27' = 0^0\ 48'$.

b) Der Unterschied der Deklination zwischen ♉ 25° (vgl. Hipp. Comm. p. 186, 10) und ♉ 27° 40′, d. i. zwischen 55° bis 57° 40′ Länge, beträgt $19^0\ 59' - 19^0\ 20' = 0^0\ 39'$.

c) Der Unterschied der Deklination zwischen ♍ 24° (vgl. Hipp. Comm. p. 196, 19) und ♍ 26° 40′, d. i. zwischen 3° 20′ und 6° des Ekliptikquadranten rückwärts des Herbstpunktes, beträgt $2^0\ 25' - 1^0\ 20' = 1^0\ 5'$.

Breite zum Äquator zwischen den $2^0 40'$ der Ekliptik im ersten Drittel des Zeichens der Scheren.[a]

3. Der Arktur, zu Hipparchs Zeit 31^0 nördlich des Äquators gefunden, zu unserer Zeit $29^0 50'$, ist $1^0 10'$ südlicher geworden. Ebensoviel beträgt ungefähr der Unterschied in Breite zum Äquator zwischen den ebenfalls im ersten Drittel der Scheren gelegenen $2^0 40'$ der Ekliptik.[b]

III. Noch anschaulicher dürfte uns der Nachweis der Erscheinung, die uns hier beschäftigt, an der Hand folgender Beobachtungen gelingen.

A. Die Pleias betreffend.

1. Timocharis macht als Beobachter in Alexandria folgende Aufzeichnung. Im 47^{ten} Jahre der ersten Kallippischen 76jährigen Periode am 8. Anthesterion, d. i. am 29. ägyptischen Athyr (29. Januar 283 v. Chr.), bedeckte am Ende der dritten (Nacht-)Stunde die südliche Hälfte des
Hei 26 scheinbaren Mondes[c] genau das nachfolgende Drittel oder die Hälfte der Pleias.

Der Zeitpunkt fällt in das 465^{te} Jahr seit Nabonassar auf den 29/30. ägyptischen Athyr, 3 bürgerliche Stunden vor Mitternacht, d. s. $3\frac{1}{3}$ Äquinoktialstunden ($8^h 40^m$ abends), weil die Sonne in $\simeq 7^v$ stand[d]; ungefähr ebensoviel Äquinoktialstunden vor Mitternacht ergibt die Rechnung mit gleichförmigen Sonnentagen. Zu dieser Stunde war nach
Ha 22 den früher von uns nachgewiesenen Unterlagen (d. i. nach
26 den Mondtafeln)

---

a) Der Unterschied der Deklination zwischen ♎ 4^0 (vgl. Hipp. Comm. p. 242, 18) und ♎ $6^0 40'$ beträgt $2^0 41' - 1^0 37' = 1^0 4'$.

b) Der Unterschied der Deklination zwischen ♎ 11^0 (vgl. Hipp. Comm. p. 194, 3) und ♎ $13^0 40'$ beträgt $5^0 29' - 4^0 25' = 1^0 4'$, also beträchtlich hinter obiger Angabe zurückbleibend.

c) Weil die östliche Elongation 82^0 beträgt, so stand der Mond etwas über einen halben Tag vor dem ersten Viertel.

d) Die Aufgabe, aus dem Sonnenort das Verhältnis der bürgerlichen Stunde zur Äquinoktialstunde zu finden, wird I 98,24 gelöst.

der genaue Ort des Mondes	♉ 0° 20′
d. i. seine Entfernung vom Frühlingspunkt	30° 20′
seine (wahre) nördliche Breite	3° 45′
der scheinbare Ort in Länge für Alexandria[a]	♈ 29° 20′
seine scheinbare nördliche Breite	3° 35′, 5

weil ♊ 20° kulminierte.[b]

Folglich war das nachfolgende Ende der Pleias damals vom Frühlingspunkt in der Richtung der Zeichen ungefähr 29° 30′ entfernt, weil das Mondzentrum (in ♈ 29° 20′) noch (10′ westlich) voranging, und stand ungefähr 3° 40′ nördlich der Ekliptik; denn das Ende (der Pleias) war (seinerseits) wieder ein wenig (d. i. 5′) nördlicher als das Mondzentrum.

2. Agrippa macht als Beobachter in Bithynien folgende Hei 27
Aufzeichnung. Im 12ten Jahre Domitians am 7ten des landes- 15
üblichen Monats Metroos bedeckte zu Beginn der dritten Nachtstunde der Mond[c] mit dem südlichen Horn den nachfolgenden Teil der Pleias.

Der Zeitpunkt fällt in das 840te Jahr seit Nabonassar auf den 2/3. ägyptischen Tybi (29. November 92 n. Chr.), 20
4 bürgerliche Stunden vor Mitternacht, d. s. 5 Äquinoktialstunden (7h abends), weil die Sonne in ♐ 6° stand. Auf den Meridian von Alexandria reduziert, fand folglich die Beobachtung $5^1/_3$ Äquinoktialstunden vor Mitternacht (6h 40m nachmittags) statt[d], oder nach Rechnung mit gleichförmigen 25
Sonnentagen $5^3/_4$. Zu dieser Zeit war

---

a) D. i. der durch die Längenparallaxe verminderte Ort; weil der Mond etwa $3^1/_2$ Stunden westlich des Meridians stand, wirkt sie gegen die Richtung der Zeichen.

b) Der kulminierende Grad, aus der Länge der bürgerlichen Stunde nach I 99,17 zu berechnen, läßt die Entfernung des Mondortes vom Meridian erkennen (hier 52 Äquatorgrade).

c) $2^1/_2$ Tage vor dem Vollmond, weil die östliche Elongation 147° beträgt. Daß in dieser Phase von dem südlichen Horn die Rede ist, muß auffallen.

d) 20m früher, weil der Meridian von Bithynien (Heraklea?) 5° östlich von dem Meridian von Alexandria angenommen wird. Vgl. I Anh. Anm. 1.

	der genaue Ort des Mondzentrums	♉ 3° 7′
	die (wahre) nördliche Breite	4° 50′
	der scheinbare Ort in Länge für Bithynien	♉ 3° 15′
Ha 23	die scheinbare nördliche Breite	4° 0′,

5 weil)(20° kulminierte.[a]

Folglich war der nachfolgende Teil der Pleias damals in Länge vom Frühlingspunkt in der Richtung der Zeichen 33° 15′ entfernt und stand 3° 40′ nördlich der Ekliptik.[b]

Hei 28 Schlußfolgerung. Der nachfolgende Teil der Pleias stand 10 in Breite nördlich der Ekliptik auf dem durch deren Pole gezogenen größten Kreis damals genau wie heutzutage 3° 40′, hat sich aber in Länge vom Frühlingspunkt weg in der Richtung der Zeichen 3° 45′ weiterbewegt — denn nach der ersten Beobachtung stand er 29° 30′, nach der zweiten 33° 15′ von 15 ihm entfernt —, während die zwischen den beiden Beobachtungen liegende Zeit (840 − 465 =) 375 Jahre beträgt. In 100 Jahren hat sich demnach der nachfolgende Teil der Pleias einen Grad in der Richtung der Zeichen weiterbewegt.

B. Die Spika betreffend.

20 1. Timocharis macht als Beobachter in Alexandria folgende Aufzeichnung. Im 36ten Jahre der ersten Kallippischen Periode am 15. Elaphebolion, d. i. am 5. Tybi, erreichte der Mond[c] zu Beginn der dritten (Nacht-) Stunde mit der Mitte seines dem Nachtgleichenaufgang zugewendeten Randes die 25 Spika. Und die Spika ging durch (den Mond), indem sie von seinem Durchmesser genau den dritten Teil nach Norden zu abschnitt.

Der Zeitpunkt fällt in das 454te Jahr seit Nabonassar auf den 5/6. ägyptischen Tybi (9. März 294 v. Chr.), 4 bürger-

---

a) Demnach stand der Mond etwa (40 Äquatorgrade oder $2^2/_3$ Stunden östlich des Meridians, woraus sich die in der Richtung der Zeichen wirkende Längenparallaxe erklärt.

b) Somit muß das südliche Horn etwa 20′ tiefer als das Mondzentrum geschätzt werden. S. Anm. 2 a. E.

c) Kurz nach dem Vollmond, da er die diametrale Stellung zur Sonne erst mit 7° überschritten hatte.

liche Stunden, d. s. nahezu auch 4 Äquinoktialstunden vor Mitternacht (8^h abends), weil die Sonne in ♌ 15^0 stand; die gleiche Zahl von Stunden vor Mitternacht ergibt auch die genaue Rechnung mit gleichförmigen Sonnentagen. Zu dieser Hei 29
Stunde war wieder 5
der genaue Ort des Mondzentrums in Länge ♍ $21^0\,21'$ Ha 24
d. i. die Entfernung vom Sommerwendepunkt in
der Richtung der Zeichen $81^0\,21'$
die (wahre) südliche Breite $1^0\,50'$
die scheinbare Entf. vom Sommerwendepunkt in Länge $82^0\,5'$
die scheinbare südliche Breite nahezu $2^0\,0'$,
weil ♋ 15^0 kulminierte.[a]

Folglich war die Spika damals in Länge von dem Sommerwendepunkt aus dem oben (S. 23, 9) angegebenen Grunde (weil das Mondzentrum noch 15′ westlich voranging) $82^0\,20'$ entfernt und stand nahezu 2^0 südlich der Ekliptik.

2. Ferner berichtet Timocharis folgendes. Im 48^{ten} Jahre derselben Periode am 6^{ten} Tage des letzten Drittels des Pyanepsion, d. i. am 7. Thoth, berührte die Spika, als von der zehnten (Nacht-)Stunde ungefähr eine halbe Stunde verflossen und der Mond[b] aus dem Horizont eben aufgegangen war, genau das nördliche Horn des scheinbaren Mondes.

Der Zeitpunkt fällt in das 466^{te} Jahr seit Nabonassar auf den 7/8. ägyptischen Thoth (9. November 283 v. Chr.), $(9^1/_2 - 6 =)$ $3^1/_2$ bürgerliche Stunden nach Mitternacht, wie er selbst angibt; das wären $3^1/_8$ Äquinoktialstunden, weil die Sonne etwa in der Mitte des Skorpions stand. Allein, wie eine einfache logische Erörterung zeigt, sind es nur $2^1/_2$ Stunden nach Mitternacht; denn so viel Äquinoktialstunden nach Mitternacht ($2^h\,30^m$ nachts) kulminiert ♊ $22^0\,30'$, während nahezu die gleichen Grade der Jungfrau (♍ $22^0\,5'$) aufgehen, in denen damals der Mond stand, als er, wie Timocharis angibt, „eben aufging". Nach der Rechnung mit gleichför- Hei 30

a) Demnach stand der Mond etwa (64 Äquatorgrade oder) $4^1/_2$ Stunden östlich des Meridians.

b) Etwa einen halben Tag vor dem letzten Oktanten, weil die westliche Elongation 52^0 beträgt.

migen Sonnentagen finden wir aber nur 2 Äquinoktialstunden nach Mitternacht verflossen. Zu dieser Zeit war wieder für das Mondzentrum

Ha 25 die genaue Entfernung vom Sommerwendepunkt $81^0\,30'$
5 die (wahre) südliche Breite $2^0\,10'$
die scheinbare Entfernung in Länge $82^0\,30'$
die scheinbare südliche Breite[a] $2^0\,15'$.

Folglich stand die Spika auch nach dieser Beobachtung genau wieder nahezu 2^0 südlich der Ekliptik[b] und war vom
10 Sommerwendepunkt $82^0\,30'$ entfernt.

Schlußfolgerung. In den (466 — 454 =) 12 Jahren, welche zwischen den beiden Beobachtungen liegen, hat sich die Spika ungefähr $10'$ in der Richtung der Zeichen weiterbewegt.

15 3. Der Geometer Menelaos berichtet, in Rom folgende Beobachtung gemacht zu haben. Im ersten Jahre Trajans am 15/16. Mechir sei die Spika, als die 10^{te} (Nacht-) Stunde voll war, von dem Monde[c] bedeckt gewesen; denn man habe sie nicht gesehen. Aber gegen das Ende der 11^{ten} Stunde
Hei 31 sei beobachtet worden, daß sie dem Zentrum des Mondes
21 weniger als sein Durchmesser bei gleichgroßem Abstand von seinen Hörnern westlich voraus gewesen sei.

Der Zeitpunkt fällt in das 845^{te} Jahr seit Nabonassar auf den 15/16. ägyptischen Mechir (11. Januar 98 n. Chr.), 4 bürger-
25 liche Stunden nach Mitternacht, wo das Mondzentrum ungefähr mit der Spika zusammenfiel, oder 5 Äquinoktialstunden (5^h früh), weil die Sonne in $\simeq$ 20^0 stand, auf den Meri-

---

a) Bei nahezu 90^0 Zenitabstand muß der überwiegend größere Teil der Höhenparallaxe auf die ostwärts wirkende Längenparallaxe entfallen. Den kulminierenden Grad s. S. 25,30.

b) Da das Mondzentrum ungefähr $15'$ südlicher als die Spika stand, so beträgt die südliche Breite der letzteren „nahezu" 2^0.

c) Etwa 2 Tage vor dem letzten Viertel bei 114^0 westlicher Elongation. Man vergleiche die drei Tage spätere Beobachtung S. 28,15, bei welcher der Mond einen Tag nach dem letzten Viertel stand.

dian von Alexandria[a] reduziert $6^1/_3$, nach der Rechnung mit gleichförmigen Sonnentagen $6^1/_4$ oder ein wenig mehr. Zu dieser Stunde war für das Mondzentrum

die genaue Entfernung vom Sommerwendepunkt	$85^0\,45'$
die (wahre) südliche Breite nahezu	$1^0\,20'$
die scheinbare Entfernung in Länge	$86^0\,15'$
die scheinbare südliche Breite	$2^0\ 0'$,

weil $\triangleq 7^1/_2{}^0$ kulminierte.[b]

Folglich hatte auch die Spika damals dieselbe Position. Ha 2

Schlußfolgerung. Die Spika stand zur Zeit des Timocharis wie zu unserer Zeit wieder um den gleichen Betrag, d. i. 2^0 südlich der Ekliptik, in Länge dagegen ist sie seit der Beobachtung im 36ten Jahre (294 v. Chr.) in der Zwischenzeit von (845 — 454 =) 391 Jahren in der Richtung der Zeichen $3^0\,55'$ vorgerückt, und $3^0\,45'$ seit der Beobachtung im 48ten Jahre (283 v. Chr.) in der Zwischenzeit von (845 — 466 =) Hei 2 379 Jahren. Es ergibt sich demnach auch aus diesen Beobachtungen ein Fortschritt der Spika in der Richtung der Zeichen von ungefähr einem Grade in 100 Jahren.

C. Den Stern (β) in der Stirn des Skorpions betreffend.

1. Timocharis berichtet als Beobachter in Alexandria folgendes. Im 36ten Jahre der ersten Kallippischen Periode am 25. Poseideon, d. i. am 16. Phaophi, hatte bei Beginn der 10ten (Nacht-) Stunde der scheinbare Mond[c] mit seinem nördlichen Rande ganz genau den nördlichen (β) von den drei Sternen ($\pi\delta\beta$) in der Stirn des Skorpions erreicht.

Der Zeitpunkt fällt in das 454te Jahr seit Nabonassar auf den 16/17. ägyptischen Phaophi (21. Dezember 295 v. Chr.),

---

a) Der Meridian von Rom wird somit auf 20° westlich des Meridians von Alexandria geschätzt, was etwa 4° zuviel ist.

b) Demnach stand der Mond in ♒ $26^0\,15'$ etwa $^2/_3$ Stunde westlich des Meridians. Daß in dieser Stellung die Längenparallaxe den Ort des Mondes in der Richtung der Zeichen vorrückt, kann nicht richtig sein.

c) Etwa $^3/_4$ Tag vor dem letzten Oktanten, weil die westliche Elongation 54° beträgt.

3 bürgerliche Stunden nach Mitternacht, d. s. $3^2/_5$ Äquinoktialstunden ($3^h\,24^m$ nachts), weil die Sonne in $\nearrow 26^0$ stand, nach der Rechnung mit gleichförmigen Sonnentagen $3^1/_6$. Zu dieser Stunde war für das Mondzentrum

die genaue Entfernung vom Herbstgleichenpunkt	$31^0\,15'$
die (wahre) nördliche Breite	$1^0\,20'$
die scheinbare Entfernung in Länge	$32^0\,0'$
die scheinbare nördliche Breite	$1^0\,5'$,

weil $\Omega\ 15^0$ kulminierte.[a]

Folglich war der nördlichste (β) von den drei Sternen ($\pi\delta\beta$) in der Stirn des Skorpions in Länge damals vom Herbstgleichenpunkt gleichfalls 32^0 entfernt und stand ungefähr $1^0\,20'$ nördlich der Ekliptik.[b] Ha 27] Hei 33]

2. Menelaos berichtet als Beobachter in Rom folgendes. Im ersten Jahre Trajans am 18/19. Mechir stand gegen Ende der 11^{ten} (Nacht-) Stunde das südliche Horn des scheinbaren Mondes[c] auf einer Geraden mit dem mittelsten (δ) und dem südlichen (π) von den Sternen ($\pi\delta\beta$) in der Stirn des Skorpions, während sein Zentrum hinter dieser Geraden (östlich) zurückblieb und so weit von dem mittelsten Stern (δ) abstand, wie der mittelste (δ) von dem südlichen (π). Den nördlichen (β) von den Sternen in der Stirn schien der Mond zu bedecken; denn er war nirgends sichtbar.

Der Zeitpunkt fällt wieder in das 845^{te} Jahr seit Nabonassar auf den 18/19. ägyptischen Mechir (14. Januar 98 n. Chr.), 5 bürgerliche Stunden nach Mitternacht, d. s. $6^1/_6$ Äquinoktialstunden ($6^h\,10^m$ früh), weil die Sonne in $\approx 23^0$ stand, auf den Meridian von Alexandria reduziert, $7^1/_2$, ungefähr ebensoviel nach der Rechnung mit gleichförmigen Sonnentagen. Zu dieser Stunde war für das Mondzentrum

---

a) Demnach stand der Mond in $\mathfrak{m}\ 2^0$ etwa $4^3/_4$ Stunden östlich des Meridians nur wenige Grade über dem Horizont, woraus sich die starke Längenparallaxe erklärt.

b) D. i. etwa 15' oder einen Halbmesser weiter nördlich als das Mondzentrum.

c) Einen Tag nach dem letzten Viertel, weil die westliche Elongation 77^0 beträgt.

die genaue Entfernung vom Herbstgleichenpunkt $35^0\,20'$
die (wahre) nördliche Breite $2^0\,10'$
die scheinbare Entfernung in Länge $35^0\,55'$
die scheinbare nördliche Breite $1^0\,20'$,
weil $\triangleq 30^0$ kulminierte.[a]

Folglich hatte der nördlichste (β) von den Sternen in der Stirn des Skorpions ungefähr dieselbe Position.

Schlußfolgerung. Auch an diesem Stern ist ehemals wie heutzutage derselbe Abstand von der Ekliptik in Breite beobachtet worden, während er in Länge in der zwischen den Beobachtungen verflossenen Zeit, welche (845 — 454 =) 391 Jahre beträgt, vom Herbstgleichenpunkt ab in der Richtung der Zeichen $3^0\,55'$ vorgerückt ist. Hieraus folgt wieder, daß der Fortschritt dieses Sterns in der Richtung der Zeichen in 100 Jahren einen Grad beträgt. Hei 34 Ha 28

Viertes Kapitel.

Einrichtung des Fixsternkatalogs.

Aus der vergleichenden Beobachtung dieser Sterne, welche in ähnlicher Weise auch an den übrigen glänzenden Fixsternen vorgenommen wurde, sowie aus dem übereinstimmenden Abstand der übrigen Sterne von den sicher bestimmten haben wir es bestätigt gefunden, daß erstens die Fixsternsphäre den Fortschritt von der festgestellten Größe, soweit der (verhältnismäßig) so kurze Zeitraum es an die Hand zu geben vermag, von den Wende- und Nachtgleichenpunkten aus in der Richtung der Zeichen bewerkstelligt, und daß zweitens die also sich äußernde Bewegung der Sphäre sich um die Pole des durch die Mitte der Tierkreisbilder gehenden schiefen Kreises vollzieht, aber nicht um die Pole des Äquators, d. i. des ersten Umschwungs. Demnach haben wir es für unsere nächste

a) Demnach stand der Mond in ♏ 6° wenig über 5° östlich des Meridians, wo der überwiegend größere Teil der Höhenparallaxe auf die Breitenparallaxe entfallen muß.

Aufgabe gehalten, die für jeden der besprochenen und der
Hei 35 übrigen Fixsterne für die Gegenwart beobachteten Positionen
in Länge und Breite zu katalogisieren, nicht die theoretisch
auf den Äquator bezogenen, sondern diejenigen, welche mit
5 Bezug auf die Ekliptik auf dem durch deren Pole und je
den betreffenden Stern gezogenen größten Kreis gemessen
werden. Denn nur auf diesen Kreisen bleiben bei der vor-
Ha 29 stehend angenommenen Bewegungsrichtung die auf die Ekliptik bezogenen Positionen der Sterne in Breite für alle Zeiten
10 notwendigerweise dieselben, während der Fortschritt in Länge
in der Richtung der Zeichen in gleichen Zeiten gleiche Bogenstücke zusetzt.

So haben wir denn wieder mit demselben Instrument — deshalb hierzu geeignet, weil die an ihm angebrachten Astro-
15 labringe um die Pole der Ekliptik gedreht werden können — alle Sterne bis zu denen der sechsten Größe beobachtet, soweit es möglich war letztere anzuvisieren. Wir handhabten das Instrument in der Weise, daß wir den einen (d. i. den äußeren) der besagten Astrolabringe stets nach einem mit Hilfe des
20 Mondes (vgl. I 257,33) schon vorher bestimmten glänzenden Stern auf den betreffenden Grad des Ekliptikringes einstellten, während wir den zweiten (inneren) Ring, der an seinem ganzen Umfang eingeteilt ist und auch in Breite nach den Polen der Ekliptik zu verschoben werden kann, seinerseits
25 auf den zu bestimmenden Stern einstellten, bis auch dieser, wie der Grundstern (an dem äußeren Astrolabring), durch
Hei 36 die Absehöffnung des eigens auf ihn eingestellten Ringes in die Visierlinie kam. War dies geschehen, so wurden uns sofort beide Örter des zu bestimmenden Sterns durch den
30 auf ihn eingestellten Astrolabring gleichzeitig angezeigt (vgl. I 258,17): der Ort in Länge wird durch den gemeinsamen Schnittpunkt des Astrolabringes mit dem Ekliptikring bestimmt, der Ort in Breite durch den Bogen zwischen dem vorgenannten Schnittpunkt und der über dem Horizont stehen-
35 den Absehöffnung.

Damit uns nun auch in dieser Hinsicht der Sternbestand des Globus beliebig zur Verfügung stehe, haben wir ihn in

Tabellen zu vier Spalten angeordnet.[a] In der ersten Spalte steht für jeden Stern, der einem Sternbild angehört, die ihm Ha 30
der dargestellten Gestalt nach zukommende Bezeichnung, in der zweiten der Ort in Länge innerhalb der Zeichen, wie er sich aus den Beobachtungen für den Anfang der Regierung Antonins (137 n. Chr.) ergibt — wobei der Anfang der Quadranten wieder von den Wende- und Nachtgleichenpunkten aus gerechnet wird —, in der dritten der Abstand von der Ekliptik in Breite, je nachdem er nördlich (+) oder südlich (−) ist, in der vierten Spalte endlich die Schätzung der Größe.

Während die Abstände in Breite ewig dieselben bleiben, können die Positionen in Länge auch den Ort für andere Zeiten sofort an die Hand geben: unter der Annahme, daß der Zuwachs in 100 Jahren einen Grad beträgt, zieht man die Grade, welche auf die Zwischenzeit zwischen der (hier gegebenen) Position und dem in Frage gezogenen Zeitpunkt entfallen, von den Graden der (gegebenen) Position ab, wenn Hei 37
es sich um die (zurückliegende) ältere Zeit handelt, addiert sie dagegen zu ihnen, sobald die (erst kommende) spätere Zeit in Frage steht.

Was die zur Beschreibung der Gestalt dienenden charakteristischen Bezeichnungen anbelangt, so sind sie einmal der Annahme entsprechend zu verstehen, welche der bildlichen Anordnung des Sternbestandes zugrunde liegt, zweitens mit Bezug auf die durch die Pole der Ekliptik gehenden Grenzlinien: wir bezeichnen Sterne als anderen „vorangehend" oder „nachfolgend", je nachdem sie die hiermit bezeichnete Stellung in den (westlich) vorangehenden oder (östlich) nachfolgenden Graden der Ekliptik innehaben; „südlicher" oder „nördlicher" nennen wir Sterne, je nachdem sie dem die betreffende Bezeichnung führenden Ekliptikpol näher stehen. Was ferner die charakteristischen Beziehungen der einzelnen Sterne zu der dargestellten Gestalt an sich betrifft, so haben wir uns Ha 31
nicht durchgängig an die Bezeichnungen gehalten, die unsere

a) Die Zahl der Spalten ist auf sechs erhöht worden. S. Anm. 4.

Vorgänger gebraucht haben, ebensowenig wie diese ihren einstigen Vorgängern gefolgt sind, sondern wir haben vielfach andere Benennungen eingeführt, je nachdem es die bessere Charakterisierung und gefälligere Abrundung der Umrißlinien forderte. So versetzen wir z. B. die Sterne ($\gamma\,\delta$ Virg.), welche Hipparch in die „Schultern" der Jungfrau setzt[a]), in die „Seiten" derselben, weil ihr Abstand von den Sternen ($\nu\,\xi\,o\,\pi$ Virg.) im Kopf sichtlich größer ist als der Abstand von den Sternen ($\alpha\,\zeta$ Virg.) vorn in den Händen. Die hiernach bemessene Lage (der Sterne γ und δ zwischen Kopf und Händen) paßt demnach entschieden gut zu den Seiten, ist aber mit den Schultern gänzlich unvereinbar. Bequem dürfte man ohne weiteres auf die abweichend bezeichneten Sterne kommen, wenn man die im Katalog angegebenen Positionen direkt zum Vergleich heranzieht.

Die Anordnung des Katalogs[4]) gestaltet sich folgendermaßen.

Fünftes Kapitel.

Ha 32 / Hei 38

Sternbestand der nördlichen Halbkugel.

A. Sternbilder außerhalb des Tierkreises.

Ambronn	Bayer	Sternbeschreibung	Länge	Breite	Größe
		Kleiner Bär.			
370*	α	1. Der am Ende des Schwanzes	♊ 0°10′	+ 66°	3
5780	δ	2. Der nach diesem im Schwanze	♊ 2°30′	+ 70°	4
5393	ε	3. Der nach diesem vor dem Ansatz des Schwanzes	♊ 16°	+ 74°20′	4
5019	ζ	4. Der südliche der vorangehenden Seite des Vierecks	♊ 29°40′	+ 75°40′	4
5206	η	5. Der nördliche derselben Seite	♋ 3°40′	+ 77°40′	4
4725*	β	6. Der südliche von denen in der nachfolgenden Seite	♋ 17°30′	+ 72°50′	2
4872*	γ	7. Der nördliche derselben Seite . . . . 7 Sterne: 2 zweiter, 1 dritter, 4 vierter Größe. Nicht in das Bild miteinbezogen:	♋ 26°10′	+ 74°50′	2
4611	5	8. Der auf einer Geraden mit den Sternen ($\beta\,\gamma$) in der nachfolgenden Seite, und zwar südlicher stehende	♋ 13°	+ 71°10′	4

a) So im Kommentar p. 242, 5 und 270, 2.

Ambronn	Bayer	Sternbeschreibung	Länge	Breite	Größe
		Großer Bär.			
2865	o	1. Der am Ende der Schnauze	♊ 25° 20′	+ 39° 50′	4
2890	A	2. Der vorangehende von denen in den beiden Augen	♊ 25° 50′	+ 43°	5
			♊ 26° 20′	+ 43°	5
2926	π^2	3. Der nachfolgende derselben	♊ 26° 10′	+ 47° 10′	5
3072	ϱ	4. Der vorangehende von den 2 auf der Stirn	♊ 26° 40′	+ 47°	5
3104*	σ^2	5. Der nachfolgende derselben	♊ 28° 10′	+ 50° 30′	5
3234	d	6. Der am Ende des vorangehenden Ohres	♋ 0° 30′	+ 43° 50′	4
3109	τ	7. Der vorangehende von den 2 am Halse	♋ 2° 30′	+ 44° 20′	4
3219*	h	8. Der nachfolgende derselben	♋ 9°	+ 42°	4
3331	v	9. Der nördlichere von den 2 auf der Brust	♋ 11°	+ 44°	4.5
3336*	φ	10. Der südlichere derselben	♋ 10° 40′	+ 35°	3
3237	ϑ	11. Der am linken Knie			
3066*	ι	12. Der nördlichere von denen am Ende des linken Vorderfußes	♌ 5° 30′	+ 29° 20′	3
			♌ 6° 20′	+ 28° 20′	3
3086	$\varkappa$	13. Der südlichere derselben	♌ 5° 40′	+ 36°	4
3138	e	14. Der oberhalb des rechten Knies . . .	♌ 5° 50′	+ 33°	4
3105	f	15. Der unter dem rechten Knie			
3675*	α	16. Von denen im Viereck der auf dem Rücken	♌ 17° 40′	+ 49°	2
			♌ 22° 10′	+ 44° 30′	2
3669*	β	17. Von denselben der in den Weichen. .	♌ 3° 10′	+ 51°	3
3971*	δ	18. Der am Ansatz des Schwanzes	♌ 8°	+ 46° 30′	2
3885*	γ	19. Der übrige am linken Hinterschenkel.			
3445	λ	20. Der vorangehende von denen am Ende des linken Hinterfußes	♌ 22° 40′	+ 29° 20′	3
			♌ 24° 10′	+ 28° 15′	3
3477	μ	21. Der diesem nachfolgende	♌ 1° 40′	+ 35° 15′	4.3
3705	ψ	22. Der an der linken Kniekehle			
3736*	ν	23. Der nördlichere von denen am Ende des rechten Hinterfußes	♌ 9° 50′	+ 25° 50′	3
			♌ 10° 20′	+ 25°	3
3735*	ξ	24 Der südlichere derselben			
4173*	ε	25. Von den 3 im Schwanz der erste nach dem Ansatz	♌ 12° 10′	+ 53° 30′	2
			♌ 18°	+ 55° 40′	2
4297*	ζ	26. Der mittelste derselben.			
4409*	η	27. Der dritte, d. i. der am Ende des Schwanzes	♌ 29° 50′	+ 54°	2
		27 Sterne: 6 zweiter, 8 dritter, 8 vierter, 5 fünfter Größe.			
		Unter ihm stehende, nicht in das Bild miteinbezogene Sterne:			
4180*	α C. ven.	28. Der unter dem Schwanz abwärts nach Süden zu	♌ 27° 50′	+ 39° 45′	3
			♌ 20° 10′	+ 41° 20′	5
4076	8 C. ven.	29. Der diesem vorangehende schwächere			
3176	40 Linx	30. Der südlichere von denen zwischen den Vorderfüßen ($\iota\varkappa$) des Bären und dem Kopf ($\mu\varkappa$) des Löwen	♋ 15°	+ 17° 15′	4
			♋ 13° 20′	+ 19° 10′	4
3163	38 Linx	31. Der nördlicher von diesem stehende .			
3269	44 L. min.	32. Von den übrigen drei schwachen der nachfolgende.	♋ 16° 10′	+ 20°	schw.
			♋ 12° 10′	+ 22° 30′	schw.
3230	8 L. min.	33. Der diesem vorangehende	♋ 11° 10′	+ 23°	schw.
3255	10 L. min.	34. Der weiter noch letzterem vorangehende			
2821	31 Linx	35. Der zwischen den Vorderfüßen und den Zwillingen.	♋ 0° 0′	+ 22° 15′	schw.
		8 Sterne: 1 dritter, 2 vierter, 1 fünfter Größe, 4 schwache.			

Ambronn	Bayer	Sternbeschreibung	Länge	Breite	Größe
		Drache.			
5431*	μ	1. Der an der Zunge	♎ 26°40′	+ 76°30′	4
5584*	ν	2. Der im Rachen	♏ 11°50′	+ 78°30′	4.3
5567	β	3. Der oberhalb des Auges	♏ 13°10′	+ 75°40′	3
5700	ξ	4. Der an der Kinnlade	♏ 27°20′	+ 80°20′	4
5714*	γ	5. Der oberhalb des Kopfes	♏ 29°40′	+ 75°30′	3
5901*	δ	6. Der nördliche von den 3 auf einer Geraden in der ersten Biegung des Nackens	♐ 24°40′	+ 82°20′	4
5999	ε	7. Der südliche derselben	♐ 2°20′	+ 78°15′	4
5939	ζ	8. Der mittelste derselben	♐ 28°50	+ 80°20′	4
6065*	o	9. Der letzterem östlich nachfolgende	♑ 19°30′	+ 81°30′	4
6271	π	10. Von dem Viereck in der nächsten Windung der südliche der vorangehenden Seite	♑ 8°	+ 81°40′	4
6223	δ	11. Der nördliche der vorangehenden Seite	♑ 20°30′	+ 83°	4
6434*	ε	12. Der nördliche der nachfolgenden Seite	♈ 7°40	+ 78°50′	4
6525	ϱ	13. Der südliche der nachfolgenden Seite	♑ 22°50′	+ 77°50′	4
6340	σ	14. Von dem Dreieck in der nächsten Biegung der südliche	♈ 10°40′	+ 80°30′	5
6116	υ	15. Der vorangehende von den 2 übrigen des Dreiecks	♈ 21°40′	+ 81°20′	5
6257	τ	16. Der nachfolgende derselben	♈ 26°10′	+ 80°15′	5
5654*	ψ	17*. Der vorang. von den 3 im nächsten vorangehenden Dreieck	♊ 13°20′	+ 84°30′	4
5904	χ	18. Von den 2 übrigen des Dreiecks der südliche	♉ 20°20′	+ 87°30′	4
5898*	φ	19. Von den 2 übrigen der nördlichere	♉ 11°50′	+ 84°50′	4
5592	f	20. Von den 2 kleinen westlich des Dreiecks der nachfolgende	♋ 28°40′	+ 87°30	6
5623	ω	21. Der vorangehende derselben	♋ 21°40′	+ 86°50′	6
5310	g	22. Der südlichere von den 3 nächsten auf einer Geraden	♍ 9°	+ 81°15′	5
5388	h	23*. Der mittelste der drei	♍ 9°20′	+ 83°	5
5450	ζ	24. Der nördlichere derselben	♍ 8°20′	+ 84°50′	3
5221*	η	25. Der nördlichere von den 2 westwärts folgenden	♍ 10°	+ 78°	3
5091	ϑ	26. Der südlichere derselben	♍ 10°20′	+ 74°40′	4.3
4880	ι	27. Der westlich von diesen in der Windung am Schwanze	♍ 12°40′	+ 70°	3
4433	i	28. Der vorangehende von den zwei von letzterem ziemlich weit abstehenden	♌ 7°20′	+ 64°40′	4
4493	α	29. Der nachfolgende derselben	♌ 11°10′	+ 65°30′	3
4078	$\varkappa$	30. Der an diese nach dem Schwanz hin anschließende	♋ 19°10′	+ 61°15′	3
3782	λ	31. Der letzte am Ende des Schwanzes. 31 Sterne: 8 dritter, 16 vierter, 5 fünfter, 2 sechster Größe.	♋ 13°10′	+ 56°15	3
		Cepheus.			
6578*	$\varkappa$	1. Der im rechten Fuß	♉ 5°	+ 75°40′	4
7676	γ	2. Der im linken Fuß	♉ 3°	+ 64°15′	4
7014*	β	3. Der unter dem Gürtel an der rechten Seite	♈ 7°20′	+ 71°10′	4
6945*	α	4. Der über der rechten Schulter berührende	♑ 16°40′	+ 69°	3

Anm. Zu den mit * bezeichneten Reihenzahlen der dritten Spalte s. Anm. 4.

Ambronn	Bayer	Sternbeschreibung	Länge	Breite	Größe
6754	η	5. Der über dem rechten Ellbogen berührende	♑ 9°20′	+ 72°	4
6660	ϑ	6. Der unter demselben Ellbogen gleichfalls berührende	♑ 10°	+ 74°	4
7182*	ξ	7. Der auf der Brust	♑ 28°30′	+ 65°30′	5
7430	ι	8. Der an dem linken Arm	♐ 7°30′	+ 62°30′	4.3
7252	ε	9. Von den 3 in der Tiara der südliche	♑ 16°20′	+ 60°15′	5
7225	ζ	10. Der mittelste der drei	♑ 17°20′	+ 61°15′	4
7229	λ	11. Der nördlichere der drei	♑ 19°	+ 61°20′	5
		11 Sterne: 1 dritter, 7 vierter, 3 fünfter Größe.			
		Nicht in das Bild miteinbezogene Sterne:			
7085*	μ	12. Der der Tiara vorangehende	♑ 13°40′	+ 64°	5
7324*	δ	13. Der der Tiara nachfolgende	♑ 21°20′	+ 59°30′	4
		2 Sterne: 1 vierter, 1 fünfter Größe.			
		Bootes.			
4526*	$\varkappa$	1. Der vorangehende von den 3 in der linken Hand	♍ 2°20′	+ 58°40′	5
4544*	ι	2. Der mittelste südlichere der drei	♍ 4°10′	+ 58°20′	5
4590	ϑ	3. Der nachfolgende der drei	♍ 5°20	+ 60°10′	5
4543	λ	4. Der am linken Ellbogen	♍ 9°40	+ 54°40′	5
4614	γ	5. Der an der linken Schulter	♍ 19°40′	+ 49°	3
4760*	β	6. Der im Kopf	♍ 26°40′	+ 53°50′	4.3
4825*	δ	7. Der an der rechten Schulter	♎ 5°40′	+ 48°40′	4.3
4869*	μ	8*. Der nördlichere als letzterer an der Keule	♎ 5°40′	+ 53°15′	4
4898	ν	9. Der noch nördlichere am Ende der Keule	♎ 5°	+ 57°30′	4
4820	χ	10. Von den 2 unterhalb der Schulter in der Keule der nördlichere	♎♎ 7°40′	+ 46°30′	4.3
—	—	11*. Der südlichere derselben	♎♎ 8°30′	+ 45°30′	5
4784	c	12. Der am Ende der rechten Hand	♎♎ 8°10′	+ 41°20′	5
4768	ψ	13. Von den 2 an der Handwurzel der vorangehende	♎♎ 6°40′	+ 41°40′	5
4788	b	14. Der nachfolgende derselben	♎♎ 7°	+ 42°30′	5
4758	ω	15. Der am Ende des Griffs der Keule	♎♎ 7°20′	+ 40°20′	5
4673	ε	16. Der am rechten Schenkel im Schurzfell	♎♎ 0° 0′	+ 40°15′	3
4625	σ	17. Von den 2 im Gürtel der nachfolgende	♏ 25°40′	+ 41°40′	4
4610	ϱ	18. Der vorangehende derselben	♏ 25°	+ 42°10′	4.3
4648*	ζ	19. Der an der rechten Ferse	♎ 5°20′	+ 28°	3
4441*	η	20. Von den 3 in dem linken Schienbein der nördliche	♍ 21°20′	+ 28°	3
4401	τ	21. Der mittelste der drei	♍ 20°30′	+ 26°30′	4
4415	υ	22. Der südliche derselben	♍ 21°20′	+ 25°	4
		22 Sterne: 4 dritter, 9 vierter, 9 fünfter Größe.			
		Nicht in das Bild miteinbezogen:			
4534*	α	23. Der rötliche zwischen den Schenkeln, der sog. Arktur	♍ 27°	+ 31°30′	1
		1 Stern erster Größe.			

Ambronn	Bayer	Sternbeschreibung	Länge	Breite	Größe
		Nördliche Krone.			
4920*	α	1. Der glänzende in der Krone	♋ 14°40′	+ 44°30′	2.1
4884*	β	2. Der allen vorangehende	♋ 11°40′	+ 46°30′	4.3
4908	ϑ	3. Der diesem nachfolgende nördlichere	♋ 11°50′	+ 48°	5
4970	π	4. Der weiter diesem nachfolgende nördlichere	♋ 13°40′	+ 50°30′	6
4966*	γ	5. Der dem glänzenden südwärts nachfolgende	♋ 17°10′	+ 44°45′	4
5004	δ	6. Der weiter diesem nahe nachfolgende	♋ 19°10′	+ 44°50′	4
5056	ε	7. Der hinter diesen wieder nachfolgende	♋ 21°20′	+ 46°10′	4
5078	ι	8. Der allen in der Krone nachfolgende	♋ 21°40′	+ 49°20′	4
		8 Sterne: 1 zweiter, 5 vierter, 1 fünfter, 1 sechster Größe.			
		Herkules.			
5460*	α	1. Der im Kopf	♏ 17°40′	+ 37°30′	3
5239*	β	2. Der an der rechten Schulter neben der Achsel	♏ 3°40′	+ 43°	3
5189*	γ	3. Der am rechten Arm	♏ 1°40′	+ 40°10′	3
5111*	$\varkappa$	4. Der am rechten Ellbogen	♋ 28°	+ 37°10′	4
5462*	δ	5. Der an der linken Schulter	♏ 16°40′	+ 48°	3
5561*	λ	6. Der am linken Arm	♏ 22°	+ 49°30′	4.3
5645*	μ	7. Der am linken Ellbogen	♏ 27°40′	+ 52°	4.3
5770	o	8. Von den 3 an der linken Handwurzel der nachfolgende	♐ 5°30′	+ 52°50′	4.3
5716	ν	9. Von den übrigen 2 der nördliche	♐ 1°40′	+ 54°	4.3
5710	ξ	10. Der südlichere derselben	♐ 1°30′	+ 53°	4
5298*	ζ	11. Der in der rechten Seite	♏ 3°50′	+ 50°40′	3
5394	ε	12*. Der in der linken Seite	♏ 10°10′	+ 53°30′	5
5401	d	13. Der nördlichere als dieser am linken Hinterbacken	♏ 10°	+ 56°30′	5
5436	c	14. Der am Ansatz desselben Schenkels	♏ 11°10′	+ 58°30	3
5471	π	15. Von den 3 am linken Schenkel der vorangehende	♏ 14°	+ 59°50′	4
5486	e	16. Der diesem nachfolgende	♏ 15°20′	+ 60°20′	4
5528*	ϱ	17. Der weiter diesem nachfolgende	♏ 16°20′	+ 61°15′	4.3
5705	ϑ	18. Der am linken Knie	♐ 0°50′	+ 61°	4
5613	ι	19. Der am linken Schienbein	♏ 22°10′	+ 69°20′	4
5549	$\varkappa$	20. Von den 3 am Ende des linken Fußes der vorangehende	♏ 15°20′	+ 70°15′	6
5601	γ	21. Der mittelste der drei	♏ 16°50′	+ 71°15′	6
5687	z	22. Der nachfolgende derselben	♏ 19°40′	+ 72°15′	6
5307	η	23. Der am Ansatz des rechten Schenkels	♏ 0°40′	+ 60°15′	4.3
5258	σ	24. Der nördlichere als dieser an demselben Schenkel	♋ 25°20′	+ 63°	4
5185	τ	25. Der am rechten Knie	♋ 15°40′	+ 65°30′	4.3
5125	φ	26. Von den 2 unter dem rechten Knie der südlichere	♋ 13°40′	+ 63°40′	4
5090	υ	27. Der nördlichere derselben	♋ 10°10′	+ 64°15′	4
5029	χ	28. Der an der rechten Wade	♋ 11°10′	+ 60°	4
		[Der am Ende des rechten Fußes ist derselbe wie der (ν) am Ende der Keule (des Bootes). Ohne diesen]			
		28 Sterne: 6 dritter, 17 vierter, 2 fünfter, 3 sechster Größe.			

Ambronn	Bayer	Sternbeschreibung	Länge	Breite	Größe
		Nicht in das Bild miteinbezogen:			
5207*	ω	29. Der südlicher als der am rechten Arm (γ) stehende	♍ 2°40′	+ 38°10′	5
		1 Stern fünfter Größe.			
		Leier.			
5961*	α	1. Der glänzende an der Muschel, die sog. Leier (Wega)	♐ 17°20′	+ 62°	1
6001*	ε	2. Von den 2 neben ihm dicht beisammen stehenden der nördliche	♐ 20°20′	+ 62°40′	4.3
6005*	ζ	3. Der südlichere derselben	♐ 20°20	+ 61°	4.3
6078	δ	4. Der diesen nachfolgende in der Mitte zw. dem Ansatz der Hörner	♐ 23°40′	+ 60°	4
6211*	η	5. Von den 2 dicht beisammen stehenden auf der östlichen Seite der Muschel der nördliche	Jede 2°	+ 61°20′	4
6226	ϑ	6. Der südlichere derselben	Jede 1°40′	+ 60°20′	4
6046*	β	7. Von den 2 vorangehenden am Steg der nördlichere	♐ 21°	+ 56°10′	3
6042	ν	8. Der südlichere derselben	♐ 20°50′	+ 55°	4.5
6112*	γ	9. Von den 2 nachfolgenden am Steg der nördlichere	♐ 24°10′	+ 55°20′	3
6123	λ	10*. Der südlichere derselben	♐ 24°10′	+ 54°45′	4.5
		10 Sterne: 1 erster, 2 dritter, 7 vierter Größe.			
		Schwan.			
6308*	β	1. Der am Schnabel	Jede 4°30′	+ 49°	3
6352	φ	2. Der diesem nachfolgende im Kopf	Jede 9°	+ 50°30′	5
6463	η	3. Der mitten am Hals	Jede 16°20′	+ 54°30′	4.3
6615	γ	4. Der an der Brust	Jede 28°30′	+ 57°20′	3
6726*	α	5. Der glänzende im Schwanz	Jede 9°10′	+ 60°	2
6393*	δ	6. Der im Bug des rechten Flügels	Jede 19°20′	+ 64°40′	3
6344	ϑ	7. Von den 3 im rechten Fittig d. südliche	Jede 22°30′	+ 69°40′	4
6310	ι	8. Der mittelste von den drei	Jede 21°10′	+ 71°30′	4.3
6236	$\varkappa$	9. Der nördliche derselben am Ende des Fittigs	Je 16°40′	+ 74°	4.3
6747	ε	10. Der im Bug des linken Flügels	♒ 0°50′	+ 49°30′	3
6759*	λ	11. Der nördlichere derselben in der Mitte desselben Flügels	♒ 3°50′	+ 52°10′	4.3
6899	ζ	12. Der am Ende des Fittigs des linken Flügels	♒ 6°40	+ 44°	3
6816	ν	13. Der im linken Fuße	♒ 10°	+ 55°10′	4.3
6868	ξ	14. Der am linken Knie	♒ 14°30′	+ 57°	4.3
6562	o^1	15. Von den 2 im rechten Fuße der vorangehende	♒ 1°10′	+ 64°	4
6564	o^2	16. Der nachfolgende derselben	♒ 2°40′	+ 64°30′	4
6662	ω^2	17. Der nebelförmige am rechten Knie	♒ 12°10′	+ 64°45′	5
		17 Sterne: 1 zweiter, 5 dritter, 9 vierter, 2 fünfter Größe.			
		Nicht in das Bild miteinbezogene Sterne:			
6915*	τ	18. Von den 2 unter dem linken Flügel der südlichere	♒ 10°40′	+ 49°40′	4.3
6927	σ	19. Der nördlichere derselben	♒ 13°50′	+ 51°40′	4.3
		2 Sterne vierter Größe.			

Ambronn	Bayer	Sternbeschreibung	Länge	Breite	Größe
		Kassiopeja.			
131	ζ	1. Der im Kopf	♈ 7°50′	+ 45°20′	4.3
144*	α	2. Der auf der Brust	♈ 10°50′	+ 46°45′	3
191*	η	3. Der nördlichere als dieser im Gürtel	♈ 13°	+ 47°50′	4
231	γ	4. Der über dem Sessel in der Gegend der Schenkel	♈ 16°40′	+ 49°	3.2
353	δ	5. Der an den Knien	♈ 20°40′	+ 45°30′	3
480	ε	6. Der an dem Sehienbein	♈ 27°	+ 47°45′	4
637*	ι	7. Der am Ende des Fußes	♉ 1°40′	+ 47°20′	4
279	μ	8. Der am linken Arm	♈ 14°40′	+ 44°20′	4
302	ϑ	9. Der unterhalb des linken Armbugs	♈ 17°40′	+ 45°	5
7761*	σ	10. Der am rechten Ellbogen	♈ 2°20′	+ 50°	6
115	$\varkappa$	11. Der oberhalb des Fußes des Throns	♈ 15°	+ 52°40′	4.5
19	β	12. Der in der Mitte der Lehne	♈ 7°50′	+ 51°40′	3
7739	ϱ	13. Der am Ende der Lehne	♈ 3°40′	+ 51°40′	6
		13 Sterne: 4 dritter, 6 vierter, 1 fünfter, 2 sechster Größe.			
		Perseus.			
602*	h	1. Der Nebelfleck am Ende der rechten Hand	♈ 26°40′	+ 40°30′	neb.
745*	η	2. Der am rechten Armbug	♉ 1°10′	+ 37°30′	4
822	γ	3. Der an der rechten Schulter	♉ 2°40′	+ 34°30′	3.4
716*	ϑ	4. Der an der linken Schulter	♈ 27°30′	+ 32°20′	4
763	τ	5. Der im Kopf	♉ 0°40′	+ 34°30′	4
842	ι	6. Der im Raum zwischen den Schultern	♉ 1°30′	+ 31°10′	4
919*	α	7. Der glänzende in der rechten Seite	♉ 4°50′	+ 30°	2
947	σ	8. Von den drei nach dem in der Seite der vorangehende	♉ 5°20′	+ 27°50′	4
978	ψ	9. Der mittelste der drei	♉ 7°	+ 27°40′	4
1006	δ	10. Der nachfolgende derselben	♉ 7°40′	+ 27°20′	3
845	$\varkappa$	11. Der am linken Armbug	♉ 0°30′	+ 27°	4
840*	β	12. Von denen im Medusenhaupte der glänzende	♈ 29°40′	+ 23°	2
850	ω	13. Der diesem nachfolgende	♈ 29°10′	+ 21°	4
827*	ϱ	14. Der dem glänzenden vorangehende	♈ 27°40′	+ 21°	4
788	π	15. Der weiter diesem vorangehende letzte	♈ 26°50′	+ 22°15′	4
1186	b	16. Der am rechten Knie	♉ 14°50′	+ 28°	4
1129	λ	17. Der ihm vorangehende über dem Knie	♉ 13°	+ 28°10′	4
1142	c	18. Von den 2 oberhalb der Kniekehle der vorangehende	♉ 12°20′	+ 25°	4
1169*	μ	19. Der nachfolgende an der Kniekehle selbst	♉ 14°	+ 26°15′	4
1209	d	20. Der an der rechten Wade	♉ 14°10′	+ 24°30′	5
1303	e	21. Der am rechten Fußknöchel	♉ 16°20′	+ 18°45′	5
1019	ν	22. Der am linken Schenkel	♉ 6°50′	+ 21°50′	4.3
1096*	ε	23. Der am linken Knie	♉ 8°40′	+ 19°15′	3
1102	ξ	24. Der an der linken Wade	♉ 8°20′	+ 14°45′	4
1016*	o	25. Der an der linken Ferse	♉ 4°10′	+ 12°	3.4
1079*	ζ	26. Der ihm nachfolgende am Ende des linken Fußes	♉ 6°20′	+ 11°	3.2
		26 Sterne: 2 zweiter, 5 dritter, 16 vierter, 2 fünfter Größe, 1 nebelförmiger.			

Ambronn	Bayer	Sternbeschreibung	Länge	Breite	Größe
		Nicht in das Bild miteinbezogene Sterne:			
1172	f	27. Der östlich von dem am linken Knie (ε)	♉ 11°50′	+ 18°	5
1178	H34 Cam.	28. Der nördlich von denen am rechten Knie	♉ 15°	+ 31°	5
750	16	29. Der denen im Medusenhaupt vorangehende	♈ 24°40′	+ 20°40′	schw.
		3 Sterne: 2 fünfter Größe, 1 schwacher.			
		Fuhrmann.			
1821	δ	1. Von den 2 am Kopf der südlichere . .	♊ 2°30′	+ 30°	4
1785	ξ	2. Der nördlichere über dem Kopf . . .	♊ 2°20′	+ 31°50′	4
1518*	α	3. Der an der linken Schulter, die sog. Capella	♉ 25°	+ 22°30′	1
1831	β	4. Der an der rechten Schulter	♊ 2°50′	+ 20°	2
1773	ν	5. Der am rechten Armbug	♊ 1°10′	+ 15°15′	4
1837*	ϑ	6. Der an der rechten Handwurzel . . .	♊ 2°50′	+ 13°20′	4.3
1435*	ε	7. Der am linken Armbug	♉ 22°	+ 20°40′	4.3
1461	η	8. Von den 2 an der linken Handwurzel, den sog. Zicklein, der nachfolgende	♉ 22°10′	+ 18°	4.3
1440	ζ	9. Der vorangehende derselben	♉ 22°	+ 18°	4
1409	ι	10. Der am linken Fußknöchel	♉ 19°50′	+ 10°10′	3.4
1589*	γ	11. Der am rechten Fußknöchel, gemeinsam mit dem Horn (β Tauri)	♉ 25°40′	+ 5°	3.2
1629	χ	12. Der nördlich des letzteren im Gewandsaum	♉ 26°	+ 8°30′	5
1600	φ	13. Der noch nördlichere als dieser am Hinterbacken	♉ 26°20′	+ 12°10′	5
1387	2	14. Der kleine über dem linken Fuß . . . 14 Sterne: 1 erster, 1 zweiter, 2 dritter, 7 vierter, 2 fünfter, 1 sechster Größe.	♉ 20°40′	+ 16°	6
		Schlangenträger.			
5585*	α	1. Der im Kopf	♏ 24°50′	+ 36°	3.2
5627	β	2. Von den 2 an der rechten Schulter der vorangehende	♏ 28°	+ 27°15′	4.3
5649	γ	3. Der nachfolgende derselben	♏ 29°	+ 26°30′	4
5357	ι	4. Von den 2 an der linken Schulter der vorangehende	♏ 13°20′	+ 33°	4
5374	$\varkappa$	5. Der nachfolgende derselben	♏ 14°40′	+ 31°50′	4
5238*	λ	6. Der am linken Armbug	♏ 8°20′	+ 24°30′	4
5153*	δ	7. Von den 2 am Ende der linken Hand der vorangehende	♏ 5°	+ 17°	3
5169	ε	8. Der nachfolgende derselben	♏ 6°	+ 16°30′	3
5594	μ	9. Der am rechten Armbug	♏ 26°40′	+ 15°	4
5707	ν	10. Von den 2 am Ende der rechten Hand der vorangehende	♐ 2°20′	+ 13°40′	4.5
5737*	π	11. Der nachfolgende derselben	♐ 3°20′	+ 14°20′	4
5438*	η	12. Der am rechten Knie	♏ 21°10′	+ 7°30′	3
5491	ξ	13*. Der an dem rechten Schienbein . . .	♏ 23°40′	+ 2°15′	4.3
5455*	A	14. Von den 4 im rechten Fuß der vorangehende	♏ 23°	— 2°15′	4
5499	ϑ	15. Der diesem nachfolgende	♏ 24°20′	— 1°30′	4.3
5529	b	16. Der weiter letzterem nachfolgende . .	♏ z5°	— 0°20′	4

Ambronn	Bayer	Sternbeschreibung	Länge	Breite	Größe
5556	51	17. Der letzte nachfolgende von den vier.	♏ 25°50′	— 0°15′	5
5618	58	18. Der diesen nachfolgende, der die Ferse berührt	♏ 27°10′	+ 1°	5
5265	ζ	19. Der am linken Knie	♏ 12°10′	+ 11°50′	3
5237	φ	20. Von den 3 auf einer Geraden an dem linken Schienbein der nördliche	♏ 11°40′	+ 5°20′	5.4
5208	χ	21. Der mittelste derselben	♏ 10°40′	+ 3°10′	5
5197	ψ	22. Der südliche der drei	♏ 9°50′	+ 1°40′	5.4
5242	ω	23. Der an der linken Ferse	♏ 12°20′	+ 0°40′	5
5203*	ϱ	24. Der die Höhlung des linken Fußes berührende 24 Sterne: 5 dritter, 13 vierter, 6 fünfter Größe.	♏ 10°40′	— 0°45′	4
		Nicht in das Bild miteinbezogene Sterne:			
5721	66	25. Der nördliche von den 3 östlich der rechten Schulter	♐ 2°	+ 28°10′	4
5724*	67	26. Der mittelste der drei	♐ 2°40′	+ 26°20′	4
5730*	68	27. Der südliche derselben	♐ 3°	+ 25°	4
5752*	70	28. Der den 3 nachfolgende über dem mittelsten	♐ 3°40′	+ 27°	4
5767	72	29. Der alleinstehende nördlichere als die vier 5 Sterne vierter Größe.	♐ 4°40′	+ 33°	4
		Schlange.			
4960	ι	1. Von dem Viereck im Kopfe der am Ende der Kinnlade	♎ 18°50′	+ 38°	4
5014	ϱ	2. Der die Nüstern berührende	♎ 21°40′	+ 40°	4
5045	γ	3. Der am Schlaf	♎ 24°20′	+ 36°	3
4984*	β	4. Der am Ansatz des Nackens	♎ 22°	+ 34°15′	3
4995	$\varkappa$	5. Der in der Mitte des Vierecks im Rachen	♎ 21°20′	+ 37°15′	4
5081	π	6. Der außerhalb nördlich des Kopfes	♎ 26°10′	+ 42°30′	4
4918*	δ	7. Der nach der ersten Krümmung des Nackens	♎ 21°40′	+ 29°15′	3
4985	λ	8. Von den 3 nach diesem der nördliche	♎ 24°50′	+ 26°30′	4
4969	α	9. Der mittelste der drei	♎ 24°20′	+ 25°20′	3
5007	ε	10. Der südliche derselben	♎ 26°20′	+ 24°	3
4996	μ	11. Der nach der folgenden Krümmung der linken Hand ($\varepsilon\,\delta$) des Schlangenträgers vorangehende	♎ 28°50′	+ 16°30′	4
5217	υ Oph.	12. Der den Sternen in der Hand nachfolgende	♏ 8°10′	+ 13°15′	5
5493*	ν	13. Der nach dem rechten Hinterschenkel des Schlangenträgers	♏ 23°40′	+ 10°30′	4
5588	ξ	14. Von den 2 ihm nachfolgenden der südlichere	♏ 27°	+ 8°30′	4.3
5606	o	15. Der nördlichere derselben	♏ 27°50′	+ 10°50′	4
5719	ζ	16. Der nach der rechten Hand ($\nu\,\tau$) an der Krümmung des Schwanzes	♐ 3°40′	+ 20°	4
5854	η	17. Der diesem nachfolgende, gleichfalls im Schwanze	♐ 8°40′	+ 21°10′	4.3
6081*	ϑ	18. Der am Ende des Schwanzes 18 Sterne: 5 dritter, 12 vierter, 1 fünfter Größe.	♐ 18°20′	+ 27°	4

Ambronn	Bayer	Sternbeschreibung	Länge	Breite	Größe
		Pfeil.			
6481	γ	1. Der einzeln stehende an der Spitze . .	10°10′	+ 39°20′	4
6407*	ζ	2. Von den 3 am Schaft der nachfolgende	6°40′	+ 39°10′	6
6400	δ	3. Der mittelste derselben	5°50′	+ 39°30′	5
6354	α	4. Der vorangehende von den drei . . .	4°40′	+ 39°	5
6360	β	5. Der am Ende des Einschnitts am Schaft	3°20′	+ 38°40′	5
		5 Sterne: 1 vierter, 3 fünfter, 1 sechster Größe.			
		Adler.			
6512	τ	1. Der in der Mitte des Kopfes	7°10′	+ 26°50′	4
6451*	β	2. Der diesem vorangehende am Halse .	4°50′	+ 27°10′	3
6411*	α	3. Der glänzende auf dem Rücken, der sog. Atair	3°50′	+ 29°10′	2.1
6415	o	4. Der nördlich in der Nähe des letzteren stehende	4°40′	+ 30°	3.4
6390*	γ	5. Von den 2 an der linken Schulter der vorangehende	3°10′	+ 31°30′	3
6458	φ	6. Der nachfolgende derselben	6°	+ 31°30′	5
6317	μ	7. Von den 2 an der rechten Schulter der vorangehende	29°40′	+ 28°40′	5
6349	σ	8. Der nachfolgende derselben	1°10′	+ 26°40′	5.4
6155*	ζ	9. Der unter dem Schwanze des Adlers weiter ab stehende, der die Milchstraße berührt	22°10′	+ 36°40′	3
		9 Sterne: 1 zweiter, 4 dritter, 1 vierter, 3 fünfter Größe.			
		Sterne bei dem Adler, welche den Antinous bilden.			
6423*	η	10. Von den 2 südlich des Kopfes des Adlers der vorangehende	3°40′	+ 21°40′	3
6546	ϑ	11. Der nachfolgende derselben	8°50′	+ 19°10′	3
6275	δ	12. Der südwestlich von der rechten Schulter des Adlers	26°	+ 25°	4.3
6331	ι	13. Der südlich von letzterem stehende .	28°30′	+ 20°	3
6330	$\varkappa$	14*. Der noch südlichere als dieser . . .	29°40′	+ 15°30′	5
6156	λ	15. Der allen vorangehende	21°10′	+ 18°10′	3
		6 Sterne: 4 dritter, 1 vierter, 1 fünfter Größe.			
		Delphin.			
6664	ε	1. Von den 3 im Schwanze der vorangehende	17°40′	+ 29°10′	3.4
6689	ι	2. Von den übrigen 2 der nördlichere . .	18°40′	+ 29°	4.5
6703	$\varkappa$	3. Der südlichere derselben	18°40′	+ 27°45′	4
6688*	β	4. Von denen im rhombusförmigen Viereck der südliche der vorangeh. Seite .	18°30′	+ 32°	3.4
6713	α	5. Der nördlichere der vorangehenden Seite	20°10′	+ 33°30′	3.4
6729	δ	6. Von der nachfolgenden Seite des Rhombus der südliche	21°20′	+ 32°	3.4
6746*	γ	7. Der nördliche der nachfolgenden Seite	23°10′	+ 33°10′	3.4
6670	η	8. Von den 3 zwischen Schwanz und Rhombus der südliche	17°30′	+ 30°15′	6

Ambronn	Bayer	Sternbeschreibung	Länge	Breite	Größe
6678	ζ	9. Von den übrigen 2 nördlichen der vorangehende	Jede	17°30′	+ 31°50′	6
6695	ϑ	10. Der übrige nachfolgende derselben . . 10 Sterne: 5 dritter, 2 vierter, 3 sechster Größe.		19°	+ 31°30′	6
		Füllen.				
6916	α	1. Von den 2 im Kopf der vorangehende	Jede	26°20′	+ 20°30′	schw.
6958	β	2. Der nachfolgende derselben		28°	+ 20°40′	schw.
6886*	γ	3. Von den 2 am Maule der vorangehende		26°20′	+ 25°30′	schw.
6908*	δ	4. Der nachfolgende derselben . . . . . 4 schwache Sterne.		27°40′	+ 25°	schw.
		Pferd.				
14*	α Andr.	1. Der am Nabel, zugleich im Kopf der Andromeda	♓	17°50′	+ 26°	2.3
34	γ	2. Der an der Hüfte und am Ende des Flügels	♓	12°10′	+ 12°30′	2.3
7499*	β	3. Der an der rechten Schulter und am Ansatz des Beins	♓	2°10′	+ 31°	2.3
7503*	α	4. Der auf dem Rücken und an der Schulter des Flügels	♒	26°40′	+ 19°40′	2.3
7588	τ	5. Von den 2 im Rumpf unter dem Flügel der nördlichere	♓	4°30′	+ 25°30′	4
7610	υ	6. Der südlichere derselben	♓	5°	+ 25°	4
7393	η	7. Von den 2 im rechten Knie der nördlichere	♒	29°	+ 35°	3
7385	o	8. Der südlichere derselben	♒	28°30′	+ 34°30′	5
7404	λ	9. Von den 2 dicht nebeneinander auf der Brust der vorangehende	♒	26°10′	+ 29°	4
7421	μ	10. Der nachfolgende derselben	♒	27°	+ 29°30′	4
7378	ζ	11. Von den 2 dicht nebeneinander am Halse der vorangehende	♒	18°50′	+ 18°	3
7403	ξ	12. Der nachfolgende derselben	♒	20°30′	+ 19°	4
7453	ϱ	13. Von den 2 in der Mähne der südlichere	♒	21°20′	+ 15°	5
7432	σ	14. Der nördlichere derselben	♒	20°30′	+ 16°	5
7213	ϑ	15. Von den 2 dicht nebeneinander im Kopf der nördlichere	♒	9°20′	+ 16°30′	3
7180	ν	16. Der südlichere derselben	♒	8°	+ 16°	4
7077*	ε	17. Der am Maule	♒	5°20′	+ 22°30′	3.2
7217	π	18. Der am rechten Knöchel	♒	23°20′	+ 41°10′	4.3
7193	ι	19. Der am linken Knie	♒	17°20′	+ 34°15′	4.3
7084*	$\varkappa$	20. Der am linken Knöchel . . . . . 20 Sterne: 4 zweiter, 4 dritter, 9 vierter, 3 fünfter Größe.	♒	12°20′	+ 36°50′	4.3
		Andromeda.				
141	δ	1. Der in dem Raume zwischen den Schultern	♓	25°20′	+ 24°30′	3
132	π	2. Der an der rechten Schulter	♓	26°20	+ 27°	4
139	ε	3. Der an der linken Schulter	♓	24°20′	+ 23°	4
61	σ	4. Von den 3 am rechten Arm der südliche	♓	23°40′	+ 32°	4

Ambronn	Bayer	Sternbeschreibung	Länge	Breite	Größe
55	ϑ	5. Der nördliche derselben	♑ 24° 40′	+ 33° 30′	4
73	ϱ	6. Der mittelste der drei	♑ 25°	+ 32° 20′	5
7668	ι	7. Von den 3 am Ende der rechten Hand der südliche	♑ 19° 40′	+ 41°	4
7678	$\varkappa$	8. Der mittelste derselben	♑ 20° 40′	+ 42°	4
7666	λ	9. Der nördliche der drei	♑ 22° 10′	+ 44°	4
188	ζ	10. Der am linken Arm	♑ 24° 10′	+ 17° 30′	4
238	η	11. Der am linken Armbug	♑ 2.° 40′	+ 15° 50′	4
295*	β	12. Von den 3 über dem Gürtel der südliche	♈ 3° 50′	+ 26° 20′	3
236	μ	13*. Der mittelste derselben	♈ 2°	+ 30°	4
198	ν	14. Der nördliche der drei	♈ 1° 50′	+ 32° 30′	4
544*	γ	15. Der über dem linken Fuß	♈ 16° 50′	+ 28°	3
438	φ Pers.	16. Der im rechten Fuß	♈ 17° 10′	+ 37° 20′	4.5
410	υ Pers.	17. Der südlichere als dies r.	♈ 15° 10′	+ 35° 40′	4.3
404	υ	18. Von den 2 in der linken Kniekehle der nördlichere	♈ 12° 20′	+ 29°	4
423	$\varkappa$	19. Der südlichere derselben	♈ 12°	+ 28°	4
293	φ	20. Der am rechten Knie	♈ 10° 10′	+ 35° 30′	5
341	ξ	21. Von den 2 in der Schleppe der nördlichere	♈ 12° 40′	+ 34° 30′	5
368	ω	22. Der südlichere derselben	♈ 14° 10′	+ 32° 30′	5
7489	o	23. Der den 3 am Ende der rechten Hand außerhalb vorangehende 23 Sterne: 4 dritter, 15 vierter, 4 fünfter Größe.	♑ 11° 40′	+ 44°	3

		Triangel.			
482	α	1. Der an der Spitze des Dreiecks	♈ 11°	+ 16° 30′	3
564	β	2. Von den 3 an der Grundlinie der vorangehende	♈ 16°	+ 20° 40′	3
598	δ	3. Der mittelste derselben	♈ 16° 20′	+ 19° 40′	4
600	γ	4. Der nachfolgende der drei 4 Sterne: 3 dritter, 1 vierter Größe.	♈ 16° 50′	+ 19°	3

In nördlichen Sternbildern in Summa 360 Sterne: 3 erster, 18 zweiter, 81 dritter, 177 vierter, 58 fünfter, 13 sechster Größe; 9 schwache, 1 nebelförmiger.

B. Sternbilder des Tierkreises.

		Widder.			
483*	γ	1. Von den 2 im Horn der vorangehende	♈ 6° 40′	+ 7° 20′	3.4
492	β	2. Der nachfolgende derselben	♈ 7° 40′	+ 8° 20′	3
584	η	3. Von den 2 an der Schnauze der nördlichere	♈ 11°	+ 7° 40′	5
604	ϑ	4. Der südlichere derselben	♈ 11° 30′	+ 6°	5
502	ι	5*. Der am Halse	♈ 6° 50′	+ 5° 50′	5
693	ν	6. Der an der Hüfte	♈ 17° 40′	+ 6°	6
797*	ε	7. Der am Ansatz des Schwanzes	♈ 21° 20′	+ 4° 50′	5

Ambronn	Bayer	Sternbeschreibung	Länge	Breite	Größe
855	δ	8. Von den 3 im Schwanze der vorangehende	♈ 23°50′	+ 1°40′	4
874	ζ	9. Der mittelste der drei	♈ 25°20′	+ 2°30′	4
908	τ	10. Der nachfolgende derselben	♈ 27°	+ 1°50′	4
776	ϱ	11 Der am Hinterschenkel	♈ 19°40′	+ 1°30′	5
756	σ	12. Der unter der Kniekehle	♈ 18°	— 1°30′	5
729	38	13*. Der am Ende des Hinterbeins 13 Sterne: 2 dritter, 4 vierter, 6 fünfter, 1 sechster Größe.	♈ 15°	— 5°15′	4.3
		Nicht in das Bild miteinbezogene Sterne:			
559	α	14. Der über dem Kopf, den Hipparch an die Schnauze setzt	♈ 10°40′	+ 10°30′	3.2
749*	c	15. Von den 4 über der Hüfte der nachfolgende glänzendere	♈ 21°40′	+ 10°10′	4
737	39	16. Von den übrigen 3 schwächeren der nördliche	♈ 21°20′	+ 12°40′	5
720	35	17. Der mittelste der drei	♈ 19°40′	+ 11°10′	5
702*	33	18. Der südliche derselben 5 Sterne: 1 dritter, 1 vierter, 3 fünfter Größe.	♈ 19°10′	+ 10°40′	5
		Stier.			
959	f	1. Von den 4 am Abschnitt der nördliche	♈ 26°20′	— 6°	4
955	s	2. Der an ihn anschließende	♈ 26°	— 7°15′	4
935	ξ	3. Der weiter an diesen anschließende	♈ 24°20′	— 8°30′	4
929	o	4. Der südlichste der vier	♈ 24°20′	— 9°15′	4
1053*	e	5. Der diesen nachfolgende am rechten Schulterblatt	♈ 29°40′	— 9°30′	5
1109*	λ	6. Der an der Brust	♉ 3°40′	— 8°	3
1182	μ	7. Der am rechten Knie	♉ 6°40′	— 12°40′	4
1120	ν	8. Der am rechten Knöchel	♉ 3°	— 14°50′	4
1320	c^1	9. Der am linken Knie	♉ 12°10′	— 10°	4
1305*	d	10*. Der am linken Ellbug	♉ 10°20′	— 13°	4
1205	γ	11. Von den sog. Hyaden in der Stirn der an den Nüstern	♉ 9°	— 5°45′	3.4
1230	δ^1	12. Der zwischen diesem und dem nördlichen Auge (ε)	♉ 10°20′	— 4°15′	3.4
1264*	ϑ^1	13. Der zwischen ihm (γ) und dem südlichen Auge (α)	♉ 10°50′	— 5°50′	3.4
1306*	α	14. Der rötliche glänzende der Hyaden im südlichen Auge	♉ 12°40′	— 5°10′	1
1263	ε	15. Der übrige (der Hyaden) im nördlichen Auge	♉ 11°50′	— 3°	3.4
1383	i	16. Der am Ansatz des südlichen Horns und des Ohres	♉ 17°30′	— 4°	4
1473	m	17. Von den 2 am südlichen Horn der südlichere	♉ 20°20′	— 5°	5
1475	l	18. Der nördlichere derselben	♉ 20°	— 3°30′	5
1681	ζ	19. Der an der Spitze des südlichen Horns	♉ 27°40′	— 2°30′	3
1342*	τ	20*. Der am Ansatz des nördlichen Horns	♉ 15°40′	— 0°15′	4
1589*	β	21. Der an der Spitze des nördlichen Horns, derselbe wie der am rechten Fuße (γ) des Fuhrmanns	♉ 25°40′	+ 5°	3

Ambronn	Bayer	Sternbeschreibung	Länge	Breite	Größe
1248	ν^2	22. Von den 2 nahe beisammen stehenden am nördlichen Ohr der nördlichere. .	♌ 12°	+ 0°30′	5
1242	$\varkappa$	23. Der südlichere derselben	♌ 11°40	+ 0°15′	5
1124	A	24. Von den 2 kleinen am Halse der vorangehende	♌ 7°	+ 0°40′	5
1189	ω	25. Der nachfolgende derselben	♌ 9°	— 1°	6
1154	p	26. Von der vorangehenden Seite des Vierecks im Nacken der südlichere	♌♌♌ 8°30′	+ 5°	5
1137	ψ	27*. Der nördlichere der vorangehend. Seite	♌ 8°	+ 7°20′	5
1226*	χ	28. Der südlichere der nachfolgenden Seite	♌♌ 12°	+ 3°	5
1208*	φ	29. Der nördlichere der nachfolgenden Seite	♌ 11°40′	+ 5°	5
1023	16	30. Von der Pleias das nördlichere Ende der vorangehenden Seite	♌ 2°10′	+ 4°30′	5
1024	17	31. Das südliche Ende der vorangehenden Seite.	♌ 2°30′	+ 3°40′	5
1044*	η	32*. Das nachfolgende dichteste Ende der Pleias (mit dem Hauptstern)	♌ 3°40′	+ 3°20′	5
1067*	H 38	33*. Der außerhalb stehende kleine nördlich der Pleias.	♌ 3°40′	+ 5°	4
		32 Sterne: 1 erster, 6 dritter, 11 vierter, 13 fünfter, 1 sechster Größe.			
		Nicht in das Bild miteinbezogene Sterne:			
989	10	34. Der unter dem rechten Fuß und dem Schulterblatt	♈ 25°	— 17°30′	4
1447	ι	35. Von den 3 über dem südlichen Horn der vorangehende	♌♌♌ 20°	— 2°	5
1544	n	36*. Der mittelste der drei	♌♌ 24°	— 1°45′	5
1605	o	37. Der nachfolgende derselben	♌ 26°	— 2°	5
1751	130	38. Von den 2 unter der Spitze des südlichen Horns der nördlichere.	♌♌ 29°	— 6°20′	5
1746	129	39. Der südlichere derselben	♌ 29°	— 7°40′	5
1612*	118	40. Von den 5 nachfolgenden unter dem nördlichen Horn der vorangehende . .	♌♌♌ 27°	+ 0°40′	5
1697	125	41. Der diesem nachfolgende.	♌ 29°	+ 1°	5
1762	132	42. Der weiter diesem nachfolgende . . .	♊ 1°	+ 1°20′	5
1791	136	43. Von den übrigen 2 nachfolgenden der nördlichere	♊ 2°20′	+ 3°20′	5
1826	139	44. Der südlichere derselben	♊ 3°20′	+ 1°15′	5
		11 Sterne: 1 vierter, 10 fünfter Größe.			
		Zwillinge.			
2508*	α	1. Der im Kopf d. vorangehenden Zwillings	♊ 23°20′	+ 9°30′	2
2590*	β	2. Der rötliche im Kopf des nachfolgenden Zwillings	♊ 26°40′	+ 6°15′	2
2213	ϑ	3. Der am linken Ellbogen des vorangehenden Zwillings	♊ 16°40′	+ 10°	4
2342	τ	4. Der an demselben Arm	♊ 18°40′	+ 7°20′	4
2415	ι	5. Der ihm nachfolgende in dem Raume zwischen den Schultern	♊ 22°	+ 5°30′	4
2518	υ	6. Der diesem nachfolgende an der rechten Schulter desselben Zwillings . . .	♊ 24°	+ 4°50′	4
2586*	$\varkappa$	7. Der an der nachfolgenden Schulter des nachfolgenden Zwillings	♊ 26°40′	+ 2°40′	4

Ambronn	Bayer	Sternbeschreibung	Länge	Breite	Größe
2436	A	8. Der in der rechten Seite des vorangehenden Zwillings	♊ 21°40′	+ 2°40	5
2464	63	9. Der in der linken Seite des nachfolgenden Zwillings	♊ 23°10′	+ 6°20′	5
2150*	ε	10. Der am linken Knie des vorang. Zw.	♊ 13°	+ 1°30′	3
2302*	ζ	11. Der unter dem linken Knie des nachfolgenden Zwillings	♊ 18°15′	— 2°30′	3
2413*	δ	12. Der am linken Schoß des nachf. Zw.	♊ 21°40′	— 0°30′	3
2399*	λ	13. Der über dem rechten Armbug desselben Zwillings	♊ 21°40′	— 6°	3
1941*	η	14. Der am vorgesetzten Fuß des vorangehenden Zwillings	♊ 6°30′	— 1°30′	4.3
1997	μ	15. Der diesem nachfolgende in demselben Fuße	♊ 8°30′	— 1°15′	4.3
2046*	ν	16. Der am Ende des rechten Fußes des vorangehenden Zwillings	♊ 10°10′	— 3°30′	4.3
2108*	γ	17. Der am Ende des linken Fußes des nachfolgenden Zwillings	♊ 12°	— 7°30′	3
2161	ξ	18. Der am Ende des rechten Fußes des nachfolgenden Zwillings 18 Sterne: 2 zweiter, 5 dritter, 9 vierter, 2 fünfter Größe.	♊ 14°40′	— 10°30′	4
		Nicht in das Bild miteinbezogene Sterne:			
1871	1	19. Der dem vorgesetzten Fuß (η) des vorangehenden Zwillings vorangehende	♊ 4°10′	— 0°40′	4
1944	$\varkappa$ Aur.	20. Der dem vorangehenden Knie (ε) vorangehende glänzende	♊ 6°30′	+ 5°50′	4.3
2201	d	21. Der dem linken Knie (ζ) des nachfolgenden Zwillings vorangehende	♊ 15°10′	— 2°15′	5
2600	g	22. Von den 3 auf einer Geraden, die dem rechten Arm (λ) des nachf. Zw. nachfolgen, der nördliche	♊ 28°20′	— 1°20′	5
2546	f	23. Der mittelste der drei	♊ 26°20′	— 3°20′	5
2505	68	24. Der südliche derselben neben dem Ellbogen (λ) des Armes	♊ 26°	— 4°30′	5
2765*	ζ Canc.	25*. Der den 3 vorgenannten nachfolgende glänzende 7 Sterne: 3 vierter, 4 fünfter Größe.	♋ 3°	— 2°40′	4
		Krebs.			
2949*	ε	1. Die Mitte des auf dem Bruststück stehenden Nebelflecks, der sog. Krippe	♋ 10°20′	+ 0°20′	neb.
2898	η	2. Von den 2 vorangehenden des Vierecks um den Nebelfleck der nördlichere	♋ 7°40′	+ 1°15′	4.5
2892	ϑ	3. Von den 2 vorangeh. der südlichere	♋ 8°	— 1°10′	4.5
2969*	γ	4. Von den 2 nachfolgenden des Vierecks, den sog. Eseln, der nördliche	♋ 10°20′	+ 2°40′	4.3
2977*	δ	5. Der südliche der 2 vorgenannten	♋ 11°20′	— 0°10′	4.3
3050*	α	6. Der an der südlichen Schere	♋ 16°30′	— 5°30′	4
2989*	ι	7. Der an der nördlichen Schere	♋ 8°20′	+ 11°50′	4
2739	μ^2	8. Der am nördlichen Hinterfuß	♋ 2°40′	+ 1°	5
2799	β	9. Der am südlichen Hinterfuß 9 Sterne: 7 vierter, 1 fünfter Größe, 1 nebelförmiger.	♋ 7°10′	— 7°30′	4.3

Ambronn	Bayer	Sternbeschreibung	Länge	Breite	Größe
		Nicht in das Bild miteinbezogene Sterne:			
3144	π	10. Der über dem Bug der südlichen Schere	♋ 19°40′	— 2°20′	4.5
3108	$\varkappa$	11. Der dem Ende der südlichen Schere nachfolgende	♋ 21°10′	— 5°40′	4.5
3089	ν	12. Von den 2 nachfolgenden über dem Nebelfleck der vorangehende	♋ 14°	+ 7°15′	5
3112	ξ	13. Der nachfolgende derselben	♋ 17°	+ 4°50′	5
		4 Sterne: 2 vierter, 2 fünfter Größe.			
		Löwe.			
3196	$\varkappa$	1. Der am Ende der Nüster	♋ 18°20′	+ 10°	4
3235	λ	2. Der im Rachen	♋ 21°10′	+ 7°30′	4
3348	μ	3. Von den 2 im Kopf der nördlichere	♋ 24°20′	+ 12°	3
3319	ε	4. Der südlichere derselben	♋ 24°10′	+ 9°30′	3.2
3447	ζ	5. Von den 3 am Halse der nördliche	♌ 0°10′	+ 11°	3
3467*	γ	6. Der anschließende mittelste der drei	♌ 2°10′	+ 8°30′	2
3401	η	7. Der südliche derselben	♌ 0°40′	+ 4°30′	3
3407*	α	8. Der im Herzen, der sog. Regulus	♌ 2°30′	+ 0°10′	1
3405	A	9. Der südlichere als dieser, etwa auf der Brust	♌ 3°30′	— 1°50′	4
3375	ν	10. Der ein wenig dem im Herzen vorangehende	♌ 0° 0′	— 0°15′	5
3313	ψ	11. Der am rechten Knie	♋ 27°20′	0° 0′	5
3240	ξ	12. Der an der rechten Vorderklaue	♋ 24°10′	— 3°40′	5
3302*	o	13. Der an der linken Vorderklaue	♋ 27°20′	— 4°10′	4
3384	π	14. Der am linken Knie	♌ 2°30′	— 4°15′	4
3532	ϱ	15. Der an der linken Achsel	♌ 9°10′	— 0°10′	4
3528	i	16. Von den 3 am Bauch der vorangehende	♌ 7°	+ 4°	6
3597	k	17. Von den übrigen 2 nachfolgenden der nördliche	♌ 10°20′	+ 5°20′	6
3613	l	18. Der südlichere derselben	♌ 12°10′	+ 2°20′	6
3674	b	19. Von den 2 an der Hüfte der vorangehende	♌ 11°20′	+ 12°15′	6
3721*	δ	20. Der nachfolgende derselben	♌ 14°10′	+ 13°40	2.3
3723	ϑ	21. Von den 2 an den Hinterbacken der nördlichere	♌ 14°20′	+ 11°10′	5
3727	n	22. Der südlichere derselben	♌ 16°20′	+ 9°40′	3
3750*	ι	23. Der an den Hinterschenkeln	♌ 20°20′	+ 5°50′	3
3742	σ	24. Der an den hinteren Kniekehlen	♌ 21°40′	+ 1°15′	4
3768*	τ	25. Der südlichere als dieser, etwa an den Ellbogen	♌ 24°40′	— 0°50′	4
3813	v	26*. Der an den Hinterklauen	♌ 27°30′	— 3°10′	5
3867*	β	27. Der am Ende des Schwanzes	♌ 24°30′	+ 11°50′	1.2
		27 Sterne: 2 erster, 2 zweiter, 6 dritter, 8 vierter, 5 fünfter, 4 sechster Größe.			
		Nicht in das Bild miteinbezogene Sterne:			
3582	41 L.min.	28. Von den 2 über dem Rücken der vorangehende	♌ 6°	+ 13°20′	5
3641*	54	29. Der nachfolgende derselben	♌ 8°10′	+ 15°30′	5
3683	χ	30. Von den 3 unter den Weichen der nördliche	♌ 17°30′	+ 1°10′	4.5
3666	c	31. Der mittelste derselben	♌ 17°10′	— 0°30′	5

Ambronn	Bayer	Sternbeschreibung	Länge	Breite	Größe
3664	d	32. Der südliche derselben	♌ 18°	— 2° 40′	5
4037	15 Com.	33. Der nördlichste Teil der zwischen den äußersten Sternen von Löwe und Bär gelegenen nebelförmigen Gruppe, des sog. Haupthaares	♌ 24° 50′	+ 30°	schw.
3979	7 Com.	34. Von den südlichen Ausläufern des Haupthaares der vorangehende	♌ 24° 20′	+ 25°	schw.
4080	23 Com.	35. Der nachfolgende derselben in einer Figur von der Form eines Efeublattes 5 Sterne: 1 vierter, 4 fünfter Größe und das Haupthaar.	♌ 28° 30′	+ 25° 30′	schw.
		Jungfrau.			
3850	ν	1. Von den 2 oben am Schädel der südliche	♌ 26° 20′	+ 4° 15′	5
3849	ξ	2*. Der nördlichere derselben	♌ 26°	+ 5° 40′	5
3928	o	3. Von den 2 ihnen nachfolgenden im Antlitz der nördlichere	♍ 0° 40′	+ 8°	5
3910	π	4. Der südlichere derselben	♍ 0° 30′	+ 5° 30′	5
3873*	β	5. Der am Ende des südlichen, d. i. linken Flügels	♌ 29°	+ 0° 20′	3
3997	η	6. Von den 4 im linken Flügel der vorangehende	♍ 8° 15′	+ 1° 30′	3
4109*	γ	7. Der diesem nachfolgende	♍ 13° 10′	+ 2° 50′	3
4187	k	8. Der weiter diesem nachfolgende	♍ 17° 30′	+ 2° 30′	5
4224*	ϑ	9. Der letzte nachfolgende von den vier.	♍ 21°	+ 1° 40′	4
4177	δ	10. Der in der rechten Seite unter dem Gürtel	♍ 14° 20′	+ 8° 30′	3
4111	ϱ	11. Von den 3 im rechten, d. i. nördlichen Flügel der vorangehende	♍ 8° 10′	+ 13° 30′	5
4126	d^2	12. Von den übrigen 2 der südliche	♍ 10° 10′	+ 11° 40′	6
4198	e	13. Der nördliche derselben, die sog. Vindemiatrix	♍ 12° 10′	+ 15° 10′	3.2
4298*	α	14. Der am Ende der linken Hand, die sog. Spika	♍ 26° 40′	— 2°	1
4337	ζ	15. Der unter dem Gürtel, etwa am rechten Hinterbacken	♍ 24° 50′	+ 8° 40′	3
4326	l^2	16. Von der vorang. Seite des Vierecks am linken Schenkel der nördliche	♍ 26° 20′	+ 3° 20′	5
4331	h	17*. Der südliche der vorangehenden Seite	♍ 27° 15′	+ 0° 10′	6
4370	m	18. Von den 2 der nachfolgenden Seite der nördlichere	♎ 0° 0′	+ 1° 30′	4.5
4305	i	19*. Der südlichere der nachfolgenden Seite	♍ 28°	— 3°	5
4391*	86	20. Der am linken Knie	♎ 1° 40′	— 1° 30′	5
4439	p	21. Der am rechten Hinterschenkel	♍ 28°	+ 8° 30′	5
4532	ι	22. Von den 3 in der Schleppe um die Füße der mittelste	♎ 6° 40′	+ 7° 10′	4
4512	$\varkappa$	23. Der südliche derselben	♎ 7° 20′	+ 2° 40′	4
4595*	φ	24. Der nördliche der drei	♎ 8° 20′	+ 11° 40′	4
4552	λ	25. Der am Ende des linken, d. i. südlichen Fußes	♎ 10°	+ 0° 30′	4
4656	μ	26. Der am Ende des rechten, d. i. nördlichen Fußes. 26 Sterne: 1 erster, 6 dritter, 7 vierter, 10 fünfter, 2 sechster Größe.	♎ 12° 40′	+ 9° 50′	4

Ambronn	Bayer	Sternbeschreibung	Länge	Breite	Größe
		Nicht in das Bild miteinbezogene Sterne:			
4100	χ	27. Von den 3 auf einer Geraden unter dem linken Ellbogen der vorangehende	♍ 14° 40′	— 3° 30′	5
4170	ψ	28. Der mittelste derselben	♍ 19°	— 3° 30′	5
4217	49	29. Der nachfolgende der drei	♍ 22° 15′	— 3° 20′	5
4239	53	30. Von den 3 etwa auf einer Geraden unter der Spika der vorangehende	♍ 27° 10′	— 7° 10′	6
4271	61	31*. Der mittelste derselben, ein Doppelstern	♍ 28° 10′	— 8° 20′	5
4413	89	32. Der nachfolgende der drei 6 Sterne: 4 fünfter, 2 sechster Größe.	♎ 5°	— 7° 50′	6

Achtes Buch.

Erstes Kapitel.

Sternbestand der südlichen Halbkugel.

A. Sternbilder des Tierkreises.

		Scheren.			
4696*	α^2	1. Von denen am Ende der südlichen Schere der glänzende	♎ 18°	+ 0° 40′	2
4688*	μ	2. Der nördlichere als dieser u. schwächere	♎ 17°	+ 2° 30′	5
4827*	β	3. Von denen am Ende der nördlichen Schere der glänzende	♎ 22° 10′	+ 8° 50′	2
4746*	δ	4. Der ihm vorangehende schwache	♎ 17° 40′	+ 8° 30′	5
4799	ι	5. Der in der Mitte der südlichen Schere	♎ 24°	— 1° 40′	4
4774*	ν	6. Der diesem vorangehende an derselben Schere	♎ 21° 20′	+ 1° 15′	4
4917*	γ	7. Der in der Mitte der nördlichen Schere	♎ 27° 50′	+ 4° 45′	4
5023	ϑ	8. Der ihm nachf. in derselben Schere 8 Sterne: 2 zweiter, 4 vierter, 2 fünfter Größe.	♏ 3°	+ 3° 30′	4.5
		Nicht in das Bild miteinbezogene Sterne:			
4907	37	9. Von den 3 nördlicheren als die nördliche Schere der vorangehende	♎ 26° 10′	+ 9°	5
5051	48	10. Von den 2 nachfolgenden der südlichere	♏ 3° 40′	+ 6° 40′	4.5
5084*	ξ Sc.	11. Der nördliche derselben	♏ 4° 20′	+ 9° 15′	4.5
5017	λ	12. Von den 3 zwischen den Scheren der nachfolgende	♏ 3° 30′	+ 0° 30′	6
4940	41	13. Von den übrigen 2 vorangehenden der nördliche	♏ 0° 40′	+ 0° 20′	5
4955	$\varkappa$	14*. Der südliche derselben	♏ 1° 10′	— 1° 30′	4
4761	γ Sc.	15. Von den 3 südlicheren als die südliche Schere der vorangehende	♎ 23°	— 7° 30′	3
4921*	2H Sc.	16. Von den übrigen 2 nachfolgenden der nördlichere	♏ 1° 10′	— 8° 30′	4
4938*	o Sc.	17. Der südlichere derselben 9 Sterne: 1 dritter, 5 vierter, 2 fünfter, 1 sechster Größe.	♏ 2°	— 9° 40′	4

Ambronn	Bayer	Sternbeschreibung	Länge	Breite	Größe
		Skorpion.			
5087*	β	1. Von den 3 glänzenden in der Stirn der nördliche	♏ 6°20′	+ 1°20′	3
5061	δ	2. Der mittelste derselben	♏ 5°40′	— 1°40′	3
5054	π	3. Der südlichere der drei	♏ 5°40′	— 5°	3
5040	ϱ	4. Der noch südlichere als dieser an einem der Füße	♏ 6°	— 7°50′	3
5129*	ν	5. Von den 2 Begleitern des nördlichsten (β) der glänzenden der nördliche	♏ 7°	+ 1°40′	4
5097	ω^1	6. Der südliche derselben (ein doppelter)	♏ 6°20′	+ 0°30′	4
5178*	σ	7. Von den 3 glänzenden im Körper der vorangehende	♏ 10°40′	— 3°45′	3
5223*	α	8. Der rötliche mittelste derselben, der sog. Antares	♏ 12°40′	— 4°	2
5254	τ	9. Der nachfolgende der drei	♏ 14°30′	— 5°30′	3
5198	c^2	10. Von den 2 unter ihnen etwa am äußersten Fuße der vorangehende	♏ 9°20′	— 6°30′	5
5164	d	11. Der nachfolgende derselben	♏ 10°40′	— 6°40′	5
5326	ε	12. Der im 1. Schwanzgelenk vom Körper ab	♏ 18°30′	— 11°	3
5333	μ	13. Der nach diesem im 2. Schwanzgelenk	♏ 18°50′	— 15°	3
5348	ζ^2	14*. Der nördliche des Doppelsterns im 3. Schwanzgelenk	♏ 20°	— 18°	4
5343	ζ^1	15. Der südlichere des Doppelsterns	♏ 20°10′	— 18°40′	4
5440	η	16. Der folgende im 4. Schwanzgelenk	♏ 23°10′	— 19°30′	3
5583	ϑ	17. Der nach ihm im 5. Schwanzgelenk	♏ 28°10′	— 18°50′	3
5637	ι^1	18. Der weiter folgende im 6. Schwanzgelenk	♐ 0°30′	— 16°40′	3
5403	$\varkappa$	19. Der im 7. Schwanzgelenk neben dem Stachel	♏ 29°	— 15°10′	3
5562*	λ	20. Von den 2 im Stachel der nachfolgende	♏ 27°30′	— 13°20′	3
5518	υ	21. Der vorangehende derselben 21 Sterne: 1 zweiter, 13 dritter, 5 vierter, 2 fünfter Größe.	♏ 27°	— 13°30′	4
		Nicht in das Bild miteinbezogene Sterne:			
5650	G	22*. Der dem Stachel nachfolgende nebelförmige	♐ 1°10′	— 13°15′	neb.
5533	d Oph.	23. Von den 2 nördlich des Stachels der vorangehende	♏ 25°30′	— 6°10′	5
5509	43 Oph.	24*. Der nachfolgende derselben 3 Sterne: 2 fünfter Größe, 1 nebelförmiger.	♏ 25°30′	— 4°10′	5
		Schütze.			
5746	γ	1. Der an der Pfeilspitze	♐ 4°30′	— 6°30′	3
5841	δ	2. Der an der von der linken Hand erfaßten Stelle (des Bogens)	♐ 7°40′	— 6°30′	3
5862	ε	3. Der im südlichen Teile des Bogens	♐ 8°	— 10°50′	3
5892	λ	4. Von denen im nördlichen Teile des Bogens der südlichere	♐ 9°	— 1°30′	3
5798*	μ	5. Der nördlichere derselben am Ende des Bogens	♐ 6°40′	+ 2°50′	4
6060	σ	6. Der an der linken Schulter	♐ 15°20′	— 3°10′	3

Ambronn	Bayer	Sternbeschreibung	Länge	Breite	Größe
5990	φ	7. Der diesem vorangehende am Pfeil . .	♐ 13°	— 3° 30′	4
6055	ν^1	8. Der nebelförmige Doppelstern im Auge	♐ 15° 10′	+ 0° 45′	neb.
6061	ν^2				
6087	ξ^2	9. Von den 3 im Kopf der vorangehende	♐ 15° 40′	+ 2° 10′	4
6142	o	10. Der mittelste derselben	♐ 17° 40′	+ 1° 30′	4
6182	π	11. Der nachfolgende der drei	♐ 19° 10′	+ 2°	4
6217	d	12. Von den 3 im nördlichen Oberkleid der südliche	♐ 21° 20′	+ 2° 50′	5
6246	ϱ	13. Der mittelste derselben	♐ 22° 20′	+ 4° 30′	4
6249	υ	14. Der nördliche der drei	♐ 22° 50′	+ 6° 30′	4
6361	e^2	15. Der den 3 nachfolgende schwache . .	♐ 25° 40′	+ 5° 30′	6
6461	g	16. Von den 2 im südlichen Oberkleid der nördlichere	♐ 29° 30′	+ 5° 50′	5
6416	57	17. Der südlichere derselben	♐ 27° 40′	+ 2°	6
6265	χ	18. Der an der rechten Schulter	♐ 22° 40′	— 1° 50′	5
6325	h^2	19. Der am rechten Armbug	♐ 24° 50′	— 2° 10′	4
6207	ψ	20. Von den 3 auf dem Rücken der im Raum zwischen den Schultern . . .	♐ 20°	— 2° 30′	5
6154	τ	21. Der mittelste derselben am Schulterblatt	♐ 17° 40′	— 4° 30′	4.3
6124*	ζ	22. Der übrige unter der Achsel	♐ 16° 20′	— 6° 45′	3
6243*	β^1	23. Der am vorderen linken Knöchel . . .	♐ 17° 40′	— 23°	2
6254*	α	24. Der am Knie desselben Fußes	♐ 17°	— 18°	2.3
5819*	η	25. Der am vorderen rechten Knöchel . .	♐ 6° 40′	— 13°	3
6470	ϑ^1	26. Der am linken Schenkel	♐ 27° 20′	— 13° 30′	3
6433	ι	27. Der am hinteren rechten Ellbogen . .	♐ 23° 50′	— 20° 10′	3
6447	ω	28. Von den 4 im Ansatz des Schwanzes der vorangehende der nördlichen Seite	♐ 27° 40′	— 4° 50′	5
6465	A	29. Der nachfolgende der nördlichen Seite	♐ 28° 50′	— 4° 50′	5
6453	b	30. Der vorangehende der südlichen Seite	♐ 28° 50′	— 5° 50′	5
6494	c	31. Der nachfolgende der südlichen Seite	♐ 29° 40′	— 6° 30′	5
		31 Sterne: 2 zweiter, 9 dritter, 9 vierter, 8 fünfter, 2 sechster Größe, 1 nebelförmiger.			
		Steinbock.			
6581	α^2	1. Von den 3 im nachfolgenden Horn der nördliche	♑ 7° 20′	+ 7° 20′	3
6595	ν	2. Der mittelste derselben	♑ 7° 40′	+ 6° 40′	6
6598*	β	3. Der südliche der drei	♑ 7° 20′	+ 5°	3
6551	ξ	4. Der an der Spitze des vorangehenden Horns	♑ 5°	+ 8°	6
6644*	o	5. Von den 3 an der Schnauze der südliche	♑ 9°	+ 0° 45′	6
6633*	π	6. Von den übrigen 2 der vorangehende .	♑ 8° 40′	+ 1° 45′	6
6637*	ϱ	7. Der nachfolgende derselben	♑ 8° 50′	+ 1° 30′	6
6585*	σ	8. Der den 3 vorangehende unter dem rechten Auge	♑ 6° 10′	+ 0° 40′	5
6694	τ	9*. Von den 2 am Halse der nördlichere	♑ 11° 40′	+ 3° 50′	6
6705	υ	10. Der südlichere derselben	♑ 11° 50′	+ 0° 50′	5
6775	ω	11. Der am linken gebeugten Knie	♑ 11° 40′	— 8° 40′	4
6736	ψ	12. Der unter dem rechten Knie	♑ 10° 50′	— 6° 30′	4
6867	A	13. Der an der linken Schulter	♑ 16° 40′	— 7° 40′	4
6979	ζ	14. Von 2 dicht nebeneinander stehenden unter dem Bauch der vorangehende .	♑ 20° 10′	— 6° 50′	4

Ambronn	Bayer	Sternbeschreibung	Länge	Breite	Größe
6987	b	15. Der nachfolgende derselben	♌ 20° 20′	— 6°	5
6911	φ	16. Von den 3 in der Mitte des Leibes der nachfolgende	♌ 18° 30′	— 4° 15′	5
6875	χ	17. Von den übrigen 2 vorangehenden der südlichere	♌ 16° 40′	— 4°	5
6848	η	18. Der nördlichere derselben	♌ 16° 40′	— 2° 50′	5
6862	ϑ	19. Von den 2 auf dem Rücken der vorangehende	♌ 16° 40′	0° 0′	4
6948	ι	20. Der nachfolgende derselben	♌ 21°	— 0° 50′	4
7034	ε	21*. Von den 2 am Steißbein des Rückgrats der vorangehende	♌ 23° 20′	— 4° 45′	4
7062	$\varkappa$	22. Der nachfolgende derselben	♌ 25°	— 4° 30′	4
7051*	γ	23. Von den 2 in der Gegend des Schwanzes der vorangehende	♌ 24° 50′	— 2° 10′	3
7091*	δ	24. Der nachfolgende derselben	♌ 26° 20′	— 2°	3
7056	42	25. Von den 4 im nördlichen Teil des Schwanzes der vorangehende	♌ 26° 50′	+ 0° 20′	4
7123	μ	26. Von den übrigen 3 der südliche . . .	♌ 28° 40′	0° 0′	5
7088	λ	27. Der mittelste derselben	♌ 27° 40′	+ 2° 50′	5
7080	o^1	28. Der nördliche derselben am Ende des Schwanzes	♌ 28° 40′	+ 4° 20′	5
		28 Sterne: 4 dritter, 9 vierter, 9 fünfter, 6 sechster Größe.			
		Wassermann.			
7050	d	1. Der im Kopf des Wassermanns . . .	♒ 0° 20′	+ 15° 45′	5
7179*	α	2. Von den 2 an der rechten Schulter der glänzendere	♒ 6° 20′	+ 11°	3
7167	o	3. Der unter ihm stehende schwächere .	♒ 5° 10′	+ 9° 40′	5
7007*	β	4. Der an der linken Schulter.	♌ 26° 30′	+ 8° 50′	3
7036	ξ	5. Der unter ihm auf dem Rücken, etwa unter der Achsel.	♌ 27° 20′	+ 6° 15′	5
6883	ν	6. Von den 3 in der linken Hand am Mantel der nachfolgende	♌ 17° 40′	+ 5° 30′	3
6784	μ	7. Der mittelste derselben.	♌ 16° 10′	+ 8°	4
6748	ε	8. Der vorangehende der drei.	♌ 14° 40′	+ 8° 40′	3
7275*	γ	9. Der am rechten Ellbogen	♒ 9° 30′	+ 8° 45′	3
7295	π	10. Von den 3 am Ende der rechten Hand der nördliche	♒ 11° 40′	+ 10° 45′	3
7310*	ζ	11. Von den übrigen 2 nördlichen der vorangehende	♒ 12°	+ 9°	3
7345	η	12. Der nachfolgende derselben	♒ 13° 20′	+ 8° 30′	3
7256*	ϑ	13. Von den 2 dicht beieinander stehenden an d. Vertief. d. rechten Hüfte d. vorang.	♒ 6° 10′	+ 3° 10′	4
7269	ϱ	14*. Der nachfolgende derselben	♒ 7°	+ 3°	5
7321	σ	15. Der auf dem rechten Hinterbacken . .	♒ 8° 40′	— 0° 50′	4
7183	ι	16. Von den 2 auf dem linken Hinterbacken der südliche	♒ 1° 40′	— 1° 40′	4
7214	ε	17*. Der nördlichere derselben	♒ 3° 10′	— 0° 15′	6
7444*	δ	18. Von den 2 an der rechten Wade der südlichere	♒ 11° 40′	— 7° 30′	3
7417	τ	19. Der nördlichere derselben unter der Kniekehle	♒ 11° 20′	— 5°	4
7300*	f	20. Der am linken Hinterschenkel . . .	♒ 4° 40′	— 5° 40′	5
7410	g^2	21. Von den 2 an der linken Wade der südlichere	♒ 8° 20′	— 10°	5

Ambronn	Bayer	Sternbeschreibung	Länge	Breite	Größe
7391	g^1	22. Der nördlichere derselben unter dem Knie	≈ 7°50′	— 9°	5
7356*	$\varkappa$	23*. Von denen im Wasserguß von d. Hand ab der vorangehende	≈ 15°	+ 2°	4
7433	λ	24*. Der anschließende südlich des vorgenannten	≈ 14°50′	+ 0°10′	4
7505	h	25. Der an diesen anschließende nach der Krümmung	≈ 17°40′	— 1°10′	4
7550	φ	26. Der weiter diesem nachfolgende	≈ 20°	— 0°30′	4
7562	χ	27. Der in der Krümmung südlich von diesem	≈ 20°30′	— 1°40′	4
7556*	ψ^1	28. Von den 2 südlich des letzteren der nördlichere	≈ 19°	— 3°30′	4
7574	ψ^2	29*. Der südlichere der zwei	≈ 19°50′	— 4°10′	4
7621	131 H	30. Der von diesen nach Süden abstehende einzelne	≈ 20°50′	— 8°15′	5
7671	ω^1	31. Von den 2 nach letzterem dicht beieinander stehenden der vorangehende	≈ 22°40′	— 11°	5
7690*	ω^2	32*. Der nachfolgende derselben	≈ 23°10′	— 10°50′	5
7684	A^2	33. Von den 3 in der anschließenden Gruppe der nördliche	≈ 21°40′	— 14°	5
7699	i^1	34. Der mittelste der drei	≈ 22°10′	— 14°45′	5
7702*	i^2	35*. Der nachfolgende derselben	≈ 23°10′	— 15°40′	5
7599	b^1	36. Desgleichen von den folgenden 3 der nördliche	≈ 17°	— 14°10′	4
7645	b^3	37. Der südliche der drei	≈ 18°20′	— 15°45′	4
7612	b^2	38. Der mittelste derselben	≈ 17°30′	— 15°	4
7508	c^1	39*. Von den 3 in der noch übrigen Gruppe der vorangehende	≈ 11°50′	— 15°20′	4
7533	c^3	40. Von den 2 übrigen der südlichere	≈ 12°20′	— 14°45′	4
7528	c^2	41. Der nördlichere derselben	≈ 13°10′	— 14°	4
7463*	α P. a.	42. Der letzte im Wasserguß an der Schnauze des Südl. Fisches	≈ 7°	— 20°20′	1
		42 Sterne: 1 erster, 9 dritter, 18 vierter, 13 fünfter, 1 sechster Größe.			
		Nicht in das Bild miteinbezogene Sterne:			
7784	2 Ceti	43. Von den 3 der Krümmung des Wassergusses nachf. der vorangehende	≈ 26°40′	— 15°30′	4.3
29	6 „	44. Von den 2 übrigen der nördlichere	≈ 29°40′	— 14°40′	4.3
43	7 „	45. Der südlichere derselben	≈ 29°	— 18°15′	4.3
		3 Sterne vierter Größe.			
		Fische.			
7498	β	1. Der an dem Maule des vorangehenden Fisches	≈ 21°40′	+ 9°15′	4
7564	γ	2. Von den 2 am Schädel desselben der südlichere	≈ 24°10′	+ 7°30′	4
7586	b	3. Der nördlichere derselben	≈ 26°	+ 9°20′	4
7622	ϑ	4. Von den 2 auf dem Rücken der vorangehende	≈ 28°10′	+ 9°30′	4
7672	ι	5. Der nachfolgende derselben	♓ 0°40′	+ 7°30′	4
7616	$\varkappa$	6. Von den 2 am Bauche der vorangehende	≈ 26°	+ 4°30′	4
7686	λ	7. Der nachfolgende derselben	≈ 29°40′	+ 3°30′	4
7763	ω	8. Der im Schwanze desselben Fisches	♓ 6°	+ 6°20′	4

Ambronn	Bayer	Sternbeschreibung	Länge	Breite	Größe
71	d	9. Von denen im Band desselben der erste vom Schwanz ab	♓ 11°	+ 5°45′	6
114*	51	10. Der nachfolgende derselben	♓ 13°	+ 3°45′	6
196	δ	11. Von den folgenden 3 glänzenden der vorangehende	♓ 17°10′	+ 2°15′	4
255	ε	12. Der mittelste derselben	♓ 20°30′	+ 1°10′	4
316*	ζ	13. Der nachfolgende der drei	♓ 23°	— 0°10′	4
288	e	14. Von den 2 kleinen unter letzteren in d. Krümmung d. nördlichere	♓ 22°20′	— 2°	6
331	f	15. Der südlichere derselben	♓ 23°	— 5°	6
380	μ	16. Von den 3 nach der Krümmung der vorangehende	♓ 26°30′	— 2°20′	4
431	ν	17. Der mittelste derselben	♓ 28°40′	— 4°40′	4
486	ξ	18. Der nachfolgende der drei	♈ 0°40′	— 7°45′	4
538*	α	19. Der im Knoten der beiden Bänder	♈ 2°30′	— 8°30′	3
450	o	20. Von denen im nördl. Bande der vorangehende vom Knoten ab	♈ 0°30′	— 1°40′	4
409	π	21. Von den 3 nach ihm folgenden der südliche	♈ 0°10′	+ 1°50′	5
383	η	22. Der mittelste derselben	♈ 0°40′	+ 5°20′	3
363	ϱ	23. Der nördliche von den 3 am Ende des Schwanzes	♈ 0°30′	+ 9°	4
306*	g	24. Von den 2 am Maule des nachfolgenden Fisches der nördlichere	♈ 2°	+ 21°45′	5
308	τ	25. Der südliche derselben	♈ 1°40′	+ 21°40′	5
241	h	26. Von den 3 kleinen im Kopf der nachfolgende	♓ 28°40′	+ 20°	6
229	k	27. Der mittelste derselben	♓ 27°40′	+ 19°50′	6
202*	i	28. Der vorangehende der drei	♓ 27°	+ 20°20′	6
268*	ψ^1	29. Von den 3 in der Rückenflosse nach dem am Ellbogen (η) der Andromeda der vorangehende	♓ 25°40′	+ 14°20′	4
286	ψ^2	30. Der mittelste derselben	♓ 26°20′	+ 13°15′	4
307	χ	31. Der nachfolgende der drei	♓ 27°40′	+ 12°	4
334	v	32. Von den 2 am Bauch der nördlichere	♈ 2°10′	+ 17°	4
315*	φ	33. Der südlichere derselben	♓ 29°50′	+ 15°20′	4
349	99 H	34. Der in der nachfolgenden Rückenflosse am Schwanze	♈ 0° 0′	+ 11°45′	4
		34 Sterne: 2 dritter, 22 vierter, 3 fünfter, 7 sechster Größe.			
		Nicht in das Bild miteinbezogene Sterne:			
7759	27	35. Von dem Viereck unter dem vorangehenden Fisch der vorangehende der 2 nördlichen	♓ 1°10′	— 2°40′	4
7775	29	36. Der nachfolgende derselben	♓ 2°15′	— 2°30′	4
7776	30	37. Von der südlichen Seite der vorangehende	♓ 0°40′	— 5°30′	4
1	33	38. Der nachfolgende der südlichen Seite. 4 Sterne vierter Größe.	♓ 2°20′	— 5°30′	4

In Bildern des Tierkreises in Summa 346 Sterne:
5 erster, 9 zweiter, 64 dritter, 133 vierter, 105 fünfter,
27 sechster Größe, 3 nebelförmige und das Haupthaar.

B. Sternbilder außerhalb des Tierkreises.

Ambronn	Bayer	Sternbeschreibung	Länge	Breite	Größe
		Walfisch.			
804	λ	1. Der am Ende der Nüster.	♈ 17°40′	— 7°45′	4
817*	α	2. Von den 3 an der Schnauze der nachfolgende am Ende der Kiefer	♈ 17°40′	— 12°20′	3
722*	γ	3. Der mittelste derselben mitten im Maule	♈ 12°40′	— 11°30′	3
699	δ	4. Der vorangehende der 3 am Kinnbacken	♈ 10°30′	— 14°	3
681*	ν	5. Der an der Augenbraue und dem Auge	♈ 10°10′	— 8°10′	4
730	μ	6. Der nördlichere als dieser, etwa am (Stirn-) Haar	♈ 12°40′	— 6°20′	4
632	ξ Ar.	7. Der diesen vorangehende, etwa in der Mähne	♈ 7°40′	— 4°10′	4
638	ϱ	8. Von dem Viereck auf der Brust der nördliche der vorangehenden Seite . .	♈ 3°	— 24°30′	4
667	σ	9. Der südliche der vorangehenden Seite	♈ 3°20′	— 28°	4
701	ε	10. Der nördliche der nachfolgenden Seite	♈ 6°40′	— 25°10′	4
727	π	11. Der südliche der nachfolgenden Seite	♈ 7°	— 27°30′	3
448	τ	12. Von den 3 im Leibe der mittelste . .	♉ 22°	— 25°20′	3
528	υ	13. Der südliche derselben	♉ 23°	— 30°50′	4
478*	ζ	14. Der nördliche der drei	♉ 25°	— 20°	3
352	ϑ	15. Von den 2 nahe der Schwanzgegend der nachfolgende	♉ 19°40′	— 15°40′	3
291	η	16. Der vorangehende derselben	♉ 15°	— 15°40′	3
244	φ^4	17*. Von dem Viereck in der Schwanzgegend der nördl. der nachf. Seite . .	♉ 11°	— 13°40′	5
234	φ^3	18. Der südliche der nachfolgenden Seite	♉ 10°40′	— 14°40′	5
206	φ^2	19. Der nördliche der vorangehenden Seite	♉ 9°20′	— 13°	5.4
169	φ^1	20. Der südliche der vorangehenden Seite	♉ 9°	— 14°	5.4
67	ι	21. Von den 2 an den Schwanzenden der am nördlichen Ende	♉ 4°20′	— 9°40′	3.4
164*	β	22. Der am südlichen Schwanzende . . . 22 Sterne: 10 dritter, 8 vierter, 4 fünfter Größe.	♉ 5°40′	— 20°20′	3
		Orion.			
1658*	λ	1. Der nebelförmige im Kopf des Orion.	♉ 27°	— 13°30′	neb.
1811*	α	2. Der glänzende rötliche an der rechten Schulter	♊ 2°	— 17°	1.2
1588*	γ	3. Der an der linken Schulter.	♉ 24°	— 17°30′	2
1626*	A	4. Der unter diesem nachfolgende. . . .	♉ 25°	— 18°	4.5
1861	μ	5. Der am rechten Armbug	♊ 4°20′	— 14°30′	4
1960	k	6. Der am rechten Ellbogen.	♊ 6°20′	— 11°50′	6
1923	ξ	7*. Von dem Viereck am Ende der rechten Hand der nachfolgende der südlichen Seite, ein Doppelstern	♊ 6°30′	— 10°	4
1890	ν	8. Der vorangehende der südlichen Seite	♊ 6°	— 9°45′	4
1948	f^2	9. Der nachfolgende der nördlichen Seite	♊ 7°20′	— 8°15′	6
1925	f^1	10. Der vorangehende der nördlichen Seite	♊ 6°40′	— 8°15′	6
1799	χ^1	11. Von den 2 in der Keule der vorangehende	♊ 1°40′	— 3°45′	5
1869	χ^2	12. Der nachfolgende derselben	♊ 4°40′	— 4°15′	5
1702	ω	13. Von den 4 auf dem Rücken, ungef. auf einer Geraden, der nachfolgende .	♉ 27°50′	— 19°40′	4
1653	n^2	14. Der diesem vorangehende	♉ 26°20′	— 20°	6

Ambronn	Bayer	Sternbeschreibung	Länge	Breite	Größe
1628*	n^1	15. Der weiter letzterem vorangehende . .	♌ 25°20′	— 20°10′	6
1604	ψ	16. Der übrige vorangehende der vier . .	♌ 24°10′	— 20°40′	5
1492	15	17. Von denen im Fell der linken Hand der nördliche	♌ 20°30′	— 8°	4
1459	11	18. Der zweite vom nördlichsten ab . . .	♌ 19°20′	— 8°10′	4
1411	o^2	19. Der dritte vom nördlichsten ab. . . .	♌ 18°	— 10°15′	4
1404	π^1	20. Der vierte vom nördlichsten ab . . .	♌ 16°20′	— 12°50′	4
1382	π^2	21. Der fünfte vom nördlichsten ab . . .	♌ 15°10′	— 14°15′	4
1380	π^3	22. Der sechste vom nördlichsten ab . . .	♌ 14°50′	— 15°50′	3
1386	π^4	23. Der siebente vom nördlichsten ab . .	♌ 14°50′	— 17°10′	3
1400	π^5	24. Der achte vom nördlichsten ab. . .	♌ 15°20′	— 20°20′	3
1429*	π^6	25. Der letzte und südlichste von denen im Fell	♌ 16°20′	— 21°30′	3
1635*	δ	26. Von den 3 im Gürtel der vorangehende	♌ 25°20′	— 24°10′	2
1674	ε	27. Der mittelste derselben	♌ 27°20′	— 24°50′	2
1715*	ζ	28. Der nachfolgende der drei	♌ 28°10′	— 25°40′	2
1586*	η	29. Der am Schwertgriff	♌ 23°50′	— 25°50′	3
1667*	o	30. Von den 3 dichtgedrängten am Ende des Schwertes der nördliche	♌ 26°30′	— 28°20′	4
1665*	ϑ	31. Der mittleste derselben.	♌ 26°40′	— 29°10′	3.4
1669*	ι	32. Der südliche der drei	♌ 27°	— 29°50′	3
1703	d	33. Von den 2 unter der Spitze des Schwertes der nachfolgende	♌ 27°40′	— 30°40′	4
1637	υ	34. Der vorangehende derselben	♌ 26°30′	— 30°50′	4
1523*	β	35. Der glänzende am Ende des linken Fußes mit dem Fluß gemeinsame . .	♍ 19°50′	— 31°30′	1
1540	τ	36*. Der nördlichere als dieser über dem Knöchel an der linken Wade.	♍ 21°	— 30°15′	4.3
1583	e	37. Der unter der linken Ferse außerhalb	♍ 23°20′	— 31°10′	4
1764	$\varkappa$	38. Der unter dem rechten, d. i. nachfolgenden Knie.	♊ 0°10′	— 33°30′	3.2
		38 Sterne: 2 erster, 4 zweiter, 8 dritter, 15 vierter, 3 fünfter, 5 sechster Größe, 1 nebelförmiger.			
		Fluß (Eridanus).			
1494	λ	1. Der nach dem (β) am Ende des Fußes des Orion am Anfange des Flusses . .	♍ 18°20′	— 31°50′	4.3
1483	β	2. Der nördlichere als dieser in der Krümmung bei der Wade (τ) des Orion . .	♍ 18°30′	— 28°15′	4
1444	ψ	3. Von den nach diesem folgenden 2 der nachfolgende.	♍ 18°	— 29°50′	4
1396	ω	4. Der vorangehende derselben	♌ 14°40′	— 28°15′	4
1359	μ	5. Von den weiter folgenden 2 der nachfolgende	♍ 13°10′	— 25°50′	4
1311	ν	6. Der vorangehende derselben	♍ 10°10′	— 25°20′	4
1238	ξ	7. Von den 3 nach diesem der nachfolgende	♍ 6°20′	— 26°	5
1184*	o^2	8. Der mittelste derselben.	♌ 5°30′	— 27°	4
1164	o^1	9. Der vorangehende der drei.	♌ 2°50′	— 27°50′	4
1104	γ	10. Von den 4 im folgenden Abstand der nachfolgende	♈ 27°	— 32°50′	3
1043	π	11. Der diesem vorangehende	♈ 24°20′	— 31°	4
1020	δ	12. Der weiter letzterem vorangehende .	♈ 24°10′	— 28°50′	3
974	ε	13. Der vorangehende der vier	♈ 22°	— 28°	3

Ambronn	Bayer	Sternbeschreibung	Länge	Breite	Größe
884	ζ	14. Desgl. von den 4 im folgenden Abstand der nachfolgende	♈ 17°10′	— 25 30′	3
823*	ϱ^2	15. Der diesem vorangehende	♈ 14°30′	— 23°50′	4
830	ϱ^3	16. Der weiter letzterem vorangehende	♈ 12°10′	— 23°20′	3
783	η	17. Der vorangehende von den vier	♈ 10°30′	— 23°15′	4
733	τ^1	18. Der erste in der Windung des Fl., der d. Brust des Walfisches berührt	♈ 5°10′	— 32°10′	4
758	τ^2	19. Der diesem nachfolgende	♈ 5°50′	— 34°50′	4
824	τ^3	20. Von den folgenden 3 der vorangehende	♈ 8°50′	— 38°30′	4
906*	τ^4	21. Der mittelste derselben	♈ 13°50′	— 38°10′	4
977	τ^5	22. Der nachfolgende der drei	♈ 17°30′	— 39°	4
1052	τ^6	23. Von den folg. etwa ein Trapez bildenden vier der nördl. der vorang. Seite	♈ 21°20′	— 41°20′	4
1060	τ^7	24. Der südlichere der vorangehenden Seite	♈ 21°30′	— 42°30′	5
1088	τ^8	25. Der vorangehende der nachfolgenden Seite	♈ 22°10′	— 43°15′	4
1110	τ^9	26. Der diesem vorangehende letzte der vier	♈ 24°40′	— 43°20′	4
1302	υ^1	27. Von den ostwärts abstehenden dicht beieinander stehenden 2 d. nördliche	♉ 4°10′	— 50°20′	4
1312	υ^2	28. Der südlichere derselben	♉ 5°	— 51°45′	4
1247	d	29. Von den 2 folgenden nach der Krümmung der nachfolgende	♈ 28°10′	— 53°50′	4
1206	υ^4	30. Der vorangehende derselben	♈ 25°50′	— 53°10′	4
1089	υ^5	31. Von den 3 im folgenden Abstand der nachfolgende	♈ 17°50′	— 53°	4
1072	g	32. Der mittelste derselben	♈ 14°50′	— 53°30′	4
1065	h	33. Der vorangehende der drei	♈ 11°50′	— 52°30′	4
805*	ϑ	34. Der äußerste glänzende des Flusses	♈ 0°10′	— 53°30′	1
		34 Sterne: 1 erster, 5 dritter, 26 vierter, 2 fünfter Größe.			
		Hase.			
1508*	ι	1. Von dem Viereck an den Ohren der nördliche der vorangehenden Seite	♌ 19°40′	— 35°	5
1513*	$\varkappa$	2. Der südliche der vorangehenden Seite	♌ 19°50′	— 36°30′	5
1560	ν	3. Der nördliche der nachfolgenden Seite	♌ 21°20′	— 35°40′	5
1558	λ	4. Der südliche der nachfolgenden Seite	♌ 21°20′	— 36°40′	5
1512	μ	5. Der am Kinn	♌ 19°10′	— 39°15′	4.3
1472	s	6. Der am Ende der linken Vorderpfote	♌ 16°10′	— 45°15′	4.3
1646*	α	7. Der in der Mitte des Leibes	♌ 25°50′	— 41°30′	3
1617*	β	8. Der unter dem Bauch	♌ 24°50′	— 44°20′	3
1790	δ	9. Von den 2 in den Hinterpfoten der nördlichere	♊ 1°	— 44°10′	4.3
1745*	γ	10. Der südlichere derselben	♋ 29°	— 45°50′	4.3
1758	ζ	11. Der an der Hüfte	♊ 0° 0′	— 38°20′	4.3
1827	η	12. Der am Ende des Schwanzes	♊ 2°40′	— 38°10′	4.3
		12 Sterne: 2 dritter, 6 vierter, 4 fünfter Größe.			
		Großer Hund.			
2167*	α	1. Der glänzendste rötliche am Maule, d. sog. Hundsstern (Sirius)	♊ 17°40′	— 39°10′	1
2243	ϑ	2. Der an den Ohren	♊ 19°40′	— 35°	4
2257*	μ	3. Der am Kopf	♊ 21°20′	— 36°30′	5

Ambronn	Bayer	Sternbeschreibung	Länge	Breite	Größe
2309*	γ	4. Von den 2 am Halse der nördliche . .	♊ 23° 20′	— 37° 45′	4
2260	ι	5*. Der südliche derselben	♊ 21° 20′	— 40°	4
2255	π	6. Der an der Brust	♊ 20° 30′	— 42° 40′	5
2127	ν^3	7. Von 2 am rechten Knie der nördliche	♊ 16° 10′	— 41° 15′	5
2115	ν^2	8. Der südlichere derselben . . .	♊ 16°	— 42° 30′	5
2003	β	9. Der am Ende der Vorderpfote . .	♊ 11°	— 41° 20′	3
2077	ξ^1	10. Von den 2 am linken Knie der vorangehende	♊ 14° 40′	— 46° 30′	5
2101	ξ^2	11. Der nachfolgende derselben . . .	♊ 16° 10′	— 45° 50′	5
2306	o^2	12. Von den 2 an der linken Schulter der nachfolgende	♊ 24° 40′	— 46° 10′	4
2248	o^1	13. Der vorangehende derselben	♊ 21° 40′	— 47°	5
2339*	δ	14. Der am Ansatz des linken Schenkels	♊ 26° 40′	— 48° 45′	3.4
2277*	ε	15. Der unter dem Bauch im Raume zw. den Schenkeln	♊ 23° 40′	— 51° 30′	3
2211	$\varkappa$	16. Der am Bug der rechten Pfote . . .	♊ 23°	— 55° 10′	4
1993*	ζ	17. Der am Ende der rechten Pfote . .	♊ 9° 40′	— 53° 45′	3
2449	η	18. Der am Schwanz	♋ 2° 10′	— 50° 40′	3.4
		18 Sterne: 1 erster, 5 dritter, 5 vierter, 7 fünfter Größe.			
		Nicht in das Bild miteinbezogene Sterne:			
2300	19 Mon.	19. Der nördlich vom Kopf des Hundes .	♊ 19° 30′	— 25° 15′	4
1905	ϑ Col.	20. Von den 4 unter den Hinterpfoten etwa auf einer Geraden stehenden der südlichste.	♊ 10°	— 61° 30′	4
1971	$\varkappa$ „	21. Der nördlichere als dieser . . .	♊ 11° 20′	— 58° 45′	4
2005	δ „	22*. Der noch nördlichere als letzterer .	♊ 13°	— 57°	4
2054*	λ	23. Der noch übrige nördlichere der vier.	♊ 14° 10′	— 56°	4
1756	μ Col.	24*. Von den 3 westlich dieser vier etwa auf einer Geraden stehenden der vorangehende	♌ 28°	— 55° 30′	4
1807	λ „	25. Der mittelste derselben.	♊ 0° 20′	— 57° 40′	4
1845	γ „	26. Der nachfolgende der drei	♊ 2° 20′	— 59° 50′	4
1796	β „	27. Von den 2 glänzenden unter letzteren der nachfolgende.	♌ 29°	— 59° 40′	2
1721*	α „	28. Der vorangehende derselben	♋ 26°	— 57° 40′	2
1642	ε „	29. Der übrige südlichere als die vorgenannten	♌ 22° 10′	— 59° 30′	4
		11 Sterne: 2 zweiter, 9 vierter Größe.			
		Kleiner Hund (Procyon).			
2463	β	Der im Nacken	♊ 25°	— 14°	4
2549*	α	Der glänzende an den Hinterpfoten, der sog. Procyon.	♊ 29° 10′	— 16° 10′	1
		2 Sterne: 1 erster, 1 vierter Größe.			
		Argo.			
2683	ε Pupp.	1. Von den 2 am Galjon der vorangeh. .	♋ 10° 20′	— 42° 30′	5
2748	ι „	2. Der nachfolgende derselben	♋ 14° 20′	— 43° 20′	3
2634	ξ „	3. Von den 2 dicht beieinander stehenden über dem kleinen Schild am Hinterteil der nördlichere	♋ 8° 50′	— 45°	4
2628	o „	4. Der südlichere derselben	♋ 8° 40′	— 46° 10′	4

Ambronn	Bayer	Sternbeschreibung	Länge	Breite	Größe
2550	*m* Pupp.	5*. Der diesen vorangehende	♋ 5° 20′	— 45° 30′	4
2554*	*x* „	6. Der glänzende in der Mitte des kleinen Schildes	♋ 6° 20′	— 47° 15′	3
2530	*ϱ* „	7. Von den 3 unter dem kleinen Schild der vorangehende	♋ 5° 20′	— 49° 45′	4
2595	*τ* „	8. Der nachfolgende derselben	♋ 9° 20′	— 49° 30′	4
2562	H 47 Arg.	9. Der mittelste der drei	♋ 8° 30′	— 49° 15′	4
2682	*χ* Pupp.	10*. Der an der kleinen Gans	♋ 14°	— 49° 50′	4
2446	H 3 Arg.	11*. Von den 2 am Kiel des Hinterteils der nördlichere	♋ 4°	— 53°	4
2408*	*π* Pupp.	12. Der südlichere derselben	♋ 4°	— 58° 40′	3
2545	*f* „	13. Von denen am Verdeck des Hinterteils der nördlichere	♋ 10° 10′	— 55° 30′	5
2567	d^1 „	14. Von den 3 folgenden der vorangehende	♋ 12° 10′	— 58° 40′	5
2611	*c* „	15. Der mittelste derselben	♋ 13° 40′	— 57° 15′	4
2667	*b* „	16. Der nachfolgende der drei	♋ 16° 30′	— 57° 50′	4
2730	*ζ* „	17. Der diesen nachfolgende glänzende am Verdeck	♋ 21° 10′	— 58° 40′	2
		18. Von den 2 schwachen unter dem glänzenden der vorangehende	♋ 18° 10′	— 60°	5
		19. Der nachfolgende derselben	♋ 21°	— 59° 20′	5
2777	h^1 „	20. Von den 2 über dem genannten glänzenden der vorangehende	♋ 23° 10′	— 56° 40′	5
2794	h^2 „	21. Der nachfolgende derselben	♋ 24° 20′	— 57° 40′	5
2990	*d* Vel.	22. Von den 3 an den Schildchen etwa am Mastbehälter der nördliche	♌ 5° 40′	— 51° 30′	4.3
3001	*α* „	23. Der mittelste derselben	♌ 6° 10′	— 55° 40′	4.3
2965	*b* „	24. Der südliche der drei	♌ 4°	— 57° 10′	4.3
2988	*D* „	25. Von den 2 unter letzteren dicht beieinander stehenden der nördlichere	♌ 9° 10′	— 60°	4.3
2929	*C* „	26. Der südlichere derselben	♌ 9°	— 61° 15′	4.3
2958	*β* Pyx.	27. Von den 2 in der Mitte des Mastes der südliche	♌ 0° 10′	— 51° 50′	3
2983*	*α* „	28. Der nördlichere derselben	♋ 29° 20′	— 49°	3
3025	*γ* „	29. Von den 2 an der Spitze des Mastes der vorangehende	♋ 28°	— 43° 20′	4
3055	*δ* „	30. Der nachfolgende derselben	♋ 29°	— 43° 30′	4
3115	*λ* Vel.	31. Der unterhalb des nachfolgenden dritten Schildchens	♌ 14° 10′	— 54° 30′	2
3244	*ψ* „	32. Der an der Schnittlinie des Verdecks	♌ 17° 30′	— 51° 15′	2.3
		33. Der zwischen den Steuerrudern am Kiel	♋ 11° 10′	— 63°	4
		34. Der diesem nachfolgende schwache	♋ 19°	— 64° 30′	6
2764*	*γ* „	35. Der diesem nachfolgende glänzende unter dem Verdeck	♌ 0° 0′	— 63° 50′	2
2851	*ε* Car.	36. Der von diesem südlich stehende glänzende am untern Kiel	♌ 8° 30′	— 69° 40′	2
2998*	*δ* Vel.	37. Von den 3 letzterem nachfolgenden der vorangehende	♌ 15° 10′	— 65° 40′	3
3198	*κ* „	38. Der mittelste derselben	♌ 21° 20′	— 65° 50′	3
3377	*ι* „	39. Der nachfolgende der drei	♌ 26°	— 67° 20′	2
3333*	*υ* Car.	40. Von den 2 diesen nachfolgenden der vorangehende dicht an der Schnittlinie	♍ 1°	— 62° 50′	3
3589	*ϑ* „	41. Der nachfolgende derselben	♍ 8°	— 62° 15′	3
2134	*ν* Pupp.	42. Von den 2 am nördlichen, d i. vorangehend. Steuerruder der vorangehende	♊ 4°	— 65° 50′	4.3
2498*	*σ* „	43. Der nachfolgende derselben	♊ 20° 10′	— 65° 40′	3.2

Ambronn	Bayer	Sternbeschreibung	Länge	Breite	Größe
2030*	α Arg.	44. Von den 2 am andern Steuerruder der vorangehende, der sog. Kanobus . .	♊ 17°10′	— 75°	1
2223	τ Pupp.	45*. Der noch übrige nachfolgende derselben 45 Sterne: 1 erster, 6 zweiter, 11 dritter, 19 vierter, 7 fünfter, 1 sechster Größe.	♊ 29°	— 71°45′	3.2
		Wasserschlange.			
2941	σ	1. Von den 5 im Kopf der südlichere der 2 vorangehenden an den Nüstern . . .	♋ 14°	— 15°	4
2933	δ	2. Der nördlichere derselben oberhalb des Auges	♋ 13°20′	— 13°10′	4
2995*	ε	3. Von den 2 ihnen nachfolgenden der nördliche, etwa am Schädel	♋ 15°20′	— 11°30′	4
2972	η	4. Der südlichere derselben am Rachen .	♋ 15°30′	— 14°15′	4
3049	ξ	5. Der allen nachfolgende, etwa am Kinnbacken.	♋ 17°30′	— 12°15′	4
3102	ω	6. Von den 2 im Ansatz des Nackens der vorangehende	♋ 20°20′	— 11°50′	5
3142	ϑ	7. Der nachfolgende derselben	♋ 23°20′	— 13°40′	4
3246	τ^2	8. Von den 3 folgenden in der Krümmung des Nackens der mittelste	♋ 28°50′	— 15°20′	4
3296	ι	9. Der nachfolgende der drei	♌ 0°40′	— 14°50′	4
3221*	τ^1	10. Der südlichste derselben	♋ 28°30′	— 17°10′	4
3208	29	11. Von den 2 südlich dicht beieinander stehenden der schwache nördliche . .	♋ 29°10′	— 19°45′	6
3210*	α	12. Von den 2 dicht beieinander stehenden der glänzende	♌ 0° 0′	— 20°30′	2
3300	$\varkappa$	13. Von den 3 nachfolgenden nach der Krümmung der vorangehende	♌ 6°	— 26°30′	4
3344	υ^1	14. Der mittelste derselben.	♌ 8°40′	— 26°	4
3419	λ^2	15. Der nachfolgende der drei	♌ 11°10′	— 23°15′	4
3500	μ	16. Von den drei folgenden auf einer Geraden der vorangehende	♌ 18°	— 24°40′	3
3563	φ	17. Der mittelste derselben.	♌ 20°	— 23°15′	4
3617	ν	18. Der nachfolgende der drei	♌ 23°	— 22°10′	3
3711	β Crat.	19. Von den 2 nach dem Fuß des Bechers der nördlichere	♍ 1°30′	— 25°45′	4.3
3687	χ^1	20. Der südlichere derselben	♍ 2°20′	— 30°10′	4
3793	ξ	21. Von den 3 nach diesen ein Dreieck bildenden der vorangehende	♍ 12°10′	— 31°20′	4
3832	o	22. Der mittelste südlichere derselben . .	♍ 14°30′	— 33°10′	4
3883*	β	23. Der nachfolgende der drei	♍ 16°10′	— 31°20′	3
4272	γ	24. Der nach dem Raben in der Schwanzgegend.	♎ 0° 0′	— 13°40′	4.3
4490	π	25*. Der am Ende des Schwanzes . . . . . 25 Sterne: 1 zweiter, 3 dritter, 19 vierter, 1 fünfter, 1 sechster Größe.	♎ 13°30′	— 15°40′	4.3
		Nicht in das Bild miteinbezogene Sterne:			
—	30 Mon.	26. Der südlich des Kopfes	♋ 12°30′	— 23°15′	3
3518	δ Sct.	27. Der in einiger Entfernung den Sternen ($\tau^2 \iota \tau^1$) im Nacken nachfolgende . . . 2 Sterne dritter Größe.	♌ 11°	— 16°20′	3

Ambronn	Bayer	Sternbeschreibung	Länge	Breite	Größe
		Becher.			
3661*	α	1. Der am Fuße des Bechers mit der Wasserschlange gemeinsame	♌ 26°20′	— 23°	4
3756*	γ	2. Von den 2 in der Mitte des Bechers der südlichere	♍ 2°30′	— 19°20′	4
			♍ 0° 0′	— 18°	4
3739	δ	3. Der nördlichere derselben	♍ 7°	— 18°30′	4.3
3848	ζ	4. Der am südlichen Rande der Mündung	♌ 29°20′	— 13°40′	4
3753	ε	5. Der am nördlichen Rande	♍ 9°10′	— 16°10′	4.5
3894	η	6. Der am südlichen Henkel	♍ 1°40′	— 11°30′	4
3809	ϑ	7. Der am nördlichen Henkel			
		7 Sterne vierter Größe.			
		Rabe.			
3941*	α	1. Der am Schnabel mit der Wasserschlange gemeinsame	♍ 15°20′	— 21°40′	3
3948	ε	2. Der am Halse beim Kopf	♍ 14°20′	— 19°40′	3
4004	ζ	3. Der auf der Brust	♍ 16°40′	— 18°10′	5
3973	γ	4. Der im vorangehenden, d. i. rechten Flügel	♍ 13°20′	— 14°50′	3
4051*	δ	5. Von den 2 im nachfolgenden Flügel der vorangehende	♍ 16°40′	— 12°30′	3
4068	η	6. Der nachfolgende derselben	♍ 17°	— 11°40′	4
4077	β	7. Der am Ende des Fußes mit der Wasserschlange gemeinsame	♍ 20°30′	— 18°10′	3
		7 Sterne: 5 dritter, 1 vierter, 1 fünfter Größe.			
		Zentaur.			
4410	g	1. Von den 4 im Kopf der südlichste	♎ 10°30	— 21°40′	5.4
4429*	h	2. Der nördlichste derselben	♎ 10°	— 18°50′	5.4
4386	i	3. Von den noch übrigen 2 mittelsten der vorangehende	♎ 9°10′	— 20°30′	4.3
4423*	k	4. Der nachfolgende noch übrige der vier	♎ 10°	— 20°	5.4
4278	ι	5. Der an der linken, d. i. vorangehenden Schulter	♏ 6°10′	— 25°40′	3
4491	ϑ	6. Der an der rechten Schulter	♏ 15°40′	— 22°30′	3
4320*	d	7. Der am linken Schulterblatt	♎ 9°10′	— 27°30′	4
4560	ψ	8. Von den 4 im Thyrsusstabe der nördlichere der 2 vorangehenden	♏ 18°10′	— 22°20′	4
4569	a	9. Der südlichere derselben	♏ 19°10′	— 23°45′	4
4655	c^1	10. Von den noch übrigen 2 der am Ende des Thyrsusstabes	♎ 22°	— 18°15′	4
4658	c^2	11. Der noch übrige südlichere als der letztere	♎ 22°30′	— 20°50′	4
4407	ν	12. Von den 3 in der rechten Seite der vorangehende	♏ 13°20′	— 28°20′	4.3
4408	μ	13. Der mittelste derselben	♏ 14°	— 29°20′	4.3
4451	φ	14. Der nachfolgende der drei	♏ 15°10′	— 28°	4.3
4489	χ	15. Der am rechten Arm	♏ 16°20′	— 26°30′	4.3
4617	η	16. Der am rechten Ellbogen	♎ 22°50′	— 25°15′	3
4736	$\varkappa$	17. Der am Ende der rechten Hand	♏ 27°30′	— 24°15′	4
4438	ζ	18. Der glänzende am Ansatz des Menschenleibes	♎ 18°	— 33°30′	3.2

Ambronn	Bayer	Sternbeschreibung	Länge	Breite	Größe
4453	υ^1	19. Von den 2 schwachen nördlicheren als letzterer der nachfolgende	♏ 17°40′	— 31°	5
4464	υ^2	20. Der vorangehende derselben	♏ 16°50′	— 33°	5
4301*	ω	21. Der am Ansatz des Rückens	♏ 12°10′	— 34°50′	5
4204	f	22. Der diesem vorangehende auf dem Pferderücken	♎ 9°	— 37°40′	5
4105*	γ	23. Von den 3 an der Hüfte der nachfolgende	♏ 5°50′	— 40°	3
3954	ϱ	24. Der mittelste derselben	♏ 5°	— 43°	4
3939	δ	25. Der vorangehende der drei	♏ 2°40′	— 41°	5
		26. Von den 2 am rechten Schenkel dicht beieinander stehenden der vorangehende	♏ 2°40′	— 46°10′	3
		27. Der nachfolgende derselben	♏ 3°20′	— 46°45′	4
4355*	ε	28. Der auf der Brust unter der Achsel des Pferdes	♎ 18°20′	— 40°45′	4
4058	γ Cr.	29. Von den 2 unter dem Bauche der vorangehende	♏ 16°20′	— 43°	2
3967	δ „	30. Der nachfolgende derselben	♏ 17°40′	— 43°45′	3
4131*	β „	31*. Der am Bug des rechten (Hinter-) Fußes	♎ 10°	— 51°10′	2
4033*	α „	32. Der am Knöchel desselben Fußes	♎ 15°20′	— 51°40′	2
3808	λ	33*. Der unter dem Bug des linken (Hinter-) Fußes	♎ 6°20′	— 55°10′	4
		34*. Der an der Höhlung des Hufs desselben Fußes	♎ 11°10′	— 55°20′	2
4634*	α	35. Der am Ende des rechten Vorderfußes	♏ 8°20′	— 41°10′	1
4470	β	36*. Der am Knie des linken (Vorder-) Fußes	♎ 24°10′	— 45°20′	2
		37. Der außerhalb unter dem rechten Hinterfuß	♎ 14°40′	— 49°10′	4
		37 Sterne: 1 erster, 5 zweiter, 7 dritter, 16 vierter, 8 fünfter Größe.			
		Wolf.			
4732	β	1. Der am Ende des Hinterfußes bei der Hand ($\varkappa$) des Zentauren	♎ 28°	— 24°50′	3
4693	o	2. Der am Bug desselben Fußes	♎ 25°50′	— 29°10′	3
4905*	γ	3. Von den 2 am Schulterblatt der vorangehende	♏ 1°	— 21°15′	4
4836	δ	4. Der nachfolgende derselben	♏ 4°10′	— 21°	4
4848*	ε	5. Der in der Mitte des Leibes des Wolfes	♏ 3°	— 25°10′	4
4762*	π	6. Der am Bauch unter den Weichen	♏ 0°10′	— 27°	5
4794*	$\varkappa$	7. Der am Schenkel	♏ 0°30′	— 29°	5
4826*	μ	8. Von den 2 am Ansatz des Schenkels der nördlichere	♏ 4°40′	— 28°30′	5
4841	ν	9. Der südlichere derselben	♏ 3°40′	— 30°10′	5
4796	ζ	10. Der am Ende der Hüfte	♏ 5°40′	— 33°10′	5
4606	σ	11. Von den 3 am Ende des Schwanzes der südliche	♎ 22°	— 31°20′	5
4629	ϱ	12. Der mittelste der drei	♎ 21°50′	— 30°30′	4
4628*	a	13. Der nördliche derselben	♎ 23°	— 29°20′	4.3
5057*	η	14. Von den 2 im Nacken der südlichere	♏ 8°50′	— 17°	4
5092	ϑ	15. Der nördlichere derselben	♏ 9°20′	— 15°20′	4.3
4942	ψ	16. Von den 2 an der Schnauze der vorangehende	♏ 5°40′	— 13°20′	4

*) vgl. Anm. S. 405/406 (!!)

Ambronn	Bayer	Sternbeschreibung	Länge	Breite	Größe
4999	χ	17. Der nachfolgende derselben	♏ 6°40′	— 11°50′	4
4806	i	18. Von den 2 im Vorderfuß der südlichere	♏ 27°10′	— 11°50′	4.3
4828	f	19*. Der nördlichere derselben	♏ 26°30′	— 10°	4.3
		19 Sterne: 2 dritter, 11 vierter, 6 fünfter Größe.			
		Räucheraltar.			
5569	σ	1. Von den 2 an der Basis der nördlichere	♏ 27°40′	— 22°40′	5
5744	ϑ	2. Der südlichere derselben	♐ 3°	— 25°45′	4
5550	α	3. Der in der Mitte des kleinen Altars .	♏ 26°20′	— 26°30′	4.3
5369	ε	4. Von den 3 an der Brandstelle der nördliche	♏ 20°40′	— 30°20′	5
5507	γ	5. Von den übrigen 2 dicht beieinander stehenden der südlichere	♏ 25°10′	— 34°10′	4.3
5508	β	6. Der nördlichere derselben	♏ 25°	— 33°20′	4
5360	ζ	7. Der am Ende der Brennröhre	♏ 20°50′	— 34°15′	4
		7 Sterne: 5 vierter, 2 fünfter Größe.			
		Südliche Krone.			
5879	α Tel.	1. Der außerhalb des südlichen Bogens vorangehende	♐ 9°10′	— 21°30′	4
6008	η	2. Der nachfolgende in der Krone selbst	♐ 11°40′	— 21°	5
6062	—	3. Der diesem nachfolgende	♐ 13°10′	— 23°	5
6121	ζ	4. Der weiter letzterem nachfolgende . .	♐ 14°50′	— 20°	4
6162	δ	5. Der nach diesem vor dem Knie (α) des Schützen	♐ 16°10′	— 18°30′	5
6177	β	6. Der nach diesem nördlichere als der glänzende (α) am Knie	♐ 17°	— 17°10′	4
6170	α	7. Der nördlichere als dieser	♐ 16°50′	— 16°	4
6147*	γ	8. Der noch nördlichere als letzterer . .	♐ 16°30′	— 15°10′	4
6089	ε	9. Von den 2 vorangehenden nach diesem im nördlichen Bogen der nachfolgende	♐ 15°10′	— 15°20′	6
6094	—	10. Der vorangehende von den 2 schwachen	♐ 14°40′	— 14°50′	6
5974	λ	11. Der letzterem eine geraume Strecke vorangehende	♐ 11°50′	— 14°40′	5
5926*	$\varkappa$	12. Der weiter letzterem vorangehende . .	♐ 9°40′	— 15°50′	5
5925	ϑ	13. Der letzte südlichere als der vorgenannte	♐ 9°10′	— 18°30′	5
		13 Sterne: 5 vierter, 6 fünfter, 2 sechster Größe.			
		Südlicher Fisch.			
7463*	α	0. Der am Maule, derselbe wie am Anfang des Wassergusses	♒ 7°	— 20°20′	1
7325*	β	1. Von den 3 im südlichen Bogen des Kopfes der vorangehende	♒ 0°40′	— 20°20′	4
7431*	γ	2. Der mittelste derselben	♒ 4°10′	— 22°15′	4
7456*	δ	3. Der nachfolgende der drei	♒ 5°20′	— 22°30′	4
7372	ε	4. Der am Kiemen	♒ 4°20′	— 16°15′	4.3
7194	μ	5. Der an der südlichen Rückenflosse . .	♓ 25°10′	— 19°30′	5
7320	ζ	6. Von den 2 am Bauch der nachfolgende	♒ 1°10′	— 15°10′	5
7236	λ	7. Der vorangehende derselben	♓ 28°50′	— 14°40′	4

Ambronn	Bayer	Sternbeschreibung	Länge	Breite	Größe
7155*	η	8. Von den 3 in der nördlichen Flosse der nachfolgende	25° 10′	— 15°	4
7096*	ϑ	9. Der mittelste derselben	21° 50′	— 16° 30′	4
7074	ι	10. Der vorangehende der drei	21°	— 18° 10′	4
7124	γ Gr.	11. Der am Ende des Schwanzes. 11 Sterne: 9 vierter, 2 fünfter Größe.	20° 10′	— 22° 15′	4
		Nicht in das Bild miteinbezogene Sterne:			
6761*	α Mic.	12. Von den dem Fisch vorangehenden 3 glänzenden der vorangehende	8°	— 22° 20′	3.4
—	γ „	13. Der mittelste derselben	11° 10′	— 22° 10′	3.4
—	ε „	14*. Der nachfolgende der drei	14°	— 21° 10′	3.4
6858	δ „	15. Der diesem vorangehende schwache	12°	— 20° 50′	5
		16. Von den noch übrigen 2 nach Norden der südlichere	13° 50′	— 17°	4
		17. Der nördlichere derselben. 6 Sterne: 3 dritter, 2 vierter, 1 fünfter Größe.	13° 50′	— 14° 50′	4

In südlichen Sternbildern in Summa 316 Sterne:

7 erster, 18 zweiter, 63 dritter, 164 vierter, 54 fünfter, 9 sechster Größe, 1 nebelförmiger.

Gesamtsumme 1022 Sterne:

15 erster, 45 zweiter, 208 dritter, 474 vierter, 217 fünfter, 49 sechster Größe, 9 schwache, 5 nebelförmige, hierüber das Haupthaar.

Zweites Kapitel.

Ha 84
Hei 170

Die Lage der Milchstraße.

Der Fixsternkatalog ist hiermit zum Abschluß gebracht. Wie es die logische Reihenfolge fordert, werden wir im Anschluß daran die Lage der Milchstraße schildern, so gut dies möglich ist und wie es uns die Beobachtung ihrer einzelnen Teile an die Hand gegeben hat. Gleichzeitig wollen wir den Versuch machen, der scheinbaren Formlosigkeit, welche sie hier und da zeigt, bestimmten Umriß zu verleihen.

Daß der Kreis der Milchstraße nicht ein Kreis schlechthin, sondern ein Gürtel ist, der allenthalben sozusagen die

Farbe der Milch zeigt — daher auch die Benennung —, aber auch nicht ein gleichförmiger und regelrechter Gürtel, sondern ein nach Breite, Färbung, Dichtigkeit und Lage verschiedengearteter, sowie daß er an einer Stelle doppelt ist: diese Wahrnehmung dürfte sich wohl schon bei oberflächlicher Betrachtung dem Auge aufdrängen. Geht man aber auf Einzelheiten ein, die einer aufmerksameren Beobachtung bedürfen, so finden wir folgendes zu berichten.

Der doppelte Teil des Gürtels hat sozusagen zwei Zusammenschlußstellen, die eine bei dem Räucheraltar, die andere bei dem Schwan, jedoch nur in dem Sinne, daß der vorangehende (westliche) Gürtel mit dem andern (östlichen) in keinerlei Zusammenhang steht — denn er läßt an beiden Zusammenschlußstellen, sowohl an der bei dem Räucheraltar als auch an der bei dem Schwan, (freie) Zwischenräume —, während der nachfolgende (östliche) Gürtel mit dem übrigen Teile der Milchstraße allenthalben zusammen- Hei 171
hängt und mit ihm einen Gürtel bildet, durch welchen wohl auch ein genau die Mitte einhaltender größter Kreis gehen könnte. Diesen Gürtel wollen wir zuerst besprechen, wobei Ha 85
wir mit seinen südlichsten Teilen beginnen. 21

Diese Teile gehen durch die Füße des Zentauren, sind aber wesentlich dünner und lichtärmer. Der Stern (β Crucis) am Bug des rechten Hinterfußes (Kat. 31) ist ein wenig südlicher als die nördliche Grenzlinie der Milchstraße, gleicherweise der Stern (β) am Knie des linken Vorderfußes (Kat. 36) und der (α Crucis) unter dem Knöchel des rechten Hinterfußes (Kat. 32). Dagegen liegt der Stern (λ) am Bug des linken Hinterfußes (Kat. 33) mitten in der Milchstraße, während der (?) am Knöchel desselben Fußes (Kat. 34) und der (α) am Knöchel des rechten Vorderfußes (Kat. 35) von dem südlichen Rande ungefähr 2^0, wie der größte Kreis 360^0 hat, nach Norden zu entfernt liegen. Die Teile in der Gegend der Hinterbeine sind ein wenig dichter.

Im weiteren Verlauf ist der nördliche Rand der Milchstraße von dem Stern (ζ) an der Hüfte des Wolfes (Kat. 10) ungefähr $1^1/_2{}^0$ entfernt, während der südliche Rand den Stern (ζ)

an der Brennröhre des Räucheraltars (Kat. 7) innerhalb liegen läßt, aber von den beiden dicht nebeneinander stehenden ($\gamma\beta$) an der Brandstelle (Kat. 5. 6) den nördlicheren (β) und von den beiden ($\sigma\vartheta$) an der Basis (Kat. 1. 2.) den südlicheren (ϑ) noch berührt. Der Stern (ε) im nördlichen Teile der Brandstelle (Kat. 4) und der Stern (α) in der Mitte
Hei 172 derselben (Kat. 3) liegen in der Milchstraße selbst. Diese Teile sind wesentlich dünner.

Weiterhin schließt der nördliche Teil der Milchstraße die drei Schwanzgelenke ($\vartheta\iota\varkappa$) vor dem Stachel ($\lambda\upsilon$) des Skorpions (Kat. 17—21) und den dem Stachel nachfolgenden Nebelfleck (Kat. 22) ein, während der südliche Rand den Stern (η) am vorderen rechten Knöchel des Schützen (Kat. 25) berührt und den (δ) an der linken Hand (Kat. 2) in sich
Ha 86 schließt. Der Stern (ε) im südlichen Teil des Bogens (Kat. 3) steht außerhalb der Milchstraße, der Stern (γ) an der Pfeilspitze (Kat. 1) mitten darin; auch die Sterne ($\lambda\mu$) im nördlichen Teil des Bogens (Kat. 4. 5) liegen in der Milchstraße, jeder von beiden etwas mehr als 1^0 von dem ihm nahen Rande entfernt, der südliche (λ) vom südlichen, der nördliche (μ) vom entgegengesetzten. Die Teile in der Gegend der drei Schwanzgelenke ($\vartheta\iota\varkappa$) sind ein wenig dichter, die um die Pfeilspitze (γ) sind stark verdichtet und erscheinen rauchartig.

Die weiterhin sich anschließenden Teile sind ein wenig dünner und erstrecken sich unter Einhaltung nahezu derselben Breite längs des Adlers hin. Der Stern (ϑ) am Ende des Schwanzes der Schlange (Kat. 18), welche der Schlangenträger hält, liegt im reinen Himmelsblau und ist ein wenig
Hei 173 mehr als 1^0 von dem vorangehenden (westlichen) Rande der
31 Milchstraße entfernt. Von den unter dem Adler liegenden glänzenden Sternen liegen die beiden vorangehenden (Kat. 12. 15) in der Milchstraße selbst, der südlichere (λ Ant.) 1^0 entfernt von dem nachfolgenden (östlichen) Rande, der nördlichere (δ Ant.) 2^0. Der nachfolgende (σ) von den Sternen ($\mu\sigma$) in der rechten Schulter des Adlers (Kat. 7. 8) berührt den nämlichen Rand, der vorangehende (μ) wird innerhalb

eingeschlossen, ebenso auch der vorangehende glänzende (γ) von den Sternen ($\gamma\varphi$) im linken Flügel (Kat. 5. 6.) Der glänzende Stern (α) auf dem Rücken (Kat. 3) und die beiden (βo) mit ihm auf einer Geraden (?) stehenden (Kat. 2. 4) berühren nahezu gleichfalls den nämlichen Rand. Alsdann liegt der ganze Pfeil in der Milchstraße eingeschlossen, und zwar ist der Stern (γ) an der Spitze (Kat. 1) 1^0 von dem östlichen Rande entfernt, der (β) am Ende des Einschnitts am Schaft (Kat. 5) 2^0 von dem westlichen. Die beiderseits des Adlers liegenden Teile sind ein wenig dichter, die übrigen ein wenig dünner.

Weiterhin tritt die Milchstraße an den Schwan heran, und zwar wird der nordwestliche Rand in einer hakenförmigen Abzweigung von dem Stern (λ) in der südlichen Schulter des Schwans (Kat. 11) begrenzt, ferner von dem unter ihm in dem nämlichen Flügel (Kat. 10) stehenden Stern (ε) und von den beiden Sternen ($\nu\xi$) in dem südlichen Fuße (Kat. 13. 14), während der südöstliche Rand von dem Stern (ζ) am Ende des südlichen Fittigs (Kat. 12) begrenzt wird und die nicht in das Bild miteinbezogenen zwei Sterne ($\tau\sigma$) unter demselben Flügel (Kat. 18. 19) so einschließt, daß sie von diesem Rande ungefähr 2^0 entfernt bleiben. Die um den Flügel gelegenen Teile sind ein wenig dichter. Ha 87 Hei 174

Die weiterhin folgenden Teile hängen zwar mit diesem Gürtel zusammen, sind aber bedeutend dichter und gehen wie von einem anderen Anfangspunkte aus; denn sie neigen sich den äußersten Teilen des anderen Gürtels zu und schließen sich, indem sie eine Lücke nach diesem hin lassen, von der südlichen Seite her an den Gürtel an, mit dessen Beschreibung wir zunächst beschäftigt sind. Dieser ist an der Zusammenschlußstelle zwar sehr dünn, fängt aber hinter der nach dem anderen Gürtel zu gelassenen Lücke an dichter zu werden, und zwar von dem glänzenden Stern (α) am Sterz des Schwanes (Kat. 5) und der im nördlichen Knie (Kat. 17) stehenden nebelförmigen Gruppe (ω^2 mit ω^1 und ω^3) ab. Dann beschreiben diese Teile einen leichten Bogen bis zu dem Stern (ξ) im südlichen Knie (Kat. 14) und erstrecken

ihre allmählich abnehmende Dichtigkeit bis zur Tiara des Cepheus. Begrenzt werden sie an der nördlichen Seite durch den südlichen (ε) von den drei Sternen ($\varepsilon\zeta\lambda$) in der Tiara (Kat. 9. 10. 11) und dem (δ) diesen nachfolgenden (Kat. 13). Hier bilden diese Teile zwei Ausläufer; der eine verläuft in nordöstlicher, der andere in südwestlicher Richtung.

Alsdann umschließt die Milchstraße die Kassiopeja ganz mit Ausschluß des Sterns (ι) am Ende des Fußes (Kat. 7).
Ha 88 Der südliche Rand wird begrenzt von dem Stern (ζ) im Kopf der Kassiopeja (Kat. 1), der nördliche von dem Stern ($\varkappa$) am Fuße des Throns (Kat. 11) und von dem Stern (ε) an dem Schienbein der Kassiopeja (Kat. 6); die übrigen Sterne dieses Bildes und seiner Umgebung liegen alle innerhalb der
Hei 175 Milchstraße. Die Teile an den Rändern verlaufen in dünnerem Erguß, während die in der Mitte der Kassiopeja gelegenen eine in der Längsrichtung sich erstreckende Dichtigkeit zeigen.

Weiterhin liegt die rechte Seite des Perseus innerhalb der Milchstraße. Ihre nördliche Seite, welche sehr dünn ist, begrenzt der vereinzelte Stern (H 34 Cam.) außerhalb des rechten Knies des Perseus (Kat. 28), die südliche Seite, welche sehr dicht ist, der glänzende Stern (α) in der rechten Seite (Kat. 7) und von den drei ($\sigma\psi\delta$) südlich davon stehenden (Kat. 8. 9. 10) die beiden nachfolgenden ($\psi\delta$). In ihr umschlossen liegt auch der Nebelfleck (h) am Griff (Kat. 1), ferner die Sterne (τ) im Kopf (Kat. 5), (γ) an der rechten Schulter (Kat. 3) und (η) am rechten Armbug (Kat. 2), mitten in der Milchstraße das Viereck ($A\lambda\mu c$) im rechten Knie (Kat. 17. 18. 19), ferner der Stern (d) an der rechten Wade (Kat. 20), endlich gleichfalls noch ein wenig innerhalb der südlichen Seite der Stern (e) an der rechten Ferse (Kat. 21).

Hierauf läuft der Gürtel, indem er den Eindruck merklich dünneren Ergusses macht, durch den Fuhrmann. Der Stern (α) an der linken Schulter, die sogenannte Capella (Kat. 3), und die beiden Sterne ($\nu\tau$) am rechten Ellbogen (Kat. 5) berühren nahezu den nordöstlichen Rand der Milchstraße, der kleine Stern (2) über dem linken Fuß (Kat. 14) im Gewandsaum grenzt die südwestliche Seite ab, der Stern

(χ) über dem rechten Fuß (Kat. 12) liegt $^1/_2{}^0$ innerhalb derselben Seite, während die beiden dicht nebeneinander stehenden Sterne ($\eta\zeta$) am linken Ellbogen, die sogenannten Zicklein (Kat. 8. 9), in der Mitte des Gürtels liegen. Hei 176 Ha 89

Weiterhin geht die Milchstraße durch die Füße der Zwillinge, indem sie gerade bei den Sternen an den Enden der Füße eine gewisse in der Längsrichtung sich erstreckende Dichtigkeit entwickelt. Der nachfolgende (1) von den drei auf einer Geraden stehenden Sternen (136,139,1) unter dem rechten Fuße (β Tauri) des Fuhrmanns (Kat. Zw. 19), von den beiden ($\chi^1\chi^2$) in der Keule des Orion (Kat. 11. 12) der nachfolgende (χ^2) und von den vier Sternen ($\xi\nu f^2 f^1$) am Ende seiner Hand (Kat. 7—10) die beiden nördlichen ($f^2 f^1$) begrenzen den vorangehenden (westlichen) Rand der Milchstraße, der helle Stern ($\varkappa$ Aur.) unter der rechten Hand (ϑ) des Fuhrmanns (Kat. Zw. 20) und der Stern (ξ) am Ende des nachfolgenden Fußes des nachfolgenden Zwillings (Kat. 18) liegen ungefähr 1^0 innerhalb der nachfolgenden (östlichen) Seite, während die Sterne ($\eta\mu\nu\gamma$) an den Enden der übrigen Füße (Kat. 14—17) mitten in der Milchstraße liegen.

Von dort geht der Gürtel an dem Kleinen und dem Großen Hund vorbei, indem er den Kleinen Hund nach Osten zu abtrennt, so daß das ganze Bild nicht unbeträchtlich außerhalb der Milchstraße liegt, während er den Großen Hund nach Westen zu abtrennt, so daß er gleichfalls fast ganz außerhalb liegt. Denn es trifft den Stern (o^2) auf seinem Rücken (Kat. 12) ein wolkenähnlicher Ausläufer, der auch nahezu die letzterem hintereinander folgenden drei Sterne (65, 67, 68 H) im Nacken (?) des Großen Hundes berührt, wogegen der Stern (19 Mon.) über dem Kopf des Großen Hundes (Kat. 19), der außerhalb und weiter weg vereinzelt steht, ungefähr $2^1/_2{}^0$ innerhalb des östlichen Randes liegt. Es ist diese Strömung in ihrer ganzen Ausdehnung merklich dünner.

Hierauf geht die Milchstraße durch die Argo. Der nördliche und vorangehende (m) von den Sternen in dem kleinen Schild des Hinterteils (Kat. 5) begrenzt den westlichen Rand des Gürtels, der Stern ($\varkappa$) in der Mitte des Schildes (Kat. 6), Hei 177

die beiden ($\varrho\tau$) unter letzterem dicht nebeneinander stehenden (Kat. 7. 8), der glänzende (ζ) am Anfang des Verdecks
Ha 90 bei dem Steuerruder (Kat. 17) und von den drei Sternen ($\delta\varkappa\varphi$) am Kiel (Kat. 37. 38. 39) der mittelste ($\varkappa$) berühren nahezu die nämliche (westliche) Seite. Den östlichen Rand begrenzt der nördliche (d) von den drei Sternen (dab) am Mastbehälter (Kat. 22. 23. 24), während der glänzende Stern (ι) am Galjon (Kat. 2) 1^0 innerhalb derselben Seite und der helle Stern (λ) unter dem nachfolgenden kleinen Schild am Verdeck (Kat. 31) um den nämlichen Betrag eines Grades außerhalb derselben Seite liegt. Der südliche (β) von den zwei hellen Sternen ($\beta\alpha$) in der Mitte des Mastes (Kat. 27. 28) berührt dieselbe (östliche) Seite; die beiden glänzenden Sterne ($\gamma\varepsilon$) an derselben Schnittlinie des Kiels (Kat. 35. 36) stehen ungefähr 2^0 innerhalb des vorangehenden (westlichen) Randes. Von hier aus schließt sich nunmehr die Milchstraße an den durch die Füße des Zentauren gehenden Gürtel an. Diese durch die Argo gehende Strömung ist ziemlich dünn; wesentlich dichter sind die Teile derselben, welche um den kleinen Schild, um den Mastbehälter und um die Schnittlinie des Kiels herum liegen.

Nachdem der eingangs erwähnte Gürtel, wie (S. 65,14) gesagt, einen (freien) Zwischenraum nach dem bisher beschriebenen Gürtel hin bei dem Räucheraltar gelassen und von dort seinen Anfang genommen hat, schließt er die vom
Hei 178 Körper des Skorpions ab (Kat. 12. 13. 14) gezählten drei Schwanzgelenke ($\varepsilon\mu\zeta$) ein und läßt den nachfolgenden (τ) von den drei Sternen ($\sigma\alpha\tau$) im Körper (Kat. 7. 8. 9) 1^0 außerhalb des westlichen Randes liegen, während der Stern (η) im vierten Schwanzgelenk (Kat. 16) im reinen Himmelsblau zwischen den beiden Gürteln liegt, von jedem ungefähr gleichweit, d. i. wenig mehr als einen Grad entfernt. Hierauf beschreibt der vorangehende (westliche) Gürtel eine kreisbogenförmige Biegung nach Osten und wird an der westlichen Seite der Milchstraße begrenzt von dem Stern (η) am
Ha 91 rechten Knie des Schlangenträgers (Kat. 12), an der östlichen von dem Stern (ξ) an demselben Schienbein (Kat. 13),

während der vorangehende (A) von den Sternen ($A\,\vartheta\,b\,51$) am Ende des nämlichen Fußes (Kat. 14—17) dieselbe Seite berührt. Dann begrenzt weiterhin den westlichen Rand der Stern (μ) unter dem rechten Armbug des Schlangenträgers (Kat. 9), den östlichen der vorangehende (ν) von den beiden Sternen ($\nu\tau$) am Ende der nämlichen Hand (Kat. 10. 11). Von dort ab erstreckt sich ein ziemlich großer Zwischenraum von reinem Himmelsblau, in welchem die beiden Sterne ($\zeta\,\eta$) im Schwanze der Schlange (Kat. 16. 17) nach dem Stern (τ) am Ende (der Hand) liegen. Der gesamte (bisher) beschriebene Teil dieses Gürtels besteht aus einer ganz dünnen, fast luftartigen Strömung mit Ausnahme des Teiles, welcher die drei Schwanzgelenke ($\varepsilon\,\mu\,\zeta$) einschließt, der merklich dichter ist.

Nach dem Zwischenraum beginnt die Milchstraße wieder Hei 179
von neuem bei den vier Sternen (Kat. 25—28), die der rechten Schulter ($\beta\gamma$) des Schlangenträgers (Kat. 2. 3) nachfolgen. Den östlichen Rand dieses Gürtels begrenzt Berührung haltend der vereinzelt stehende helle Stern (ζ) unter dem Schwanze des Adlers (Kat. 9), den entgegengesetzten der von den obengenannten vier Sternen weiter weg nördlich stehende (Kat. 29).

Von da ab zieht sich dieser Gürtel, dünn wie er ist, auch noch zu einem schmalen Streifen in den Teilen zusammen, welche dem Stern (β) am Schnabel des Schwans (Kat. 1) vorangehen, so daß scheinbar der Eindruck einer Lücke hervorgerufen wird. Der übrige Teil desselben von dem Stern (β) am Schnabel bis zu dem Stern (γ) an der Brust des Schwans (Kat. 4) ist indessen sowohl breiter als auch bedeutend dichter Der Stern (η) am Halse des Schwans (Kat. 3) liegt in der Mitte dieses dichten Teils. Es zweigt sich aber von dem Stern (γ) an der Brust ein dünner Teil nach Norden ab bis zu dem Stern (δ) an der Schulter des rechten Flügels Ha 92
(Kat. 6) und den beiden dicht nebeneinander stehenden ($o^1\,o^2$) am Ende des rechten Fußes (Kat. 15. 16), wodurch, wie (S. 67,28) gesagt, nach dem anderen Gürtel hin eine reine Lücke entsteht, welche von den genannten Sternen ($\beta\,\eta\,\gamma$) des Schwans bis zu dem glänzenden Stern (α) am Sterz (Kat. 5) reicht.

Drittes Kapitel.
Anfertigung eines Himmelsglobus.

Die in der Milchstraße beachtenswerten Erscheinungen sind hiermit ihrer Lage nach beschrieben. Nun wollen wir
Hei 180 aber das Bild, welches der Himmelsglobus darbieten soll, auch mit den für die Fixsternsphäre nachgewiesenen Hypothesen in Einklang bringen; wurde doch nach ihnen auch diese Sphäre ähnlich wie die Sphären der Wandelsterne von dem ersten Umschwung scheinbar von Osten nach Westen um die Pole des Äquators herumbewegt, aber auch von einer in entgegengesetzter Richtung fortschreitenden Bewegung um die Pole der Ekliptik geleitet. So werden wir denn zur Anfertigung dieses Globus und zur Auftragung des Sternbestandes folgenden Weg einschlagen.

Für die Farbe der den Untergrund bildenden Kugel werden wir einen etwas dunkleren Ton wählen, wie er nicht der Luftfärbung des Tages, sondern mehr dem Dunkel der Nacht entspricht, bei welchem die Sterne sichtbar werden. Nachdem wir auf der Kugel genau diametral gegenüber zwei Punkte bestimmt haben, werden wir um diese als Pole einen größten Kreis beschreiben, welcher jederzeit in der Ebene der Ekliptik liegen soll, worauf wir unter rechten Winkeln zu ihm einen zweiten Kreis durch seine Pole ziehen. Von
Ha 93 einem der Schnittpunkte ausgehend, welche dieser Kreis mit ersterem bildet, werden wir dann den Ekliptikkreis unter Beisetzung der Zahlen zu praktisch gewählten Abschnitten in die üblichen 360 Grade teilen. Hierauf werden wir aus hartem Holz, welches sich nicht mehr verzieht, zwei allseitig so genau abgeschärfte Ringe herstellen, daß ihre Oberflächen in vier Kanten zusammenstoßen[a]; der kleinere muß an seiner ganzen konkaven Fläche mit dem Globus Berührung halten,
Hei 181 während der andere nur wenig größer sein darf. In der 31 Mitte der konvexen (Rund-)Fläche beider Ringe werden wir

a) D. h. daß die Querschnitte dieser Ringe Quadrate darstellen. Vgl. I 41, 26 und Procli Hypotyp. p. 43, 6.

ihre Dicke genau halbierende Linien einritzen.[a] Nachdem wir durch diese Linien hindurch in die eine der durch sie geschiedenen Seitenflächen Einschnitte bis zu der Hälfte des Kreisumfangs gemacht[b], werden wir auch die durch diese Einschnitte abgegrenzten Halbkreise (beider Ringe) in die (auf sie entfallenden) 180 Grade teilen. Ist dies geschehen, so treffen wir die Bestimmung, daß der kleinere Ring mit der (Mittellinie der) Fläche des bezeichneten (Ring-) Abschnitts jederzeit durch die beiden Pole des Äquators und der Ekliptik und weiter durch die Wendepunkte gehen (d. i. als Breitenkreis dienen) soll. Nachdem wir ihn diametral gegenüber an den Enden des durch die Einschnitte gekennzeichneten Abschnitts mit bis zur Mitte reichenden Bohrlöchern versehen haben, werden wir ihn vermittelst kleiner Stifte auf die Pole (der Ekliptik) aufsetzen, welche wir auf dem Globus festgelegt hatten, so daß er über die ganze Kugeloberfläche herumbewegt werden kann.

Um einen bleibenden Ausgangspunkt für die Auftragung des Fixsternbestandes zu erhalten, weil es keine Gewähr bietet, direkt an der Ekliptik des Globus die Wende- und Nachtgleichenpunkte zu kennzeichnen, wenn die Entfernung der aufzutragenden Sterne, auf diese Punkte bezogen, nicht dieselbe bleibt, so werden wir (als Fundamentalstern) den glänzendsten Fixstern — ich meine den (Sirius) am Maule Ha 94
des Großen Hundes — auf dem die Ekliptik (des Globus) unter rechten Winkeln schneidenden (Breiten-)Kreis durch einen Punkt bezeichnen: dies geschieht auf der Höhe des

---

a) Diese Linien sollen die genaue Einstellung der Mitte der Ringe auf die durch die Sterne gehenden Breitenkreise bzw. auf den Kolur der Wenden vermitteln.

b) Der Umfang beider Ringe wird hierdurch halbiert, weil nur die eine Hälfte des Umfangs eingeteilt werden soll, bei dem kleineren Ring als Breitenkreis die von Ekliptikpol zu Ekliptikpol reichende, bei dem größeren als Meridiankreis die vom Nordpol bis zum Südpol reichende. Diese Gradteilung ist natürlich auf der einen Seitenfläche der Ringe an dem inneren Rande vorzunehmen, welcher der Oberfläche des Globus am nächsten liegt.

Grades, der den Anfang der Einteilung (der Ekliptik) bildet,
Hei 182 und zwar in demjenigen Abstand von der Ekliptik nach ihrem südlichen Pole hin, wie ihn die (im Katalog) verzeichneten ($39^1/_6$) Grade in Breite an die Hand geben. Bei allen anderen Fixsternen werden wir weiterhin die bezeichnenden Punkte in der Reihenfolge des Katalogs machen. Hierzu wird der (Kolur-)Ring, welcher an dem durch die Einschnitte begrenzten Abschnitt (von Ekliptikpol zu Ekliptikpol) eingeteilt ist, um die Pole der Ekliptik gedreht. Zunächst legen wir nämlich stets die Fläche seiner durch die Einschnitte abgegrenzten Seite an denjenigen Punkt der Ekliptik an, welcher von dem Anfangspunkt der Zählung, der an dem durch den Hundsstern gehenden Gradabschnitt liegt, ebensoviele Grade in Länge entfernt ist, wie nach dem Katalog der Stern, um den es sich handelt, vom Hundsstern absteht. An dem Punkte der (bis hierher in Länge) weitergeschobenen eingeteilten Seite angelangt, welcher wieder ebensoviele Grade von der Ekliptik absteht, wie dem betreffenden Stern im Katalog nach dem nördlichen oder nach dem südlichen Ekliptikpol hin Abstand zukommt, werden wir an dieser Stelle den Ort des Sterns durch einen Punkt kenntlich machen. Schließlich setzen wir der Reihe nach die gelbe oder die für einige (z. B. die roten) Sterne besonders charakteristische Farbe in dem Maße auf, wie es zu dem für jeden Stern eingeschätzten Größenbetrag im richtigen Verhältnis steht.

Die Umrißzeichnungen der einzelnen Sternbilder werden
Ha 95 wir so einfach als möglich ausführen, indem wir die unter dasselbe Bild fallenden Sterne nur durch Linien umreißen, und zwar durch Linien, die sich von der Farbe, in welcher der ganze Globus gehalten ist, nicht allzusehr abheben, damit weder der praktische Zweck, der sich aus dieser charakteristischen Linienführung ergeben soll, verfehlt werde,
Hei 183 noch die Aufsetzung bunter Farben die Ähnlichkeit des Bildes mit der Wirklichkeit beeinträchtige. Dadurch erreichen wir, daß der auf den ersten Blick in das Auge fallende Vergleich uns leicht werde und unschwer im Gedächtnis zu be-

halten sei, sobald wir uns schon bei dem Bilde, welches der Globus bietet, daran gewöhnen, in den Konstellationen bloße Phantasiegebilde zu erblicken.

Nachdem wir nun auch die Lage der Milchstraße nach den oben dargelegten Positionen und Alignements und nicht minder den Dichtigkeitsverhältnissen oder Lücken entsprechend aufgetragen haben, werden wir auch den größeren Ring, welcher dauernd Meridian sein soll, mit dem kleineren, der den Globus umschließt, in Verbindung bringen, und zwar um Pole, welche mit denen des Äquators identisch sind. Zu diesem Zweck werden wir zunächst diese Punkte auf dem größeren, d. i. dem (feststehenden) Meridianring, wieder an den Enden der durch die Einschnitte abgegrenzten und eingeteilten Seite, welche (bei Sphaera recta ganz) über dem Horizont liegen wird, diametral gegenüber mit (nach innen gerichteten) Polstiften versehen. Für diese sind auf dem kleineren Ring, der durch beide Pole (sowohl den der Ekliptik als den des Äquators) geht, an den Enden der Bogen, welche beiderseits diametral gegenüber von den Ekliptikpolen die $23^0\,51'$ der Schiefe Abstand haben, an den Einschnittstellen des Ringes[a] kleine Erhöhungen gelassen, in denen sich die Lager für die Polstifte (des Meridianringes) befinden sollen.

Die durch Einschnitte (an den Ekliptikpolen) abgegrenzte Seite des kleineren Ringes, welche natürlich jederzeit[b] mit Ha 96
dem durch die Wendepunkte gehenden Meridian (d. i. mit 26
dem Kolur des Globus) zusammenfallen muß, werden wir nun für jeden gegebenen Fall (dauernd) auf denjenigen Punkt Hei 184
der Ekliptikteilung (des Globus) einstellen, welcher so viel Grade von dem durch den Hundsstern gehenden Anfang (der

a) Der Plural *τῶν κύκλων* ist sicher falsch: nur der kleinere Ring, der Kolur, welcher sich mit dem Globus unter dem festbleibenden größeren Ring um die Pole des Äquators drehen soll, kann Lager für die Polstifte des Meridianringes haben.

b) Sobald dieser Ring auf die beschriebene Weise unter den feststehenden Meridianring eingesetzt ist; als um den Globus drehbarer Breitenkreis war er ja nur zur Auftragung der Sterne verwendet worden.

Zählung) entfernt ist, als der Hundsstern zu der in Frage kommenden Zeit vom Sommerwendepunkt absteht. Diese (Länge des Hundssterns) beträgt z. B. zu Anfang der Regierung Antonins (137 n. Chr.) $12^0\,20'$ gegen die Richtung der Zeichen.[a] Den Meridianring aber werden wir unter rechten Winkeln mit dem vom Gestell (des Globus) dargestellten Horizont in feste Verbindung bringen, so daß er von der scheinbaren Fläche des letzteren halbiert wird, aber in der eigenen Ebene gedreht werden kann, damit wir von Fall zu Fall den nördlichen Pol an der Meridianteilung um den Bogen der zugrunde gelegten geographischen Breite über den Horizont erheben können.

Kein großer Nachteil wird uns daraus erwachsen, daß es nicht möglich gewesen ist, auf dem Globus selbst den Äquator und die Wendekreise anzubringen. Es wird nämlich der an der eingeteilten Seite des Meridianringes in der Mitte zwischen den Polen des Äquators liegende Punkt, welcher von jedem dieser Pole die 90 Grade des Quadranten Abstand hat, dieselbe Geltung haben wie die Punkte des Äquators, während diejenigen Punkte (der Meridianteilung), welche von diesem Punkt einen nördlichen oder südlichen Abstand von $23^0\,51'$ haben, als die Punkte des betreffenden Wendekreises gelten werden, d. h. durch den nördlich so weit abstehenden Punkt werden die Punkte des Sommerwendekreises gehen, durch den südlich so weit abstehenden die Punkte des Winterwendekreises. Werden also die Sterne, die in Frage kommen, vermittelst der ersten, d. i. der von Osten nach Westen vor sich gehenden Umdrehung an die
Rei 185 eingeteilte Seite des Meridianringes gebracht, so können auch
Ha 97 ihre Abstände vom Äquator oder von den Wendekreisen in
31 jedem einzelnen Falle wieder an derselben Einteilung (dieses Ringes) abgelesen werden, weil er eben einen durch die Pole des Äquators gehenden (Deklinations-)Kreis darstellt.

---

a) D. h. der Ort des Sirius liegt für 137 n. Chr. in Länge $12^0\,20'$ rückwärts des Wendepunktes ♋ 0^0, d. i. in ♊ $17^0\,40'$. Zum Anfang der Regierung Antonins vgl. S. 15,6 u. I Anh. Anm. 30.

Viertes Kapitel.
Die besonderen Stellungen, in welche die Fixsterne gelangen.

Nachdem das eigenartige Verfahren der Auftragung des Fixsternbestandes dargelegt ist, bleibt noch übrig, das Kapitel von den Stellungen der Fixsterne zu behandeln.

Abgesehen von den Stellungen, welche die Fixsterne lediglich zueinander einnehmen, wie z. B. wenn gewisse Sterne auf einer Geraden stehen, ein Dreieck oder andere mathematische Figuren bilden, werden drei Klassen von Stellungen, in welche die Fixsterne gelangen, von der Theorie in Betracht gezogen: erstens die Stellungen, in welche sie ausschließlich zu den Wandelsternen, zur Sonne und zum Monde oder zu den Teilen der Ekliptik gelangen; zweitens die Stellungen, in welche sie ausschließlich zu der Erde gelangen; drittens die Stellungen, in welche sie gleichzeitig sowohl zu der Erde als auch zu den Wandelsternen, zu der Sonne und zu dem Monde oder zu den Teilen der Ekliptik gelangen.

I. Die Stellungen, in welche die Fixsterne ausschließlich zu den Wandelsternen und zu den Teilen der Ekliptik gelangen, sind zwiefach aufzufassen:

A. In einem allgemeinen Sinne: die Fixsterne und die Wandelsterne kommen entweder auf ein und denselben durch die Pole der Ekliptik gehenden (Breiten-)Kreis zu stehen oder halten zueinander, auf verschiedenen (Breiten-)Kreisen Hei 186
stehend, die Abstände der Seiten des (gleichseitigen) Dreiecks, des Quadrats oder des (regelmäßigen) Sechsecks ein, d. h. Abstände von 120^0, 90^0 oder 30^0.

B. In einem besonderen Sinne: es kann einer der Wandelsterne unter einem Fixstern weggehen. In Betracht kommen diejenigen Fixsterne, deren Örter in dem dreikantigen Ausschnitt[a] des Tierkreises liegen, welcher den Lauf der Wandel- Ha 98
sterne in Breite umfaßt. Derart sind 31

a) Zwei nördlich und südlich der Ekliptik verlaufende Kanten des Prismas werden von den durch die Örter der größten nörd-

a) die Stellungen zu den fünf Wandelsternen bei den scheinbaren Konjunktionen[a] oder Bedeckungen;

b) die Stellungen zur Sonne und zum Monde bei den heliakischen oder lunaren Untergängen, bei den Konjunktionen und bei den heliakischen oder lunaren Aufgängen. Heliakischen oder lunaren Untergang nennen wir den Zeitpunkt, zu welchem ein Stern, in die Strahlen der Lichtkörper gelangend, anfängt unsichtbar zu werden, Konjunktion den Zeitpunkt, zu welchem die Bedeckung des Sterns zentral ist, heliakischen oder lunaren Aufgang den Zeitpunkt, zu welchem er, den Strahlen der Lichtkörper entronnen, wieder anfängt sichtbar zu werden.

II. Die ausschließlich zur Erde eintretenden Stellungen der Fixsterne, vier an der Zahl, werden von einigen Astronomen mit einem gemeinsamen Namen „Kardinalstellungen" genannt; die besonderen Namen sind Aufgang, obere Kulmination, Untergang und untere Kulmination.

A. Sphaera recta. Wo der Äquator in den Zenit zu liegen kommt, gehen alle Fixsterne auf und unter und kulminieren bei jeder Umdrehung einmal über und einmal unter dem Horizont, weil die Pole des Äquators alsdann
Hei 187 den Horizont berühren und keinen Parallelkreis weder zum immersichtbaren noch zum immerunsichtbaren machen.

B. Sphaera parallela. Wo der Pol in den Zenit zu liegen kommt, geht kein Fixstern weder auf noch unter, weil alsdann der Äquator die Lage des Horizonts einnimmt und die eine der durch ihn geschiedenen Halbkugeln sich dauernd über, die andere dauernd unter dem Horizont

---

lichen und südlichen Breite gehenden Parallelen zur Ekliptik gebildet, die dritte Kante verläuft bei dem täglichen Umschwung parallel zur Ekliptik durch das Auge des Beobachters.

a) Unter dieser Art von Konjunktionen (*κολλήσεις*) versteht man nicht nur diejenigen Annäherungen von Planeten an Fixsterne, bei denen die beiden Sterne wie aneinander geklebt erscheinen, sondern auch noch die Annäherung bis auf einige Grade.

dreht, so daß jeder Stern im Verlauf einer Umdrehung zweimal kulminiert, der eine Teil der Sterne zweimal über, der andere Teil zweimal unter dem Horizont.

C. Sphaera obliqua. Da bei den anderen Stellungen Ha 99
der Sphäre, welche (bei Neigung der Achse) zwischen den
beschriebenen liegen, einige Kreise immersichtbar und andere immerunsichtbar werden, so haben die von diesen Kreisen nach den Polen hin eingeschlossenen Sterne weder Aufgang noch Untergang, aber bei jeder Umdrehung zwei Kulminationen: die in dem immersichtbaren Kreise liegenden
Sterne über dem Horizont, die in dem immerunsichtbaren liegenden unter dem Horizont. Die übrigen auf den größeren Parallelkreisen stehenden Sterne gehen sowohl auf als unter und kulminieren bei jeder Umdrehung einmal über und einmal unter dem Horizont.

Die von einer Kardinalstellung bis wieder zu der nämlichen verstreichende Zeit ist überall dieselbe; denn sie umfaßt für die sinnliche Wahrnehmung eine Umdrehung. Auch die von einer Kardinalstellung bis zur diametral gegenüber- Hei 188
gelegenen verstreichende Zeit ist, theoretisch auf den Meridian bezogen, überall dieselbe; denn sie umfaßt die Hälfte einer Umdrehung. Wird sie aber theoretisch auf den Horizont bezogen, so ist sie wieder dieselbe (nur dann), wenn der Äquator im Zenit liegt; denn alsdann umfaßt sie ebenfalls wieder die Hälfte einer Umdrehung, weil in diesem
Fall sämtliche Parallelkreise nicht nur von dem Meridian, sondern auch von dem Horizont halbiert werden. Bei den anderen Stellungen (der Sphäre bei geneigter Achse) ist aber weder die über dem Horizont noch die unter dem Horizont (zwischen Auf- und Untergang bzw. Untergang und Wiederaufgang) verstreichende Zeit an sich bei allen Sternen die gleiche; ebensowenig ist bei jedem Stern die über dem Horizont (d. i. zwischen Aufgang und Untergang) verstreichende Zeit gleich der unter dem Horizont (nach Untergang bis Wiederaufgang) verstreichenden; dies ist nur der Fall bei den-
jenigen Sternen, welche im Äquator selbst stehen, weil dieser allein auch bei Sphaera obliqua von dem Horizont halbiert

wird, während alle anderen Parallelkreise in unähnliche und ungleiche Bogen zerschnitten werden.

Dementsprechend ist auch die Zeit vom Aufgang bis zur oberen Kulmination für jeden Stern gleich der Zeit von der oberen Kulmination bis zum Untergang, und ebenso die Zeit
Ha 100 vom Untergang bis zur unteren Kulmination gleich der Zeit von der unteren Kulmination bis zum Aufgang, weil der Meridian sowohl die über dem Horizont als auch die unter dem Horizont liegenden Bogen der Parallelkreise halbiert. Dagegen ist die Zeit vom Aufgang bis zur oberen Kulmination *ungleich* der Zeit vom Untergang bis zur unteren Kulmination bei Sphaera obliqua, *gleich* bei Sphaera recta, weil nur bei letzterer durchweg die über dem Horizont liegenden Bogen (der Parallelkreise) gleich sind den unter dem Horizont liegenden. Infolgedessen gehen bei Sphaera recta die gleichzeitig kulminierenden Sterne stets sowohl gleichzeitig auf als auch gleichzeitig unter, insoweit wenigstens
Hei 189 ihr Fortschritt um die Pole der Ekliptik nicht wahrnehmbar ist. Dagegen gehen bei Sphaera obliqua die gleichzeitig kulminierenden Sterne weder gleichzeitig auf noch gleichzeitig unter, sondern die südlicheren gehen stets später auf als die nördlicheren und gehen auch eher wieder unter.

III. Die von der Theorie in Betracht gezogenen Stellungen der Fixsterne, welche gleichzeitig zur Erde und zu den Wandelsternen oder zu den Teilen der Ekliptik eintreten, faßt man wieder im allgemeinen nach den Aufgängen, Kulminationen und Untergängen ins Auge, die gleichzeitig mit einem Planeten oder einem Teile der Ekliptik erfolgen. Die speziell zur Sonne (in dieser Hinsicht) eintretenden Stellungen werden von der Theorie in neun Klassen geschieden.

1. Der sog. Früh-Oststand findet statt, wenn der Stern mit der Sonne in den östlichen Horizont tritt. Zu unterscheiden sind

a) der nichtsichtbare Morgen-Nachaufgang, wenn der
Ha 101 Stern selbst, im Anfangsstadium seines heliakischen Unter-
36 gangs begriffen, gleich nach der Sonne aufgeht;

b) der wahre Morgen-Mitaufgang, wenn der Stern gleichzeitig und zusammen mit der Sonne in den östlichen Horizont tritt;

c) der sichtbare Morgen-Voraufgang, wenn der Stern, Hei 190
im Anfangsstadium seines heliakischen Aufgangs begriffen, 5
vor der Sonne aufgeht.

2. Die sog. Früh-Kulmination findet statt, wenn der Stern selbst, während die Sonne im östlichen Horizont steht, entweder über oder unter dem Horizont kulminiert. Zu unterscheiden sind wieder 10

a) die nichtsichtbare Morgen-Nachkulmination, wenn der Stern gleich nach Sonnenaufgang kulminiert;

b) die wahre Morgen-Mitkulmination, wenn der Stern gleichzeitig mit Sonnenaufgang kulminiert;

c) die Morgen-Vorkulmination, wenn die Sonne gleich 15
nach Kulmination des Sterns aufgeht. Findet die Kulmination über dem Horizont statt, so ist sie sichtbar.

3. Der sog. Früh-Weststand findet statt, wenn der Stern im westlichen Horizont steht, während die Sonne im östlichen steht. Zu unterscheiden sind wieder 20

a) der nichtsichtbare Morgen-Nachuntergang, wenn der Stern gleich nach Sonnenaufgang untergeht;

b) der wahre Morgen-Mituntergang, wenn der Stern gleichzeitig mit Sonnenaufgang untergeht;

c) der sichtbare Morgen-Voruntergang, wenn die Ha 102
Sonne gleich nach dem Untergang des Sterns aufgeht. 26

4. Der sog. Meridian-Oststand findet statt, wenn der Hei 191
Stern im Osthorizont steht, während die Sonne kulminiert. Zu unterscheiden sind wieder

a) der nichtsichtbare Tages-Meridian-Oststand, wenn 30
der Stern aufgeht, während die Sonne über dem Horizont kulminiert;

b) der sichtbare Nacht-Meridian-Oststand, wenn der Stern aufgeht, während die Sonne unter dem Horizont kulminiert.

5. Die sog. Mittag-Kulmination findet statt, wenn die Sonne und der Stern gleichzeitig in den Meridian treten. Auch hier sind zu unterscheiden

a) zwei nichtsichtbare Tages-Kulminationen, wenn bei Kulmination der Sonne über dem Horizont der Stern

α) gleichzeitig mit ihr über dem Horizont,

β) ihr diametral gegenüber unter dem Horizont kulminiert;

b) zwei Nacht-Kulminationen, wenn die Sonne unter dem Horizont kulminiert, und zwar

α) die nichtsichtbare, wenn der Stern mit der Sonne gleichfalls unter dem Horizont kulminiert;

β) die sichtbare, wenn der Stern der Sonne diametral gegenüber über dem Horizont kulminiert.

6. Der sog. Meridian-Weststand findet statt, wenn der Stern im westlichen Horizont steht, während die Sonne kulminiert. Zu unterscheiden sind wieder

a) der nichtsichtbare Tages-Meridian-Weststand, Hei 192 wenn der Stern untergeht, während die Sonne über dem Horizont kulminiert;

b) der sichtbare Nacht-Meridian-Weststand, wenn Ha 103 der Stern untergeht, während die Sonne unter dem Horizont kulminiert.

7. Der sog. Spät-Oststand findet statt, wenn der Stern im östlichen Horizont steht, während die Sonne im westlichen steht. Zu unterscheiden sind wieder

a) der sichtbare Abend-Nachaufgang, wenn der Stern gleich nach Sonnenuntergang aufgeht;

b) der wahre Abend-Mitaufgang, wenn der Stern gleichzeitig mit Sonnenuntergang aufgeht;

c) der nichtsichtbare Abend-Voraufgang, wenn die Sonne gleich nach dem Aufgang des Sterns untergeht.

8. Die sog. Spät-Kulmination findet statt, wenn der Stern, während die Sonne im westlichen Horizont steht, entweder über oder unter dem Horizont kulminiert. Zu unterscheiden sind wieder

a) die sichtbare Abend-Nachkulmination, wenn der Stern gleich nach Sonnenuntergang kulminiert;

b) die wahre Abend-Mitkulmination, wenn der Stern gleichzeitig mit Sonnenuntergang kulminiert;

c) die nichtsichtbare Abend-Vorkulmination, wenn Hei 193 gleich nach Kulmination des Sterns die Sonne untergeht. 6

9. Der sog. Spät-Weststand findet statt, wenn der Stern gleichzeitig mit der Sonne in den westlichen Horizont tritt. Ha 104 Zu unterscheiden sind wieder

a) der sichtbare Abend-Nachuntergang, wenn der 10 Stern selbst, im Anfangsstadium seines heliakischen Untergangs begriffen, gleich nach der Sonne untergeht;

b) der wahre Abend-Mituntergang, wenn der Stern zusammen und gleichzeitig mit der Sonne untergeht;

c) der nichtsichtbare Abend-Voruntergang, wenn der 15 Stern, im Anfangsstadium seines heliakischen Aufgangs begriffen, vor der Sonne untergeht.

Fünftes Kapitel.

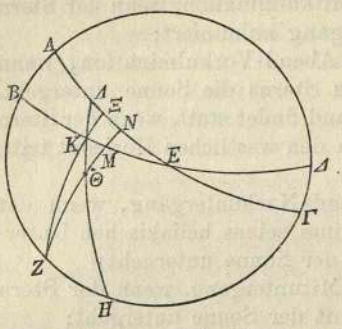
Mitaufgänge, Mitkulminationen und Mituntergänge der Fixsterne.

Unter den vorstehend beschriebenen Verhältnissen können die Zeiten (d. s. die Kalenderdaten) der wahren, theoretisch auf das Zentrum der Sonne bezogenen Mitaufgänge, Mit- 20 kulminationen und Mituntergänge ohne weiteres lediglich auf dem Wege geometrischer Konstruktion aus der nach dem Sternenstand gegebenen Lage von uns bestimmt werden, weil auch die Punkte der Ekliptik, mit denen jeder Hei 194 Fixstern kulminiert und auf- oder untergeht, mit Hilfe der 25 zu Gebote stehenden Lehrsätze auf dem Wege geometrischer Konstruktion nachweisbar sind.

I. Mitkulminationen.

Es sei ΑΒΓΔ der durch die beiden Pole des Äquators und der Ekliptik gehende (Kolur-)Kreis, ΑΕΓ sei der Halb- 30 kreis des Äquators um den Pol Ζ, ΒΕΔ der Halbkreis der

Ekliptik um den Pol H. Durch die Pole der Ekliptik sei
Ha 105 als Bogen eines größten Kreises HΘKΛ gezogen, auf dem man sich den Fixstern, um welchen es sich handelt, in Punkt Θ zu denken hat. Mit Bezug auf die so gezogenen (Breiten-)Kreise sind ja die Positionen der Fixsterne von uns beobachtet und katalogisiert worden. Nun ziehe man auch durch die Pole des Äquators ZΘMN als Bogen eines größten Kreises.



Daß der in Θ angenommene Stern gleichzeitig mit den Punkten M der Ekliptik und N des Äquators kulminiert, ist klar[a], daß aber diese
Hei 195 Punkte bestimmbar sind, und somit auch der Bogen ΘN (auf welchem in Punkt M die Sonne steht), wird auf folgendem Wege ersichtlich werden.

Da in Bogen zweier größter Kreise, d. i. in die Bogen AH und AN, die (in Punkt Θ sich schneidenden) Bogen größter Kreise HΛ und NZ hineingezogen sind, so gilt nach dem im ersten Bande des Handbuchs (S. 51, 1) bewiesenen Satz

$$\frac{2sb\,HA}{2sb\,AZ} = \frac{2sb\,H\Lambda}{2sb\,\Lambda\Theta} \cdot \frac{2sb\,\Theta N}{2sb\,NZ}.$$

Nun sind AZ, NZ und HK ohne weiteres als Quadranten gegeben; ferner ist

KΘ als Breite } des Sterns dem Katalog zu
KB als Länge[b] } entnehmen,
ZH und KΛ der Tabelle der Ekliptikschiefe.[c]

a) Weil alle drei Punkte auf demselben Deklinationskreis ZN liegen.

b) Weil B der Winterwendepunkt ist.

c) ZH als die Schiefe der Ekliptik, KΛ allerdings nur unter der Voraussetzung, daß KΛ als Normale zur Ekliptik unwesentlich verschieden ist von dem Meridianbogen KΞ, den Ptolemäus verschweigt, obgleich auch an der unförmlichen Figur des Originals der Meridianquadrant ZΞ, aber falsch, gezogen ist.

Es ist also klar, daß von den in obiger Gleichung stehenden Bogen gegeben sein werden HA (als AZ + ZH), AZ, HΛ (als HK + KΛ), ΛΘ (als KΛ + KΘ) und NZ; folglich wird sich auch der (in der Gleichung) noch übrige Bogen ΘN (d. i. die südliche Deklination des Sterns) bestimmen lassen. Nun gilt ferner der Satz (I 49, 31)

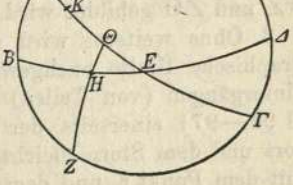
$$\frac{2sb\,ZH}{2sb\,HA} = \frac{2sb\,Z\Theta}{2sb\,\Theta N} \cdot \frac{2sb\,N\Lambda}{2sb\,\Lambda A}. \qquad \begin{matrix}\text{Ha 106}\\ \text{Hei 196}\end{matrix}$$

Nach vorstehendem sind von den in der Gleichung stehenden Bogen gegeben ZH, HA, ZΘ (als NZ − ΘN) und ΘN; mit KB ist ferner gegeben durch die gleichzeitigen Aufgänge des Äquators und der Ekliptik bei Sphaera recta der (Äquator-)Bogen ΛA[a]; folglich wird auch der (in der Gleichung) noch übrige Bogen NΛ sich bestimmen lassen.

Schließlich wird demnach mit dem ganzen (Äquator-)Bogen NA (= NΛ + ΛA) auch der Ekliptikbogen MB gegeben sein (und damit der Grad der Sonne und der Kalendertag der Kulmination).

II. Mitauf- und Miduntergänge.

Auch die mit den Fixsternen gleichzeitig auf- oder untergehenden Punkte des Äquators und der Ekliptik werden mit Hilfe der Mitkulminationen leicht auf folgende Weise gewonnen.



1. Es sei ABΓΔ der Meridian, ein Halbkreis des Äquators sei AEΓ um den (südlichen) Pol Z, und BEΔ ein Halbkreis des Horizonts. Der Stern soll in dem Punkte H des Horizonts aufgehen. Durch

a) Indem man mit dem von ♈ 0° ab gegebenen Ekliptikbogen KB in die Tabelle für Sphaera recta (I 94) eingeht und der zweiten Spalte den Äquatorbogen ΞA entnimmt, welcher nur unter der Anm. c) hingestellten Voraussetzung dem Bogen ΛA gleich ist.

die Punkte Z und H ziehe man ZHΘ als Quadranten eines größten Kreises.

Da nun wieder die (in Punkt H sich schneidenden) Bogen
Hei 197 ZΘ und BE in Bogen zweier größter Kreise, d. i. in die
5 Bogen AZ und AE, hineingezogen sind, so gilt wieder (vgl. I 49, 31)

$$\frac{2sb\,ZB}{2sb\,BA} = \frac{2sb\,ZH}{2sb\,H\Theta} \cdot \frac{2sb\,\Theta E}{2sb\,EA}.$$

Ha 107 Von den in der Gleichung stehenden Bogen sind (ZB + BA =) ZA, (ZH + HΘ =) ZΘ und EA als Quadranten ge-
10 geben; es ist ferner ZB als die Polhöhe gegeben (somit BA als die Äquatorhöhe), bestimmbar mit Hilfe (der Berechnung) der Mitkulmination sind der Punkt Θ des Äquators[a] und der Bogen HΘ (somit ZH als ZΘ — HΘ); folglich wird auch der (in der Gleichung) noch übrige Bogen ΘE
15 sich bestimmen lassen.

2. Es ist leicht einzusehen, daß bei den Mituntergängen, wenn wir einen ΘE gleichen Bogen westlich von Θ aus abtragen, wie z. B. ΘK, der (in H mit dem Punkt E aufgehende) Stern gleichzeitig mit dem Punkt K des Äquators untergehen wird,
20 weil sich alsdann erstens der Untergang (von der Mitkulmination des Äquatorpunktes Θ ab) auf einem dem Bogen BH gleichen Bogen (des Horizonts) vollzieht[b], und weil zweitens westlich des Meridians ein gleichgroßer (Stunden-) Winkel gebildet wird, wie der (∠AZΘ) ist, welcher an der
25 vorliegenden Figur östlich des Meridians von den Bogen AZ und ZΘ gebildet wird.

3. Ohne weiteres wird sich nun aus den für jede geographische Breite nachgewiesenen gleichzeitigen Auf- und Untergängen (von Teilen) des Äquators und der Ekliptik
30 (I 94—97) einerseits der mit dem Punkt E des Äqua-
Hei 198 tors und dem Stern gleichzeitig aufgehende, anderseits der mit dem Punkt K und dem Stern gleichzeitig untergehende

a) Der Bogen HΘ entspricht an der vorigen Figur (s. S. 85, 5) dem Bogen ΘN, d. i. der südlichen Deklination des Fixsterns.

b) Die Untergangsweite des Sterns wird gleich der Aufgangsweite BH sein.

Grad der Ekliptik bestimmen lassen.[5] Ferner ist klar, daß die theoretisch auf das Zentrum der Sonne bezogenen Aufgänge, Kulminationen und Untergänge der Fixsterne, d. h. ihre sog. wahren gleichzeitigen Kardinalstellungen, zu den Zeiten stattfinden werden, zu denen sich in den betreffenden Punkten der Ekliptik der genaue Ort der Sonne befindet.

Sechstes Kapitel.

Heliakische Auf- und Untergänge der Fixsterne.

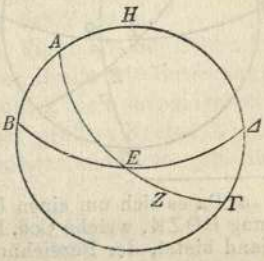
Für die heliakischen Auf- oder Untergänge finden wir Ha 108
die Methode der geometrischen Konstruktion, bei welcher lediglich von der Position der Fixsterne (ohne Rücksicht auf ihre Stellung zur Sonne) ausgegangen wurde, nicht mehr ausreichend. Läßt sich nämlich auf diesem Wege z. B. auch nachweisen, mit welchem Ekliptikgrad dieser oder jener Stern aufgeht, so ist es doch nicht möglich, auf dem gleichen Wege die Größe des (Ekliptik-)Bogens zu bestimmen, welchen die Sonne noch unter dem Horizont stehen muß, damit der Stern erstmalig sichtbar oder unsichtbar werde. Denn dieser Bogen kann weder bei allen Sternen derselbe sein, noch bei denselben Sternen unter allen Umständen der gleiche. Er muß vielmehr verschieden sein

erstens im Verhältnis zur Größe der Sterne,

zweitens im Verhältnis zu ihrem Breitenabstand von der Sonne,

drittens im Verhältnis zur Änderung der Neigung der Ekliptik.

Denken wir uns den Kreis ΑΒΓΔ als Meridian, ΑΕΖΓ als einen Halbkreis der Ekliptik und ΒΕΔ als einen Halbkreis des Horizonts um den Pol Η, so ist folgendes klar.



Hei 199

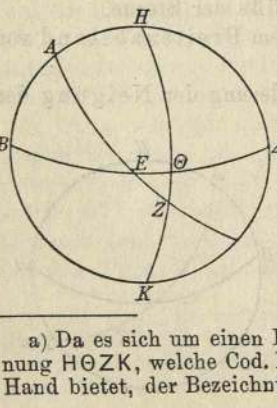
1. Wenn von den Sternen, welche mit dem Ekliptikpunkt Ε aufgehen, der größere erstmalig sicht-

bar zu werden beginnt, während die Sonne beispielshalber den Bogen EZ unter dem Horizont entfernt steht, wird der kleinere Stern, auch wenn er den gleichgroßen Breitenabstand von der Sonne hat, erstmalig sichtbar werden, wenn die Sonne einen größeren Bogen als EZ entfernt steht und somit geringeren lichten Schein entwickelt.

Ha 109 2. Wenn bei gleicher Größe der Sterne derjenige, welcher in Breite annähernd in Punkt E steht, bei der Entfernung EZ erstmalig sichtbar wird, muß der Stern, welcher weiter als ersterer (von E in Breite) entfernt steht, schon bei geringerer Entfernung (der Sonne) sichtbar werden, weil selbst bei derselben Entfernung der Sonne unter dem Horizont der in der Ekliptik selbst und (näher) an der Sonne entwickelte lichte Schein stärker ist als derjenige, welcher sich in weiterer Entfernung (wo der Stern steht) geltend macht.

Hei 200 3. Je mehr bei gleicher Größe derjenigen Sterne, welche mit dem gleichgroßen Abstand in Breite aufgehen, die Ekliptik gegen den Horizont geneigt ist und dadurch den ∠ΔEZ kleiner macht, um so größer als EZ muß die Entfernung (der Sonne) sein, bei welcher der Stern erstmalig sichtbar wird.

Wenn wir, wie dies an der folgenden Figur geschieht, durch die Pole des Horizonts und die in Punkt Z stehende Sonne den Halbkreis HΘZK legen[a], welcher natürlich (als Höhenkreis) den Horizont unter rechten Winkeln schneiden wird, so bleibt die Entfernung der Sonne unter dem Horizont für dieselben Sterne unter allen Umständen dem (Sehungs-) Bogen ZΘ gleich, weil bei dem in die-



a) Da es sich um einen Halbkreis handelt, so ist die Bezeichnung HΘZK, welche Cod. D unter Einschub von Θ durch zweite Hand bietet, der Bezeichnung ΘZK des Textes vorzuziehen.

ser Hinsicht gleichgroß bleibenden Abstand (der Sonne) auch der über den Horizont sich erstreckende lichte Schein gleichstark ist; dagegen muß der Bogen EZ, während der Bogen ZΘ, wie gesagt, derselbe bleibt, um so kleiner werden, je steiler die Ekliptik steht, und um so größer, je mehr sie geneigt ist.

Es bedarf mithin für jeden einzelnen Stern zur Feststellung der Entfernung der Sonne unter dem Horizont in der Ekliptik der Beobachtung. Und wenn die auf dem zum Horizont senkrechten (Höhen-)Kreis gemessene Entfernung, wie an der vorliegenden Figur der (Sehungs-)Bogen ZΘ, nicht einmal an allen Orten des bewohnten Gebietes der Erde für dieselben Sterne die nämliche bleibt, weil die an Ha 110
sich gleichstarke Leuchtkraft (der Sonne) in der dichteren Hei 201
Atmosphäre der nördlichen Breiten nicht den gleichen lichten Schein verbreitet, so werden wir nicht mit den Beobachtungen einer einzigen geographischen Breite auskommen, sondern solche auch für alle übrigen Breiten anstellen müssen. Wenn dagegen für dieselben Sterne der ZΘ entsprechende (Sehungs-)Bogen allerorten als der nämliche gewahrt bleibt, wofür allerdings die Wahrscheinlichkeit spricht — denn auch die Leuchtkraft der Sterne muß in derselben Weise (wie die der Sonne) von dem Unterschied der Atmosphäre abhängig sein —, so werden uns bereits die für eine einzige geographische Breite beobachteten Entfernungen (d. s. die Ekliptikbogen EZ) ausreichen, um auch die übrigen auf dem Wege geometrischer Konstruktion daraus abzuleiten, mag sich die Neigung der Ekliptik ändern je nach dem Beobachtungsort oder infolge des nachgewiesenen Fortschritts der Fixsternsphäre in der Richtung der Zeichen.

Es sei an der (S. 88, 23) erklärten Figur aus der Beobachtung einer beliebigen geographischen Breite die Entfernung EZ gegeben. Da wieder die (in Punkt E sich schneidenden) Bogen BΘ und ZA in Bogen zweier größter Kreise, d. i. in die Bogen HB und HZ, hineingezogen sind, so gilt die Gleichung (wie S. 85, 7)

$$\frac{2sb\,AB}{2sb\,BH} = \frac{2sb\,AE}{2sb\,EZ} \cdot \frac{2sb\,Z\Theta}{2sb\,\Theta H}.$$

Von den in der Gleichung stehenden Bogen sind BH und ΘH ohne weiteres als Quadranten gegeben. Da ferner E als der Punkt, mit welchem der Stern aufgeht, als gegeben
Hei 202 angenommen wird, so ist auch A als der kulminierende
5 Punkt (der Ekliptik) nach den mit Hilfe der Aufgangstafeln zu lösenden Aufgaben (I 99, 26) bestimmbar, d. h.
Ha 111 hierdurch ist der Bogen AE gegeben, und der Bogen EZ aus der Beobachtung. Auch der Bogen AH ist bestimmbar, indem er sich zusammensetzt[a] aus dem Äquator-
10 abstand (d. i. der Deklination) des (kulminierenden Ekliptik-) Punktes A, welcher der Tabelle der Schiefe zu entnehmen ist, und dem auf demselben Meridian (BH) gemessenen Zenitabstand des Äquators, welcher der Polhöhe gleich ist.[b] Folglich wird auch der (in der Gleichung) noch übrige
15 Bogen ZΘ sich bestimmen lassen.

Ist dieser (Sehungs-)Bogen gefunden und bleibt er allerorten (vgl. S. 89, 19) der nämliche, so werden wir mit Hilfe desselben auch die zahlenmäßigen Beträge des (Aufgangs-) Bogens EZ, wie sie bei den anderen Neigungen (der Ekliptik) eintreten, aus denselben Bogen (wie oben) gewinnen. Denn es gilt wieder die Gleichung[c]

$$\frac{2sb\,BH}{2sb\,AB} = \frac{2sb\,\Theta H}{2sb\,Z\Theta} \cdot \frac{2sb\,EZ}{2sb\,AE}.$$

Von den in der Gleichung stehenden Bogen ist jetzt (der Sehungsbogen) ZΘ gegeben (sowie als Quadranten, wie oben,
25 BH und ΘH); ferner läßt sich mit Hilfe des oben (S. 86, 14) gelieferten Nachweises der Punkt E bestimmen, welcher in der geographischen Breite, der die Untersuchung gilt, gleich-

---

a) Als Summe von Zenitabstand des Äquators und Deklination des Punktes A, wenn die Deklination südlich ist, als Differenz von Zenitabstand und Deklination, wenn letztere nördlich ist. Vgl. I Anh. Anm. 6

b) Der noch fehlende Bogen AB, d. i. die Äquatorhöhe, ist der Komplementbogen zu dem durch die Polhöhe gegebenen Zenitabstand des Äquators.

c) Es ist dieselbe wie S. 89, 35, nur daß die Zähler mit den Nennern vertauscht sind.

zeitig mit dem Stern aufgeht, endlich werden ebenso wieder die Bogen AE und AB gewonnen.[a] Folglich ist auch der (in der Gleichung) noch übrige Bogen EZ der Ekliptik bestimmbar.

Dasselbe methodische Verfahren wird von uns auch für Hei 203
die im Westhorizont stattfindenden heliakischen Unter- 6
gänge wahrgenommen werden, nur mit dem Unterschied, daß an der sonst gleichen Figur die Lage der Ekliptik ihrer Neigung entsprechend nach der anderen (d. i. niedersteigenden) Seite gezeichnet zu verstehen ist, weil der Horizont- 10
bogen BΔ als der westliche angenommen wird.

Um auch dieses Kapitel nicht übergangen zu haben, halten Ha 112
wir vorstehende Ausführungen zur Erläuterung der Aufgaben, welche auf diesem theoretischen Gebiete der Lösung harren, für ausreichend. Weil aber der Beobachter, welcher auf diesem 15
Gebiete derartige Voraussagungen sammelt, mit einer Fülle von Faktoren zu rechnen hat, nicht nur wegen der unzähligen Differenzen, welche die verschiedenen Beobachtungsorte und Neigungen der Ekliptik verursachen, sondern auch wegen der unendlichen Zahl der Sterne an sich, weil ferner das 20
Beobachtungsgeschäft gerade hinsichtlich der heliakischen Auf- und Untergänge überaus mühevoll und nicht leicht wahrzunehmen ist, da sowohl das Auge des Beobachters selbst, als auch die Beschaffenheit der Atmosphäre, die an den ins Auge gefaßten Stellen herrscht, den Zeitpunkt des ersten 25
mutmaßlichen Sehens ungleichmäßig und unsicher machen kann, wie mir persönlich aus eigener Erfahrung bei den Differenzen, die sich bei derartigen Beobachtungen ergeben, zur Genüge klar geworden ist, weil zu alledem auch infolge des Fortschritts der Fixsternsphäre die Mitaufgänge, Mit- 30
kulminationen und Mituntergänge für jede geographische Breite nicht einmal ewig dieselben bleiben können, wie wir

a) Bogen AE durch Berechnung des kulminierenden Grades aus dem aufgehenden, worauf sich dann aus der Deklination des kulminierenden Grades und dem Zenitabstand des Äquators der Bogen AB ergibt. Vgl. S. 90, 4—13.

sie für die Gegenwart mit Aufgebot einer Unsumme von
Hei 204 Zahlen und Nachweisen ausklügeln würden, so haben wir eine derartige Zeitverschwendung gemieden und begnügen uns für den vorliegenden Zweck mit den Ergebnissen, welche annäherungsweise entweder direkt aus den früheren Aufzeichnungen oder aus der Handhabung des Globus von Fall zu Fall gewonnen werden können. Sehen wir ja doch, daß auch den an die heliakischen Auf- und Untergänge geknüpften Witterungsanzeichen, falls man diesen Vorgängen
Ha 113 und nicht vielmehr den Stellen der Ekliptik die Ursache zuschreibt, immer nur der Wert einer ungefähr annähernden Voraussage, keineswegs die Geltung einer festen Regel oder gar der Unabänderlichkeit zukommt; denn die Ursache (des Witterungswechsels) tritt im allgemeinen wohl ein, ist aber in ihrer Wirkung nicht direkt von dem ersten Zeitpunkt der heliakischen Auf- und Untergänge abhängig, sondern vielmehr von den Stellungen, die in Opposition zur Sonne stattfinden und von den hierbei von Fall zu Fall eintretenden Positionswinkeln des Mondes.

Neuntes Buch.

Erstes Kapitel.

Die Reihenfolge der Sphären der Sonne, des Mondes und der fünf Wandelsterne.

Ha 114
Hei 206 Was man über die Fixsternwelt in der Hauptsache in einem wissenschaftlichen Kommentar zur Sprache bringen kann, soweit die bisher festgestellten Himmelserscheinungen diesem Vorhaben förderlich sind, dürfte hiermit ungefähr erschöpft sein. Da für das vorliegende Handbuch die Theorien der fünf Wandelsterne noch ausstehen, so werden wir, um unnötige Wiederholungen zu vermeiden, die Mitteilungen über dieselben, soweit dies angängig ist, unter einen gemeinsamen Gesichtspunkt zusammenfassen und die jeden einzelnen

betreffenden Beweisführungen erst im Anschluß daran behandeln.

Was zunächst die Reihenfolge der Planetensphären anbelangt, denen gleichfalls die Lagerung um die Pole des schiefen Kreises der Ekliptik eigen ist, so finden wir so ziemlich bei allen ersten Astronomen volle Übereinstimmung über folgende zwei Punkte:

1. Alle Planetensphären befinden sich in größerer Erdnähe als die Fixsternsphäre, aber in größerer Erdferne als die Sphäre des Mondes.

2. Die drei Sphären des Saturn, des Jupiter und des Mars, von denen die Sphäre des Saturn die größte und die des Ha 115
Jupiter nach der größeren Erdnähe hin die zweite ist, während die des Mars unter der des Jupiter liegt, befinden sich in größerer Erdferne als die übrigen Planetensphären und die Sphäre der Sonne.

Dagegen sehen wir, daß die Sphären der Venus und des Hei 207
Merkur bei den älteren Astronomen *unter* die Sphäre der Sonne gesetzt, aber bei einigen späteren gleichfalls *über* dieselbe verlegt werden, weil niemals ein Vorübergang dieser Planeten vor der Sonne stattgefunden hat. Uns scheint dieser angeblich entscheidende Grund deshalb nicht stichhaltig zu sein, weil es Planeten *unter* der Sonne geben kann, ohne daß dieselben durchaus in einer durch die Sonne und unser Auge gehenden Ebene zu liegen brauchen; sie können vielmehr in einer anderen Ebene liegen und aus *diesem* Grunde *keinen* scheinbaren Vorübergang an der Sonne bewerkstelligen, wie ja auch bei Passierung der unterhalb der Sonne verlaufenden Bahnstrecke des Mondes zur Zeit der Konjunktionen meistens *keine* Finsternisse eintreten.

Da aber auch sonst diese Frage nicht entschieden werden kann, weil keiner der Planeten eine wahrnehmbare Parallaxe zeigt, eine Erscheinung, nach welcher allein die Entfernungen sich bestimmen lassen, so scheint größere Glaubwürdigkeit die Anordnung der älteren Astronomen zu verdienen, welche der Mittellage der Sonne natürlicher entsprechend die zur *Opposition* gelangenden Planeten von denen scheidet, welche

diese Stellung nicht erreichen, sondern immer in der Nähe der Sonne verweilen. Wenigstens darf diese Anordnung letztere Planeten von der Sonne weg nicht in so große Erdnähe versetzen, daß die Annäherung eine bemerkenswerte Parallaxe zur Folge haben könnte.

Zweites Kapitel.

Schwierigkeiten des Vorhabens, eine Theorie der Planeten aufzustellen.

Ha 116) Hei 208) Die Frage nach der Reihenfolge der Sphären dürfte hiermit erledigt sein. Wenn wir uns die Aufgabe gestellt haben, auch für die fünf Wandelsterne, wie für die Sonne und für den Mond, den Nachweis zu führen, daß ihre scheinbaren Anomalien alle vermöge gleichförmiger Bewegungen auf Kreisen zum Ausdruck gelangen, weil nur diese Bewegungen der Natur der göttlichen Wesen entsprechen, während Regellosigkeit und Ungleichförmigkeit ihnen fremd sind, so darf man wohl das glückliche Vollbringen eines solchen Vorhabens als eine Großtat bezeichnen, ja in Wahrheit als das Endziel der auf philosophischer Grundlage beruhenden mathematischen Wissenschaft. Freilich ist dieses Unternehmen aus vielen Gründen mit großen Schwierigkeiten verbunden und begreiflicherweise noch von niemand vorher mit Erfolg in Angriff genommen worden.

Betrachten wir nämlich zunächst einmal die Feststellung der periodischen Bewegungen eines jeden Planeten, für welche ein Versehen, das bei der noch so genauen Vergleichung von Beobachtungen von dem Auge in Bezug auf minimale Teile gemacht worden sein kann, schneller eine wahrnehmbare Differenz im Verlauf der Zeit verursacht, wenn die Prüfung auf einer kürzeren Zwischenzeit beruht, langsamer, wenn sie auf einer längeren beruht, so ist die Zeit, seit welcher wir Aufzeichnungen von Planetenbeobachtungen besitzen, für ein so weitblickendes Unternehmen verhältnismäßig kurz und läßt für eine unvergleichlich längere Zeit nur eine recht unsichere Voraussage zu.

Was zweitens die Feststellung der Anomalien anbelangt, so bringt keine geringe Erschwerung die Wahrnehmung mit sich, daß an jedem Planeten zwei scheinbare Anomalien sich Ha 117 geltend machen, die nach Größe und Wiederkehrzeit un- Hei 209 gleich sind; die eine wird theoretisch in ursächliche Beziehung zur Sonne gesetzt, die andere in Beziehung zu den Teilen der Ekliptik; doch sind beide durchweg miteinander vermischt, so daß es infolgedessen schwer hält, die jeder einzelnen anhaftende Eigentümlichkeit auszuscheiden. Ein weiterer Übelstand ist der, daß die Aufzeichnungen der alten Beobachtungen größtenteils recht verständnislos und oberflächlich gehalten sind. Die mehr zusammenhängenden Beobachtungsreihen betreffen nämlich Stillstände und heliakische Auf- und Untergänge; aber bei keiner dieser eigenartigen Erscheinungen ist die Feststellung absolut zuverlässig: die Stillstände können für den genauen Zeitpunkt durchaus keinen sicheren Anhalt bieten, weil viele Tage vor wie nach dem eigentlichen Stillstand der örtliche Fortschritt ganz unmerklich ist, während die heliakischen Auf- und Untergänge nicht nur die Örter sofort mit der erstmaligen oder der letztmaligen Sichtbarkeit der Planeten dem Auge wieder entschwinden lassen, sondern auch hinsichtlich der Zeiten mit Fehlern behaftet sein können, sowohl wegen des verschiedenen Zustandes der Atmosphäre, als auch infolge des Unterschieds der Sehkraft der Beobachter.

Überhaupt ergeben die Beobachtungen, welche mit Bezug auf einen Fixstern bei größerem Abstand (des Planeten) angestellt werden, wenn man sich dabei nicht in jeder Beziehung als geschickter und erfahrener Beobachter anstellt, einen durch Rechnung schwer festzustellenden und daher nur annähernd richtigen zahlenmäßigen Betrag der Messung nicht allein deshalb, weil die zwischen den beobachteten Sternen gezogenen Linien verschiedene und nicht durchweg rechte Winkel mit der Ekliptik bilden, was natürlich bei dem mannigfachen Wechsel der Neigung der Ekliptik für Hei 210 die zahlenmäßige Berechnung (des Planeten-) Ortes in Länge und Breite mancherlei Irrungen im Gefolge hat, sondern auch Ha 118

deshalb, weil die nämlichen Abstände in der Nähe des Horizontes dem Auge größer und bei den Kulminationen kleiner erscheinen, weshalb selbstverständlich die Messungen bald größer bald kleiner ausfallen können, als der vorliegende Abstand wirklich beträgt.

Daher glaube ich auch, daß Hipparch, dieser größte Freund der Wahrheit, sowohl aus allen hier mitgeteilten Gründen als auch ganz besonders deshalb, weil er von seinen Vorgängern noch kein so bedeutendes Material an genauen Beobachtungen erhalten hatte, als er selbst uns geliefert hat, sich zwar gründlich mit der Theorie der Sonne und des Mondes beschäftigt und auch, soweit es möglich war, mit allen ihm zu Gebote stehenden Mitteln den Nachweis geliefert hat, daß man dabei mit der Annahme gleichförmiger Bewegungen auf Kreisen zum Ziel gelange, daß er dagegen zu einer Theorie der fünf Wandelsterne in den auf uns gekommenen Kommentaren überhaupt gar nicht erst den Grund gelegt, sondern lediglich die Beobachtungen derselben zu ersprießlicherer Verwendung geordnet und an ihnen den Beweis geführt hat, daß die Erscheinungen mit den Hypothesen der damaligen Astronomen nicht in Einklang zu bringen seien. Denn allem Anscheine nach glaubte er nicht lediglich die Erklärung abgeben zu dürfen, daß jeder Planet eine doppelte Anomalie zeige, oder daß bei jedem ungleiche Rückläufigkeitsstrecken von so und so großer Länge einträten, während die übrigen Astronomen ihre Beweise auf dem Wege geometrischer Konstruktion unter Annahme einunderselben Anomalie und Rückläufigkeitsstrecke führten; auch beschränkte er sich nicht auf die Erklärung, daß diese Erscheinungen bei Annahme von Exzentern oder mit der Ekliptik konzentrischen Kreisen,
Hei 211 welche Epizyklen in Umlauf versetzen, oder wohl gar unter Kombination beider Kreisarten zum Ausdruck gelangen, wobei so und so groß die auf die Ekliptik bezogene Anomalie, so und so groß die im Verhältnis zur Sonne eintretende Ano-
Ha 119 malie ausfalle; denn darauf haben sich so ziemlich alle ver-
36 legt, die an der Hand der sogenannten „Tafeln für ewige Zeiten“ die gleichförmige Bewegung auf Kreisen nachweisen

wollten, es aber grundfalsch anstellten und den Beweis dafür schuldig blieben, so daß die einen das gesteckte Ziel überhaupt nicht, die anderen wenigstens einigermaßen erreichten. Vielmehr hat er in Erwägung gezogen, daß es einem Manne, der es auf allen Gebieten mathematischen Wissens zu solcher Gründlichkeit und zu so starkem Wahrheitssinn gebracht, nicht genügen könne bei den angedeuteten Zielen stehen zu bleiben, worauf es den anderen nicht ankam, sondern daß es, wenn man seine eigene Überzeugung auch seinen zukünftigen Interessenten beibringen wolle, unbedingt geboten sei, an der Hand klarer und einwandfreier Erscheinungen den zahlenmäßigen Betrag beider Anomalien und den periodischen Lauf nachzuweisen und dann wieder, ohne beides zu scheiden, Lage und Reihenfolge der Kreise ausfindig zu machen, auf denen Anomalie und periodischer Lauf vor sich geht, sowie die Art ihrer Bewegung, kurz und gut so ziemlich die gesamten Erscheinungen mit der Eigenart der Kreishypothese in Einklang zu bringen: diese Aufgabe, meine ich, ist auch ihm mit unüberwindlichen Schwierigkeiten verknüpft erschienen.

Nicht um unser Vorhaben in das rechte Licht zu setzen, haben wir diese Erklärungen abgegeben, sondern um einige Erleichterungen zu rechtfertigen. Wenn wir von der Sache an sich irgendwo genötigt werden, ein mit der Logik nicht ganz in Einklang zu bringendes Mittelchen anzuwenden, wie z. B. wenn wir unsere Beweise unter der Annahme führen, daß die von der Bewegung an ihren Sphären beschriebenen Kreise feine Linien seien und in derselben Ebene mit der Hei 212
Ekliptik liegen, weil diese Annahme zur Erleichterung des Beweisverfahrens dient, oder wenn wir uns genötigt sehen, gewisse Axiome vorauszusetzen, welche ihre Feststellung nicht von einem vor Augen liegenden Anfang aus, sondern auf dem Wege zusammenhängender Erprobung und Anpassung erlangt haben, oder genötigt sind, nicht für alle Ha 120
Planeten dieselbe unterschiedslos gleiche Art der Bewegung oder der Neigung ihrer Kreise anzunehmen, so machen wir diese Konzessionen mit dem guten Gewissen, daß erstens

die nicht ganz zu billigende Anwendung eines derartigen Mittelchens, insofern sich keine wesentliche Differenz infolgedessen einzustellen droht, der Lösung unserer Aufgabe keinen Eintrag tun wird, daß zweitens die ohne Beweis herangezogenen Axiome, wenn sie einmal mit den Erscheinungen in Übereinstimmung befunden werden, nicht ohne eine gewisse methodische Erwägung gefunden sein können, wenn auch die Art und Weise ihrer Feststellung schwer auseinanderzusetzen ist, sintemal es überhaupt für die ersten Anfänge entweder gar keine oder nur eine ihrer Natur nach schwer zu definierende Urheberschaft gibt, und daß drittens wohl niemand die Möglichkeit eines Unterschiedes in der Art der Kreishypothese für verwunderlich und unlogisch halten dürfte, da auch die an den Planeten selbst festgestellten Erscheinungen ungleichartig gefunden werden, wofern nur Hand in Hand mit dem Prinzip, für alle Planeten schlechthin die gleichförmige Bewegung auf Kreisen aufrecht zu erhalten, auch alle Erscheinungen von dem höheren und allgemeineren Gesichtspunkt der Gleichartigkeit der Hypothesen aus ihre Erklärung finden.

Hei 213 Was die Beobachtungen anbelangt, so haben wir zu den für jeden Planeten zu führenden Beweisen nur solche zur Mitbenutzung herangezogen, welche in hervorragender Weise die Gewähr der Zuverlässigkeit zu bieten vermochten, d. h. erstens diejenigen, welche bei Konjunktion oder wenigstens bei großer Annäherung an Fixsterne oder auch an den Mond gemacht sind, zweitens ganz besonders diejenigen, welche an den astrolabischen Instrumenten angestellt worden sind. Wird doch das Auge vermittelst der an den (Astrolab-)
Ha 121 Ringen diametral gegenüber angebrachten Absehöffnungen[a])
31 gewissermaßen auf eine Gerade (mit den Objekten) versetzt, sieht die gleichgroßen Abstände allenthalben auf ähnlichen Bogen verlaufen und vermag die auf die Ekliptik bezogenen Örter eines jeden Objekts in Länge und Breite mit aller Schärfe wahrzunehmen, in Länge dadurch, daß der am Astrolab

a) Sogenannte Diopter trägt nur der unter dem inneren Astrolabring angebrachte schmale bewegliche Ring. S. I 256, 27.

der Ekliptik entsprechende Ring auf die Beobachtungsobjekte eingestellt wird, in Breite dadurch, daß die Absehöffnungen, welche an den durch die Ekliptikpole gehenden (Astrolab-) Ringen diametral gegenüber angebracht sind, auf diese Objekte gerichtet werden.

Drittes Kapitel.

Die periodischen Wiederkehren der fünf Wandelsterne.

Nachdem diese Vorbemerkungen erledigt sind, werden wir zunächst die von Hipparch berechneten periodischen kleinsten Wiederkehren mitteilen, die einen jeden der fünf Wandelsterne zu dem Ausgangspunkt (seiner mittleren Bewegung) zurückführen. Dieselben haben zwar unserseits eine Korrektion erfahren, als nach Gelingen des Nachweises der Anomalien die genaue Vergleichung der Epochen (der periodischen Bewegungen), wie wir seinerzeit erklären werden[a], sich möglich machte, indessen werden sie von uns vorangestellt, um zur Berechnung der Anomalien die Einzelbeträge Hei 214 der mittleren Bewegung eines jeden Planeten in Länge und Anomalie als gegebene Größen zur Verfügung zu haben, obgleich eine wesentliche Differenz ja nicht eintreten würde, wenn man hier den mittleren Lauf auch nur mit dem annähernd richtigen Werte zur Benutzung heranziehen wollte. Im allgemeinen ist unter Bewegung in Länge die des Epizykelmittelpunktes auf dem Exzenter, unter Bewegung in Anomalie die des Planeten auf dem Epizykel zu verstehen.

Die 57 Wiederkehren in Anomalie des Saturn fanden wir sich vollziehen in 59 Sonnenjahren, wie sie zu unserer Ha 122 Zeit üblich sind — d. h. in Jahren, welche von Wende oder Nachtgleiche bis wieder zu demselben Punkte laufen — und hierüber $1^{3}/_{4}{}^{d}$, zusammenfallend mit 2 Umläufen[b] des Pla-

a) Diese Erklärung wird für jeden Planeten am Schluß des Kapitels gegeben, welches die Korrektion seiner periodischen Bewegungen behandelt: IX. 10, X. 4. 9, XI. 3. 7.

b) Es sind die sogenannten tropischen Umläufe der Planeten. Für Saturn z. B. beträgt ein tropischer Umlauf (u) hiernach $(59^{a} + 1^{3}/_{4}{}^{d}) : (2^{u} + 1^{\circ}43') = 29^{a}\,182^{d}$.

neten (von einer Wende bis wieder zu derselben) und hierüber $1^0 43'$. Was nämlich die drei Planeten anbelangt, welche von der Sonne immer wieder überholt werden, so durchläuft die Sonne in der Wiederkehrperiode des betreffenden Planeten stets ebensoviele (Jahres-)Kreise (a), als die Summe der Umläufe (u) des Planeten in Länge und der Wiederkehren (w) in Anomalie beträgt ($59^a + 1^d 45' = 2^u + 1^0 43' + 57^w$).[a]

Die 65 Wiederkehren in Anomalie des Jupiter fanden wir sich vollziehen in 71 Sonnenjahren gleichen Sinnes weniger $4^d 54'$, zusammenfallend mit 6 Umläufen des Planeten Hei 215 von einer Wende bis wieder zu derselben weniger $4^0 50'$ ($71^a - 4^d 54' = 6^u - 4^0 50' + 65^w$).

Die 37 Wiederkehren in Anomalie des Mars fanden wir sich vollziehen in 79 heutzutage üblichen Sonnenjahren und hierüber $3^d 13'$, zusammenfallend mit 42 Umläufen des Planeten von einer Wende bis wieder zu derselben und hierüber $3^0 10'$ ($79^a + 3^d 13' = 42^u + 3^0 10' + 37^w$).

Die 5 Wiederkehren in Anomalie der Venus fanden wir sich vollziehen in 8 heutzutage üblichen Sonnenjahren weniger $2^d 18'$, zusammenfallend mit 8 Umläufen des Planeten, welche ebensovielen der Sonne gleich sind, weniger $2^0 15'$ ($8^a - 2^d 18' = 8^u - 2^0 15' = 5^w$).

Die 145 Wiederkehren in Anomalie des Merkur fanden wir sich vollziehen in 46 ebensolchen Jahren und hierüber $1^d 2'$, zusammenfallend mit 46 Umläufen des Planeten, welche wieder ebensovielen der Sonne gleich sind, und hierüber 1^0 ($46^a + 1^d 2' = 46^u + 1^0 = 145^w$).

Verwandeln wir für jeden Planeten die Zeit der Wieder- Ha 123 kehr nach der von uns (I 146, 14) nachgewiesenen Länge 31 des Jahres (von $365^d 14' 48''$) in Tage und die Anzahl der Wiederkehren in Anomalie in Grade, deren auf einen Kreis 360 entfallen, so werden wir haben für

---

a) Länge (a) der Sonne = Länge (u) + Anomalie (w) des Planeten nach dem später (Buch X, Kap. 6) bewiesenen Satz.

Saturn	$21551^d\,18' = 20520^\circ$ der Anomalie	
Jupiter	$25927^d\,37' = 23400^\circ$ „ „	Hei 216
Mars	$28857^d\,53' = 13320^\circ$ „ „	
Venus	$2919^d\,40' = 1800^\circ$ „ „	
Merkur	$16802^d\,24' = 52200^\circ$ „ „	5

Dividieren wir nun Planet für Planet mit der Zahl der Tage in die zugehörige Zahl der Grade der Anomalie, so erhalten wir als tägliche mittlere Bewegung in Anomalie für

Saturn	$0^\circ\,57'\ 7''\,43'''\,41^{IV}\,43^{V}\,40^{VI}$
Jupiter	$0^\circ\,54'\ 9''\ 2'''\,46^{IV}\,26^{V}\ 0^{VI}$
Mars	$0^\circ\,27'\,41''\,40'''\,19^{IV}\,20^{V}\,58^{VI}$
Venus	$0^\circ\,36'\,59''\,25'''\,53^{IV}\,11^{V}\,28^{VI}$
Merkur	$3^\circ\ 6'\,24''\ 6'''\,59^{IV}\,35^{V}\,50^{VI}$.

Nehmen wir hiervon Planet für Planet den 24ten Teil, so erhalten wir als stündliche mittlere Bewegung in Anomalie für Hei 217

Saturn	$0^\circ\ 2'\,22''\,49'''\,19^{IV}\,14^{V}\,19^{VI}\,10^{VII}$
Jupiter	$0^\circ\ 2'\,15''\,22'''\,36^{IV}\,56^{V}\ 5^{VI}$
Mars	$0^\circ\ 1'\ 9''\,14'''\,10^{IV}\,48^{V}\,22^{VI}\,25^{VII}$
Venus	$0^\circ\ 1'\,32''\,28'''\,34^{IV}\,42^{V}\,58^{VI}\,40^{VII}$
Merkur	$0^\circ\ 7'\,46''\ 0'''\,17^{IV}\,28^{V}\,59^{VI}\,35^{VII}$.

Multiplizieren wir ferner die täglichen Beträge jedes Planeten mit 30, so erhalten wir als die monatliche mittlere Bewegung in Anomalie für

Saturn	$28^\circ\,33'\,51''\,50'''\,51^{IV}\,50^{V}\,0^{VI}$
Jupiter	$27^\circ\ 4'\,31''\,23'''\,13^{IV}\ 0^{V}\,0^{VI}$
Mars	$13^\circ\,50'\,50''\ 9'''\,40^{IV}\,29^{V}\,0^{VI}$
Venus	$18^\circ\,29'\,42''\,56'''\,35^{IV}\,44^{V}\,0^{VI}$
Merkur	$93^\circ\,12'\ 3''\,29'''\,47^{IV}\,55^{V}\,0^{VI}$. Ha 124

Multiplizieren wir desgleichen die täglichen Beträge mit den 365 Tagen des ägyptischen Jahres, so erhalten wir als die jährliche mittlere Bewegung in Anomalie für

Saturn	$347^\circ\,32'\ 0''\,48'''\,50^{IV}\,38^{V}\,20^{VI}$
Jupiter	$329^\circ\,25'\ 1''\,52'''\,28^{IV}\,10^{V}\ 0^{VI}$
Mars	$168^\circ\,28'\,30''\,17'''\,42^{IV}\,32^{V}\,50^{VI}$

Venus $225^0\ 1'\ 32''\ 28'''\ 34^{IV}\ 39^{V}\ 15^{VI}$
Merkur $53^0\ 56'\ 42''\ 32'''\ 32^{IV}\ 59^{V}\ 10^{VI}$ Überschuß.

Multiplizieren wir ebenso jeden jährlichen Betrag mit 18,
Hei 218 so erhalten wir, gerade wie bei der Aufstellung der Tafeln
für die Lichtkörper, als mittleren Überschuß der Anomalie der Periode von 18 ägyptischen Jahren für

Saturn $135^0\ 36'\ 14''\ 39'''\ 11^{IV}\ 30^{V}\ 0^{VI}$
Jupiter $169^0\ 30'\ 33''\ 44'''\ 27^{IV}\ 0^{V}\ 0^{VI}$
Mars $152^0\ 33'\ 5''\ 18'''\ 45^{IV}\ 51^{V}\ 0^{VI}$
Venus $90^0\ 27'\ 44''\ 34'''\ 23^{IV}\ 46^{V}\ 30^{VI}$
Merkur $251^0\ 0'\ 45''\ 45'''\ 53^{IV}\ 45^{V}\ 0^{VI}$.

Im weiteren Anschluß hieran werden wir auch die Beträge der mittleren Bewegung in Länge erhalten. Doch können wir es uns hierbei ersparen, die Anzahl der Umläufe (in Länge) in Grade zu verwandeln und in die Zahl der Grade mit der für jeden Planeten gegebenen Zahl der Zeit zu dividieren. Denn für die Venus und den Merkur werden wir selbstverständlich dieselben Beträge erhalten, wie sie früher (I 147) für die Sonne festgesetzt worden sind[a], während wir für die drei übrigen Planeten nur die Differenzen zwischen den betreffenden Zahlen (der Länge) für die Sonne und den (oben gefundenen) Beträgen der Anomalie für jeden Planeten zu bilden haben.[b] Auf diesem Wege erhalten wir als die tägliche mittlere Bewegung in Länge für

Saturn $0^0\ 2'\ 0''\ 33'''\ 31^{IV}\ 28^{V}\ 51^{VI}$
Jupiter $0^0\ 4'\ 59''\ 14'''\ 26^{IV}\ 46^{V}\ 31^{VI}$
Mars $0^0\ 31'\ 26''\ 36'''\ 53^{IV}\ 51^{V}\ 33^{VI}$,

Ha 125 als die stündliche für

Hei 219 Saturn $0^0\ 0'\ 5''\ 1'''\ 23^{IV}\ 48^{V}\ 42^{VI}\ 7^{VII}\ 30^{VIII}$
Jupiter $0^0\ 0'\ 12''\ 28'''\ 6^{IV}\ 6^{V}\ 56^{VI}\ 17^{VII}\ 30^{VIII}$
Mars $0^0\ 1'\ 18''\ 36'''\ 32^{IV}\ 14^{V}\ 39^{VI}$,

---

a) Weil die Mittelpunkte der Epizyklen dieser Planeten mit dem mittleren Ort der Sonne zusammenfallen.

b) Nach dem Buch X, Kap. 6 bewiesenen Satz (vgl. S. 100, Anm. a)): Länge der Sonne abzüglich der Anomalie des Planeten = Länge des Planeten.

als die monatliche für

Saturn	1^{0}	$0'$	$16''$	$45'''$	44^{IV} 25^{V} 30^{VI}
Jupiter	2^{0}	$29'$	$37''$	$13'''$	23^{IV} 15^{V} 30^{VI}
Mars	15^{0}	$43'$	$18''$	$26'''$	55^{IV} 46^{V} 30^{VI},

als die jährliche für

Saturn	12^{0}	$13'$	$23''$	$56'''$	30^{IV} 30^{V} 15^{VI}
Jupiter	30^{0}	$20'$	$22''$	$52'''$	52^{IV} 58^{V} 35^{VI}
Mars	191^{0}	$16'$	$54''$	$27'''$	38^{IV} 35^{V} 45^{VI},

als die mittlere Bewegung in 18 Jahren bzw. (bei Jupiter und Mars) als Überschuß derselben für

Saturn	220^{0}	$1'$	$10''$	$57'''$	9^{IV} 4^{V} 30^{VI}
Jupiter	186^{0}	$6'$	$51''$	$51'''$	53^{IV} 34^{V} 30^{VI}
Mars	203^{0}	$4'$	$20''$	$17'''$	34^{IV} 43^{V} 30^{VI}.

Wir werden nun wieder zum praktischen Handgebrauch für alle Planeten der Reihe nach Tafeln der Summierung vorstehend mitgeteilter Bewegungsstrecken aufstellen, und zwar wieder, wie sonst, jede zu 45 Zeilen in je 3 Teilen.[a] Die erste Tafel wird die Summierungen der 18jährigen Perioden, die zweite die der Jahre und der Stunden (zu 18 + 24 Zeilen), die dritte die der Monate und der Tage (zu 12 + 30 Zeilen) enthalten.

Viertes Kapitel.

Tafeln der mittleren Bewegungen der fünf Planeten in Länge und Anomalie.

{Ha 126
{Hei 220

Die Tafeln gestalten sich folgendermaßen.

---

a) Der erste Teil enthält die Argumentzahlen der betreffenden Zeitabschnitte, der zweite die Ansätze der Gradzahlen für die Länge, der dritte den Ansatz der Gradzahlen für die Anomalie. Vgl. I 147, 31.

I. Tafel für Perioden zu 18 Jahren.

Jahre	Länge: Mittlerer Ort ♐ 26°43′, Apogeum ♏ 14°10′							Anomalie: Mittlerer Ort 34°2′						
					IV	V	VI					IV	V	VI
18	220°	1′	10″	57‴	9	4	30	135°	36′	14″	39‴	11	30	0
36	80	2	21	54	18	9	0	271	12	29	18	23	0	0
54	300	3	32	51	27	13	30	46	48	43	57	34	30	0
72	160	4	43	48	36	18	0	182	24	58	36	46	0	0
90	20	5	54	45	45	22	30	318	1	13	15	57	30	0
108	240	7	5	42	54	27	0	93	37	27	55	9	0	0
126	100	8	16	40	3	31	30	229	13	42	34	20	30	0
144	320	9	27	37	12	36	0	4	49	57	13	32	0	0
162	180	10	38	34	21	40	30	140	26	11	52	43	30	0
180	40	11	49	31	30	45	0	276	2	26	31	55	0	0
198	260	13	0	28	39	49	30	51	38	41	11	6	30	0
216	120	14	11	25	48	54	0	187	14	55	50	18	0	0
234	340	15	22	22	57	58	30	322	51	10	29	29	30	0
252	200	16	33	20	7	3	0	98	27	25	8	41	0	0
270	60	17	44	17	16	7	30	234	3	39	47	52	30	0
288	280	18	55	14	25	12	0	9	39	54	27	4	0	0
306	140	20	6	11	34	16	30	145	16	9	6	15	30	0
324	0	21	17	8	43	21	0	280	52	23	45	27	0	0
342	220	22	28	5	52	25	30	56	28	38	24	38	30	0
360	80	23	39	3	1	30	0	192	4	53	3	50	0	0
378	300	24	50	0	10	34	30	327	41	7	43	1	30	0
396	160	26	0	57	19	39	0	103	17	22	22	13	0	0
414	20	27	11	54	28	43	30	238	53	37	1	24	30	0
432	240	28	22	51	37	48	0	14	29	51	40	36	0	0
450	100	29	33	48	46	52	30	150	6	6	19	47	30	0
468	320	30	44	45	55	57	0	285	42	20	58	59	0	0
486	180	31	55	43	5	1	30	61	18	35	38	10	30	0
504	40	33	6	40	14	6	0	196	54	50	17	22	0	0
522	260	34	17	37	23	10	30	332	31	4	56	33	30	0
540	120	35	28	34	32	15	0	108	7	19	35	45	0	0
558	340	36	39	31	41	19	30	243	43	34	14	56	30	0
576	200	37	50	28	50	24	0	19	19	48	54	8	0	0
594	60	39	1	25	59	28	30	154	56	3	33	19	30	0
612	280	40	12	23	8	33	0	290	32	18	12	31	0	0
630	140	41	23	20	17	37	30	66	8	32	51	42	30	0
648	0	42	34	17	26	42	0	201	44	47	30	54	0	0
666	220	43	45	14	35	46	30	337	21	2	10	5	30	0
684	80	44	56	11	44	51	0	112	57	16	49	17	0	0
702	300	46	7	8	53	55	30	248	33	31	28	28	30	0
720	160	47	18	6	3	0	0	24	9	46	7	40	0	0
738	20	48	29	8	12	4	30	159	46	0	46	51	30	0
756	240	49	40	0	21	9	0	295	22	15	26	3	0	0
774	100	50	50	57	30	13	30	70	58	30	5	14	30	0
792	320	52	1	54	39	18	0	206	34	44	44	26	0	0
810	180	53	12	51	48	22	30	342	10	59	23	37	30	0

IIa. Tafel für Jahre.

Anzahl	Länge							Anomalie						
1	12°	13′	23″	56‴	30IV	30V	15VI	347°	32′	0″	48‴	50IV	38V	20VI
2	24	26	47	53	1	0	30	335	4	1	37	41	16	40
3	36	40	11	49	31	30	45	322	36	2	26	31	55	0
4	48	53	35	46	2	1	0	310	8	3	15	22	33	20
5	61	6	59	42	32	31	15	297	40	4	4	13	11	40
6	73	20	23	39	3	1	30	285	12	4	53	3	50	0
7	85	33	47	35	33	31	45	272	44	5	41	54	28	20
8	97	47	11	32	4	2	0	260	16	6	30	45	6	40
9	110	0	35	28	34	32	15	247	48	7	19	35	45	0
10	122	13	59	25	5	2	30	235	20	8	8	26	23	20
11	134	27	23	21	35	32	45	222	52	8	57	17	1	40
12	146	40	47	18	6	3	0	210	24	9	46	7	40	0
13	158	54	11	14	36	33	15	197	56	10	34	58	18	20
14	171	7	35	11	7	3	30	185	28	11	23	48	56	40
15	183	20	59	7	37	33	45	173	0	12	12	39	35	0
16	195	34	23	4	8	4	0	160	32	13	1	30	13	20
17	207	47	47	0	38	34	15	148	4	13	50	20	51	40
18	220	1	10	57	9	4	30	135	36	14	39	11	30	0

IIb. Tafel für Stunden.

Anzahl	Länge							Anomalie						
1	0°	0′	5″	1‴	23IV	48V	42VI	0°	2′	22″	49‴	19IV	14V	19VI
2	0	0	10	2	47	37	24	0	4	45	38	38	28	38
3	0	0	15	4	11	26	6	0	7	8	27	57	42	57
4	0	0	20	5	35	14	48	0	9	31	17	16	57	17
5	0	0	25	6	59	3	31	0	11	54	6	36	11	36
6	0	0	30	8	22	52	13	0	14	16	55	55	25	55
7	0	0	35	9	46	40	55	0	16	39	45	14	40	14
8	0	0	40	11	10	29	37	0	19	2	34	33	54	33
9	0	0	45	12	34	18	19	0	21	25	23	53	8	52
10	0	0	50	13	58	7	1	0	23	48	13	12	23	12
11	0	0	55	15	21	55	43	0	26	11	2	31	37	31
12	0	1	0	16	45	44	25	0	28	33	51	50	51	50
13	0	1	5	18	9	33	8	0	30	56	41	10	6	9
14	0	1	10	19	33	21	50	0	33	19	30	29	20	28
15	0	1	15	20	57	10	32	0	35	42	19	48	34	47
16	0	1	20	22	20	59	14	0	38	5	9	7	49	7
17	0	1	25	23	44	47	56	0	40	27	58	27	3	26
18	0	1	30	25	8	36	38	0	42	50	47	46	17	45
19	0	1	35	26	32	25	20	0	45	13	37	5	32	4
20	0	1	40	27	56	14	2	0	47	36	26	24	46	23
21	0	1	45	29	20	2	45	0	49	59	15	44	0	42
22	0	1	50	30	43	51	27	0	52	22	5	3	15	2
23	0	1	55	32	7	40	9	0	54	44	54	22	29	21
24	0	2	0	33	31	28	51	0	57	7	43	41	43	40

IIIa. Tafel für Monate.

Tage	Länge							Anomalie						
					44^{IV}	25^{V}	30^{VI}					51^{IV}	50^{V}	0^{VI}
30	1°	0′	16″	45‴	28	51	0	28°	33′	51″	50‴	43	40	0
60	2	0	33	31	57	42	0	57	7	43	41	25	20	0
90	3	0	50	17	25	33	0	85	41	35	32	7	0	0
120	4	1	7	2	54	24	0	114	15	27	23	50	40	0
150	5	1	23	48	22	15	0	142	49	19	14	32	20	0
180	6	1	40	34	51	6	0	171	23	11	5	14	0	0
210	7	1	57	20	19	57	0	199	57	2	56	57	40	0
240	8	2	14	5	48	48	0	228	30	54	46	39	20	0
270	9	2	30	51	16	39	0	257	4	46	37	21	0	0
300	10	2	47	37	43	30	0	285	38	38	28	3	20	0
330	11	3	4	23	10	21	0	314	12	30	19	46	10	0
360	12	3	21	8	38	12	0	342	46	22	10	28	0	0

IIIb. Tafel für Tage.

Anzahl	Länge							Anomalie						
					31^{IV}	28^{V}	51^{VI}					41^{IV}	43^{V}	40^{VI}
1	0°	2′	0″	33‴	2	57	42	0°	57′	7″	48‴	23	27	20
2	0	4	1	7	34	26	33	1	54	15	27	5	11	0
3	0	6	1	40	5	55	24	2	51	23	11	46	54	40
4	0	8	2	14	37	24	15	3	48	30	54	28	38	20
5	0	10	2	47	8	53	6	4	45	38	38	10	22	0
6	0	12	3	21	40	21	57	5	42	46	22	52	5	40
7	0	14	3	54	11	50	48	6	39	54	5	33	49	20
8	0	16	4	28	43	19	39	7	37	1	49	15	33	0
9	0	18	5	1	14	48	30	8	34	9	33	57	16	40
10	0	20	5	35	46	17	21	9	31	17	16	39	0	20
11	0	22	6	8	17	46	12	10	28	25	0	20	44	0
12	0	24	6	42	49	15	3	11	25	32	44	2	27	40
13	0	26	7	15	20	43	54	12	22	40	28	44	11	20
14	0	28	7	49	52	12	45	13	19	48	11	25	55	0
15	0	30	8	22	23	41	36	14	16	55	55	7	38	40
16	0	32	8	56	55	10	27	15	14	3	39	49	22	20
17	0	34	9	29	26	39	18	16	11	11	22	31	6	0
18	0	36	10	3	58	8	9	17	8	19	6	12	49	40
19	0	38	10	36	29	37	0	18	5	26	50	33	54	20
20	0	40	11	10	1	5	51	19	2	34	33	54	17	0
21	0	42	11	44	32	34	42	19	59	42	17	36	59	40
22	0	44	12	17	4	3	33	20	56	50	1	18	44	20
23	0	46	12	51	35	32	24	21	53	57	44	59	28	0
24	0	48	13	24	7	1	15	22	51	5	28	41	11	40
25	0	50	13	58	38	30	6	23	48	13	12	23	55	20
26	0	52	14	31	9	58	57	24	45	20	56	4	39	0
27	0	54	15	5	41	27	48	25	42	28	39	46	22	40
28	0	56	15	38	12	56	39	26	39	36	23	28	6	20
29	0	58	16	12	44	25	30	27	36	44	7	10	50	0
30	1	0	16	45	15	53	21	28	33	51	50	51	33	40

I. Tafel für Perioden zu 18 Jahren.

Jahre	Länge Mittlerer Ort ♎ 4° 41′ Apogeum ♍ 2° 9′							Anomalie Mittlerer Ort 146° 4′						
18	186°	6′	51″	51‴	53^{IV}	34^{V}	30^{VI}	169°	30′	33″	44‴	27^{IV}	0^{V}	0^{VI}
36	12	13	43	43	47	9	0	339	1	7	28	54	0	0
54	198	20	35	35	40	43	30	148	31	41	13	21	0	0
72	24	27	27	27	34	18	0	318	2	14	57	48	0	0
90	210	34	19	19	27	52	30	127	32	48	42	15	0	0
108	36	41	11	11	21	27	0	297	3	22	26	42	0	0
126	222	48	3	3	15	1	30	106	33	56	11	9	0	0
144	48	54	54	55	8	36	0	276	4	29	55	36	0	0
162	235	1	46	47	2	10	30	85	35	3	40	3	0	0
180	61	8	38	38	55	45	0	255	5	37	24	30	0	0
198	247	15	30	30	49	19	30	64	36	11	8	57	0	0
216	73	22	22	22	42	54	0	234	6	44	53	24	0	0
234	259	29	14	14	36	28	30	43	37	18	37	51	0	0
252	85	36	6	6	30	3	0	213	7	52	22	18	0	0
270	271	42	57	58	23	37	30	22	38	26	6	45	0	0
288	97	49	49	50	17	12	0	192	8	59	51	12	0	0
306	283	56	41	42	10	46	30	1	39	33	35	39	0	0
324	110	3	33	34	4	21	0	171	10	7	20	6	0	0
342	296	10	25	25	57	55	30	340	40	41	4	33	0	0
360	122	17	17	17	51	30	0	150	11	14	49	0	0	0
378	308	24	9	9	45	4	30	319	41	48	33	27	0	0
396	134	31	1	1	38	39	0	129	12	22	17	54	0	0
414	320	37	52	53	32	13	30	298	42	56	2	21	0	0
432	146	44	44	45	25	48	0	108	13	29	46	48	0	0
450	332	51	36	37	19	22	30	277	44	3	31	15	0	0
468	158	58	28	29	12	57	0	87	14	37	15	42	0	0
486	345	5	20	21	6	31	30	256	45	11	0	9	0	0
504	171	12	12	13	0	6	0	66	15	44	44	36	0	0
522	357	19	4	4	53	40	30	235	46	18	29	3	0	0
540	183	25	55	56	47	15	0	45	16	52	13	30	0	0
558	9	32	47	48	40	49	30	214	47	25	57	57	0	0
576	195	39	39	40	34	24	0	24	17	59	42	24	0	0
594	21	46	31	32	27	58	30	193	48	33	26	51	0	0
612	207	53	23	24	21	33	0	3	19	7	11	18	0	0
630	34	0	15	16	15	7	30	172	49	40	55	45	0	0
648	220	7	7	8	8	42	0	342	20	14	40	12	0	0
666	46	13	59	0	2	16	30	151	50	48	24	39	0	0
684	232	20	50	51	55	51	0	321	21	22	9	6	0	0
702	58	27	42	43	49	25	30	130	51	55	53	33	0	0
720	244	34	34	35	43	0	0	300	22	29	38	0	0	0
738	70	41	26	27	36	34	30	109	53	3	22	27	0	0
756	256	48	18	19	30	9	0	279	23	37	6	54	0	0
774	82	55	10	11	23	43	30	88	54	10	51	21	0	0
792	269	2	2	3	17	18	0	258	24	44	35	48	0	0
810	95	8	53	55	10	52	30	67	55	18	20	15	0	0

IIa Tafel für Jahre.

Anzahl	Länge							Anomalie						
1	30°	20′	22″	52‴	52^{IV}	58^{V}	35^{VI}	329°	25′	1″	52‴	28^{IV}	10^{V}	0^{VI}
2	60	40	45	45	45	57	10	298	50	3	44	56	20	0
3	91	1	8	38	38	55	45	268	15	5	37	24	30	0
4	121	21	31	31	31	54	20	237	40	7	29	52	40	0
5	151	41	54	24	24	52	55	207	5	9	22	20	50	0
6	182	2	17	17	17	51	30	176	30	11	14	49	0	0
7	212	22	40	10	10	50	5	145	55	13	7	17	10	0
8	242	43	3	3	3	48	40	115	20	14	59	45	20	0
9	273	3	25	55	56	47	15	84	45	16	52	13	30	0
10	303	23	48	48	49	45	50	54	10	18	44	41	40	0
11	333	44	11	41	42	44	25	23	35	20	37	9	50	0
12	4	4	34	34	35	43	0	353	0	22	29	38	0	0
13	34	24	57	27	28	41	35	322	25	24	22	6	10	0
14	64	45	20	20	21	40	10	291	50	26	14	34	20	0
15	95	5	43	13	14	38	45	261	15	28	7	2	30	0
16	125	26	6	6	7	37	20	230	40	29	59	30	40	0
17	155	46	28	59	0	35	55	200	5	31	51	58	50	0
18	186	6	51	51	53	34	30	169	30	33	44	27	0	0

IIb. Tafel für Stunden.

Anzahl	Länge							Anomalie						
1	0°	0′	12″	28‴	6^{IV}	6^{V}	56^{VI}	0°	2′	15″	22‴	36^{IV}	56^{V}	5^{VI}
2	0	0	24	56	12	13	52	0	4	30	45	13	52	10
3	0	0	37	24	18	20	48	0	6	46	7	50	48	15
4	0	0	49	52	24	27	45	0	9	1	30	27	44	20
5	0	1	2	20	30	34	41	0	11	16	53	4	40	25
6	0	1	14	48	36	41	37	0	13	32	15	41	36	30
7	0	1	27	16	42	48	34	0	15	47	38	18	32	35
8	0	1	39	44	48	55	30	0	18	3	0	55	28	40
9	0	1	52	12	55	2	26	0	20	18	23	32	24	45
10	0	2	4	41	1	9	22	0	22	33	46	9	20	50
11	0	2	17	9	7	16	19	0	24	49	8	46	16	55
12	0	2	29	37	13	23	15	0	27	4	31	23	13	0
13	0	2	42	5	19	30	11	0	29	19	54	0	9	5
14	0	2	54	33	25	37	8	0	31	35	16	37	5	10
15	0	3	7	1	31	44	4	0	33	50	39	14	1	15
16	0	3	19	29	37	51	0	0	36	6	1	50	57	20
17	0	3	31	57	43	57	56	0	38	21	24	27	53	25
18	0	3	44	25	50	4	53	0	40	36	47	4	49	30
19	0	3	56	53	56	11	49	0	42	52	9	41	45	35
20	0	4	9	22	2	18	45	0	45	7	32	18	41	40
21	0	4	21	50	8	25	42	0	47	22	54	55	37	45
22	0	4	34	18	14	32	38	0	49	38	17	32	33	50
23	0	4	46	46	20	39	34	0	51	53	40	9	29	55
24	0	4	59	14	26	46	31	0	54	9	2	46	26	0

III^{a}. Tafel für Monate.

Tage	Länge							Anomalie						
30	2°	29′	37″	13‴	23^{IV}	15^{V}	30^{VI}	27°	4′	31″	23‴	13^{IV}	0^{V}	0^{VI}
60	4	59	14	26	46	31	0	54	9	2	46	26	0	0
90	7	28	51	40	9	46	30	81	13	34	9	39	0	0
120	9	58	28	53	33	2	0	108	18	5	32	52	0	0
150	12	28	6	6	56	17	30	135	22	36	56	5	0	0
180	14	57	43	20	19	33	0	162	27	8	19	18	0	0
210	17	27	20	33	42	48	30	189	31	39	42	31	0	0
240	19	56	57	47	6	4	0	216	36	11	5	44	0	0
270	22	26	35	0	29	19	30	243	40	42	28	57	0	0
300	24	56	12	13	52	35	0	270	45	13	52	10	0	0
330	27	25	49	27	15	50	30	297	49	45	15	23	0	0
360	29	55	26	40	39	6	0	324	54	16	38	36	0	0

III^{b}. Tafel für Tage.

Anzahl	Länge							Anomalie						
1	0°	4′	59″	14‴	26^{IV}	46^{V}	31^{VI}	0°	54′	9″	2‴	46^{IV}	26^{V}	0^{VI}
2	0	9	58	28	53	33	2	1	48	18	5	32	52	0
3	0	14	57	43	20	19	33	2	42	27	8	19	18	0
4	0	19	56	57	47	6	4	3	36	36	11	5	44	0
5	0	24	56	12	13	52	35	4	30	45	13	52	10	0
6	0	29	55	26	40	39	6	5	24	54	16	38	36	0
7	0	34	54	41	7	25	37	6	19	3	19	25	2	0
8	0	39	53	55	34	12	8	7	13	12	22	11	28	0
9	0	44	53	10	0	58	39	8	7	21	24	57	54	0
10	0	49	52	24	27	45	10	9	1	30	27	44	20	0
11	0	54	51	38	54	31	41	9	55	39	30	30	46	0
12	0	59	50	53	21	18	12	10	49	48	33	17	12	0
13	1	4	50	7	48	4	43	11	43	57	36	3	38	0
14	1	9	49	22	14	51	14	12	38	6	38	50	4	0
15	1	14	48	36	41	37	45	13	32	15	41	36	30	0
16	1	19	47	51	8	24	16	14	26	24	44	22	56	0
17	1	24	47	5	35	10	47	15	20	33	47	9	22	0
18	1	29	46	20	1	57	18	16	14	42	49	55	48	0
19	1	34	45	34	28	43	49	17	8	51	52	42	14	0
20	1	39	44	48	55	30	20	18	3	0	55	28	40	0
21	1	44	44	3	22	16	51	18	57	9	58	15	6	0
22	1	49	43	17	49	3	22	19	51	19	1	1	32	0
23	1	54	42	32	15	49	53	20	45	28	3	47	58	0
24	1	59	41	46	42	36	24	21	39	37	6	34	24	0
25	2	4	41	1	9	22	55	22	33	46	9	20	50	0
26	2	9	40	15	36	9	26	23	27	55	12	7	16	0
27	2	14	39	30	2	55	57	24	22	4	14	53	42	0
28	2	19	38	44	29	42	28	25	16	13	17	40	8	0
29	2	24	37	58	56	28	59	26	10	22	20	26	34	0
30	2	29	37	13	23	15	30	27	4	31	23	13	0	0

I. Tafel für Perioden zu 18 Jahren.

Jahre	Länge Mittlerer Ort ♈ 3°32′ Apogeum ♋ 16°40′							Anomalie Mittlerer Ort 327°13′						
18	203°	4′	20″	17‴	34^{IV}	43^{V}	30^{VI}	152°	33′	5″	18‴	45^{IV}	51^{V}	0^{VI}
36	46	8	40	35	9	27	0	305	6	10	37	31	42	0
54	249	13	0	52	44	10	30	97	39	15	56	17	33	0
72	92	17	21	10	18	54	0	250	12	21	15	3	24	0
90	295	21	41	27	53	37	30	42	45	26	33	49	15	0
108	138	26	1	45	28	21	0	195	18	31	52	35	6	0
126	341	30	22	3	3	4	30	347	51	37	11	20	57	0
144	184	34	42	20	37	48	0	140	24	42	30	6	48	0
162	27	39	2	38	12	31	30	292	57	47	48	52	39	0
180	230	43	22	55	47	15	0	85	30	53	7	38	30	0
198	73	47	43	13	21	58	30	238	3	58	26	24	21	0
216	276	52	3	30	56	42	0	30	37	3	45	10	12	0
234	119	56	23	48	31	25	30	183	10	9	3	56	3	0
252	323	0	44	6	6	9	0	335	43	14	22	41	54	0
270	166	5	4	23	40	52	30	128	16	19	41	27	45	0
288	9	9	24	41	15	36	0	280	49	25	0	13	36	0
306	212	13	44	58	50	19	30	73	22	30	18	59	27	0
324	55	18	5	16	25	3	0	225	55	35	37	45	18	0
342	258	22	25	33	59	46	30	18	28	40	56	31	9	0
360	101	26	45	51	34	30	0	171	1	46	15	17	0	0
378	304	31	6	9	9	13	30	323	34	51	34	2	51	0
396	147	35	26	26	43	57	0	116	7	56	52	48	42	0
414	350	39	46	44	18	40	30	268	41	2	11	34	33	0
432	193	44	7	1	53	24	0	61	14	7	30	20	24	0
450	36	48	27	19	28	7	30	213	47	12	49	6	15	0
468	239	52	47	37	2	51	0	6	20	18	7	52	6	0
486	82	57	7	54	37	34	30	158	53	23	26	37	57	0
504	286	1	28	12	12	18	0	311	26	28	45	23	48	0
522	129	5	48	29	47	1	30	103	59	34	4	9	39	0
540	332	10	8	47	21	45	0	256	32	39	22	55	30	0
558	175	14	29	4	56	28	30	49	5	44	41	41	21	0
576	18	18	49	22	31	12	0	201	38	50	0	27	12	0
594	221	23	9	40	5	55	30	354	11	55	19	13	3	0
612	64	27	29	57	40	39	0	146	45	0	37	58	54	0
630	267	31	50	15	15	22	30	299	18	5	56	44	45	0
648	110	36	10	32	50	6	0	91	51	11	15	30	36	0
666	313	40	30	50	24	49	30	244	24	16	34	16	27	0
684	156	44	51	7	59	33	0	36	57	21	53	2	18	0
702	359	49	11	25	34	16	30	189	30	27	11	48	9	0
720	202	53	31	43	9	0	0	342	3	32	30	34	0	0
738	45	57	52	0	43	43	30	134	36	37	49	19	51	0
756	249	2	12	18	18	27	0	287	9	43	8	5	42	0
774	92	6	32	35	53	10	30	79	42	48	26	51	33	0
792	295	10	52	53	27	54	0	232	15	53	45	37	24	0
810	138	15	13	11	2	37	30	24	48	59	4	23	15	0

IIa. Tafel für Jahre.

Anzahl	Länge							Anomalie						
1	191°	16′	54″	27‴	38^{IV}	35^{V}	45^{VI}	168°	28′	30″	17‴	42^{IV}	32^{V}	50^{VI}
2	22	33	48	55	17	11	30	336	57	0	35	25	5	40
3	213	50	43	22	55	47	15	145	25	30	53	7	38	30
4	45	7	37	50	34	23	0	313	54	1	10	50	11	20
5	236	24	32	18	12	58	45	122	22	31	28	32	44	10
6	67	41	26	45	51	34	30	290	51	1	46	15	17	0
7	258	58	21	13	30	10	15	99	19	32	3	57	49	50
8	90	15	15	41	8	46	0	267	48	2	21	40	22	40
9	281	32	10	8	47	21	45	76	16	32	39	22	55	30
10	112	49	4	36	25	57	30	244	45	2	57	5	28	20
11	304	5	59	4	4	33	15	53	13	33	14	48	1	10
12	135	22	53	31	43	9	0	221	42	3	32	30	34	0
13	326	39	47	59	21	44	45	30	10	33	50	13	6	50
14	157	56	42	27	0	20	30	198	39	4	7	55	39	40
15	349	13	36	54	38	56	15	7	7	34	25	38	12	30
16	180	30	31	22	17	32	0	175	36	4	43	20	45	20
17	11	47	25	49	56	7	45	344	4	35	1	3	18	10
18	203	4	20	17	34	43	30	152	33	5	18	45	51	0

IIb. Tafel für Stunden.

Anzahl	Länge							Anomalie						
1	0°	1′	18″	36‴	32^{IV}	14^{V}	39^{VI}	0	1′	9″	14‴	10^{IV}	48^{V}	22^{VI}
2	0	2	37	13	4	29	18	0	2	18	28	21	36	44
3	0	3	55	49	36	43	6	0	3	27	42	32	25	7
4	0	5	14	26	8	58	35	0	4	36	56	43	13	29
5	0	6	33	2	41	13	14	0	5	46	10	54	1	52
6	0	7	51	39	13	27	53	0	6	55	25	4	50	14
7	0	9	10	15	45	42	32	0	8	4	39	15	38	36
8	0	10	28	52	17	57	11	0	9	13	53	26	26	59
9	0	11	47	28	50	11	49	0	10	23	7	37	15	27
10	0	13	6	5	22	26	28	0	11	32	21	48	3	44
11	0	14	24	41	54	41	7	0	12	41	35	58	52	6
12	0	15	43	18	26	55	46	0	13	50	50	9	40	29
13	0	17	1	54	59	10	25	0	15	0	4	20	28	51
14	0	18	20	31	31	25	4	0	16	9	18	31	17	13
15	0	19	39	8	3	39	43	0	17	18	32	42	5	36
16	0	20	57	44	35	54	22	0	18	27	46	52	53	58
17	0	22	16	21	8	9	0	0	19	37	1	3	42	21
18	0	23	34	57	40	23	39	0	20	46	15	14	30	43
19	0	24	53	34	12	38	18	0	21	55	29	25	19	5
20	0	26	12	10	44	52	57	0	23	4	43	36	7	28
21	0	27	30	47	17	7	36	0	24	13	57	46	55	50
22	0	28	49	23	49	22	15	0	25	23	11	57	44	13
23	0	30	8	0	21	36	54	0	26	32	26	8	32	35
24	0	31	26	36	53	51	33	0	27	41	40	19	20	58

III^a. Tafel für Monate.

Tage	Länge							Anomalie						
30	15°	43′	18″	26‴	55^{IV}	46^{V}	30^{VI}	13°	50′	50″	9‴	40^{IV}	29^{V}	0^{VI}
60	31	26	36	53	51	33	0	27	41	40	19	20	58	0
90	47	9	55	20	47	19	30	41	32	30	29	1	27	0
120	62	53	13	47	43	6	0	55	23	20	38	41	56	0
150	78	36	32	14	38	52	30	69	14	10	48	22	25	0
180	94	19	50	41	34	39	0	83	5	0	58	2	54	0
210	110	3	9	8	30	25	30	96	53	51	7	43	23	0
240	125	46	27	35	26	12	0	110	46	41	17	23	52	0
270	141	29	46	2	21	58	30	124	37	31	27	4	21	0
300	157	13	4	29	17	45	0	138	28	21	36	44	50	0
330	172	56	22	56	13	31	30	152	19	11	46	25	19	0
360	188	39	41	23	9	18	0	166	10	1	56	5	48	0

III^b. Tafel für Tage.

Anzahl	Länge							Anomalie						
1	0°	31′	26″	36‴	53^{IV}	51^{V}	33^{VI}	0°	27	41″	40‴	19^{IV}	20^{V}	58^{VI}
2	1	2	53	13	47	43	6	0	55	23	20	38	41	56
3	1	34	19	50	41	34	39	1	23	5	0	58	2	54
4	2	5	46	27	35	26	12	1	50	46	41	17	23	52
5	2	37	13	4	29	17	45	2	18	28	21	36	44	50
6	3	8	39	41	23	9	18	2	46	10	1	56	5	48
7	3	40	6	18	17	0	51	3	13	51	42	15	26	46
8	4	11	32	55	10	52	24	3	41	33	22	34	47	44
9	4	42	59	32	4	43	57	4	9	15	2	54	8	42
10	5	14	26	8	58	35	30	4	36	56	43	13	29	40
11	5	45	52	45	52	27	3	5	4	38	23	32	50	38
12	6	17	19	22	46	18	36	5	32	20	3	52	11	36
13	6	48	45	59	40	10	9	6	0	1	44	11	32	34
14	7	20	12	36	34	1	42	6	27	43	24	30	53	32
15	7	51	39	13	27	53	15	6	55	25	4	50	14	30
16	8	23	5	50	21	44	48	7	23	6	45	9	35	28
17	8	54	32	27	15	36	21	7	50	48	25	28	56	26
18	9	25	59	4	9	27	54	8	18	30	5	48	17	24
19	9	57	25	41	3	19	27	8	46	11	46	7	38	22
20	10	28	52	17	57	11	0	9	13	53	26	26	59	20
21	11	0	18	54	51	2	33	9	41	35	6	46	20	18
22	11	31	45	31	44	54	6	10	9	16	47	5	41	16
23	12	3	12	8	38	45	39	10	36	58	27	25	2	14
24	12	34	38	45	32	37	12	11	4	40	7	44	23	12
25	13	6	5	22	26	28	45	11	32	21	48	3	44	10
26	13	37	31	59	20	20	18	12	0	3	28	23	5	8
27	14	8	58	36	14	11	51	12	27	45	8	42	26	6
28	14	40	25	13	8	3	24	12	55	26	49	1	47	4
29	15	11	51	50	1	54	57	13	23	8	29	21	8	2
30	15	43	18	26	55	46	30	13	50	50	9	40	29	0

I. Tafel für Perioden zu 18 Jahren.

Jahre	Länge Mittlerer Ort ♈ 0° 45′ Apogeum ♌ 16° 10′							Anomalie Mittlerer Ort 71° 7′						
18	355°	37′	25″	36‴	20^{IV}	34^{V}	30^{VI}	90°	27′	44″	34‴	23^{IV}	46^{V}	30^{VI}
36	351	14	51	12	41	9	0	180	55	29	8	47	33	0
54	346	52	16	49	1	43	30	271	23	13	43	11	19	30
72	342	29	42	25	22	18	0	1	50	58	17	35	6	0
90	338	7	8	1	42	52	30	92	18	42	51	58	52	30
108	333	44	33	38	3	27	0	182	46	27	26	22	39	0
126	329	21	59	14	24	1	30	273	14	12	0	46	25	30
144	324	59	24	50	44	36	0	3	41	56	35	10	12	0
162	320	36	50	27	5	10	30	94	9	41	9	33	58	30
180	316	14	16	3	25	45	0	184	37	25	43	57	45	0
198	311	51	41	39	46	19	30	275	5	10	18	21	31	30
216	307	29	7	16	6	54	0	5	32	54	52	45	18	0
234	303	6	32	52	27	28	30	96	0	39	27	9	4	30
252	298	43	58	28	48	3	0	186	28	24	1	32	51	0
270	294	21	24	5	8	37	30	276	56	8	35	56	37	30
288	289	58	49	41	29	12	0	7	23	53	10	20	24	0
306	285	36	15	17	49	46	30	97	51	37	44	44	10	30
324	281	13	40	54	10	21	0	188	19	22	19	7	57	0
342	276	51	6	30	30	55	30	278	47	6	53	31	43	30
360	272	28	32	6	51	30	0	9	14	51	27	55	30	0
378	268	5	57	43	12	4	30	99	42	36	2	19	16	30
396	263	43	23	19	32	39	0	109	10	20	36	43	3	0
414	259	20	48	55	53	13	30	280	38	5	11	6	49	30
432	254	58	14	32	13	48	0	11	5	49	45	30	36	0
450	250	35	40	8	34	22	30	101	33	34	19	54	22	30
468	246	13	5	44	54	57	0	192	1	18	54	18	9	0
486	241	50	31	21	15	31	30	282	29	3	28	41	55	30
504	237	27	56	57	36	6	0	12	56	48	3	5	42	0
522	233	5	22	33	56	40	30	103	24	32	37	29	28	30
540	228	42	48	10	17	15	0	193	52	17	11	53	15	0
558	224	20	13	46	37	49	30	284	20	1	46	17	1	30
576	219	57	39	22	58	24	0	14	47	46	20	40	48	0
594	215	35	4	59	18	58	30	105	15	30	55	4	34	30
612	211	12	30	35	39	33	0	195	43	15	29	28	21	0
630	206	49	56	12	0	7	30	286	11	0	3	52	7	30
648	202	27	21	48	20	42	0	16	38	44	38	15	54	0
666	198	4	47	24	41	16	30	107	6	29	12	39	40	30
684	193	42	13	1	1	51	0	197	34	13	47	3	27	0
702	189	19	38	37	22	25	30	288	1	58	21	27	13	30
720	184	57	4	13	43	0	0	18	29	42	55	51	0	0
738	180	34	29	50	3	34	30	108	57	27	30	14	46	30
756	176	11	55	26	24	9	0	199	25	12	4	38	33	0
774	171	49	21	2	44	43	30	289	52	56	39	2	19	30
792	167	26	46	39	5	18	0	20	20	41	13	26	6	0
810	163	4	12	15	25	52	30	110	48	25	47	49	52	30

IIa. Tafel für Jahre.

Anzahl	Länge							Anomalie						
1	359°	45′	24″	45‴	21^{IV}	8^{V}	35^{VI}	225°	1′	32″	28‴	34^{IV}	39^{V}	15^{VI}
2	359	30	49	30	42	17	10	90	3	4	57	9	18	30
3	359	16	14	16	3	25	45	315	4	37	25	43	57	45
4	359	1	39	1	24	34	20	180	6	9	54	18	37	0
5	358	47	3	46	45	42	55	45	7	42	22	53	16	15
6	358	32	28	32	6	51	30	270	9	14	51	27	55	30
7	358	17	53	17	28	0	5	135	10	47	20	2	34	45
8	358	3	18	2	49	8	40	0	12	19	48	37	14	0
9	357	48	42	48	10	17	15	225	13	52	17	11	53	15
10	357	34	7	33	31	25	50	90	15	24	45	46	32	30
11	357	19	32	18	52	34	25	315	16	57	14	21	11	45
12	357	4	57	4	13	43	0	180	18	29	42	55	51	0
13	356	50	21	49	34	51	35	45	20	2	11	30	30	15
14	356	35	46	34	56	0	10	270	21	34	40	5	9	30
15	356	21	11	20	17	8	45	135	23	7	8	39	48	45
16	356	6	36	5	38	17	20	0	24	39	37	14	28	0
17	355	52	0	50	59	25	55	225	26	12	5	49	7	15
18	355	37	25	36	20	34	30	90	27	44	34	23	46	30

IIb. Tafel für Stunden.

Anzahl	Länge							Anomalie						
1	0°	2′	27″	50‴	43^{IV}	3^{V}	1^{VI}	0°	1′	32″	28‴	34^{IV}	42^{V}	58^{VI}
2	0	4	55	41	26	6	2	0	3	4	57	9	25	57
3	0	7	23	32	9	9	3	0	4	37	25	44	8	56
4	0	9	51	22	52	12	5	0	6	9	54	18	51	54
5	0	12	19	13	35	15	6	0	7	42	22	53	34	53
6	0	14	47	4	18	18	7	0	9	14	51	28	17	52
7	0	17	14	55	1	21	9	0	10	47	20	3	0	50
8	0	19	42	45	44	24	10	0	12	19	48	37	43	49
9	0	22	10	36	27	27	11	0	13	52	17	12	26	48
10	0	24	38	27	10	30	12	0	15	24	45	47	9	46
11	0	27	6	17	53	33	14	0	16	57	14	21	52	45
12	0	29	34	8	36	36	15	0	18	29	42	56	35	44
13	0	32	1	59	19	39	16	0	20	2	11	31	18	42
14	0	34	29	50	2	42	18	0	21	34	40	6	1	41
15	0	36	57	40	45	45	19	0	23	7	8	40	44	40
16	0	39	25	31	28	48	20	0	24	39	37	15	27	38
17	0	41	53	22	11	51	21	0	26	12	5	50	10	37
18	0	44	21	12	54	54	23	0	27	44	34	24	53	36
19	0	46	49	3	37	57	24	0	29	17	2	59	36	34
20	0	49	16	54	21	0	25	0	30	49	31	34	19	33
21	0	51	44	45	4	3	27	0	32	22	0	9	2	32
22	0	54	12	35	47	6	28	0	33	54	28	43	45	30
23	0	56	40	26	30	9	29	0	35	26	57	18	28	29
24	0	59	8	17	13	12	31	0	36	59	25	53	11	28

III^{a}. Tafel für Monate.

Tage	Länge							Anomalie						
					36^{IV}	15^{V}	30^{VI}					35^{IV}	44^{V}	0^{VI}
30	29°	34′	8″	36‴	12	31	0	18°	29′	42″	56‴	11	28	0
60	59	8	17	13	48	46	30	36	59	25	53	47	12	0
90	88	42	25	49	25	2	0	55	29	8	49	22	56	0
120	118	16	34	26	1	17	30	73	58	51	46	58	40	0
150	147	50	43	3	37	33	0	92	28	34	42	34	24	0
180	177	24	51	39	13	48	30	110	58	17	39	10	8	0
210	206	59	0	16	50	4	0	129	28	0	36	45	52	0
240	236	33	8	52	26	19	30	147	57	43	32	21	36	0
270	266	7	17	29	2	35	0	166	27	26	29	57	20	0
300	295	41	26	6	38	50	30	184	57	9	25	33	4	0
330	325	15	34	42	15	6	0	203	26	52	22	8	48	0
360	354	49	43	19	52	21	30	221	56	35	19	44	32	0

III^{b}. Tafel für Tage.

Anzahl	Länge							Anomalie						
					13^{IV}	12^{V}	31^{VI}					53^{IV}	11^{V}	28^{VI}
1	0°	59′	8″	17‴	26	25	2	0°	36′	59″	25‴	46	22	56
2	1	58	16	34	39	37	33	1	13	58	51	39	34	24
3	2	57	24	51	6	2	4	1	50	58	17	32	45	52
4	3	56	33	8	19	15	6	2	27	57	43	25	57	20
5	4	55	41	26	32	27	37	3	4	57	9	19	8	48
6	5	54	49	43	45	40	8	3	41	56	35	12	20	16
7	6	53	58	0	58	52	39	4	18	56	1	5	31	44
8	7	53	6	17	12	5	10	4	55	55	27	38	4	32
9	8	52	14	34	25	17	41	5	32	54	52	51	54	40
10	9	51	22	52	38	30	12	6	9	54	18	45	6	8
11	10	50	31	9	51	42	43	6	46	53	44	32	17	36
12	11	49	39	26	4	55	14	7	23	53	10	19	28	12
13	12	48	47	43	18	7	45	8	0	52	36	45	40	48
14	13	47	56	1	31	20	16	8	37	52	2	32	52	24
15	14	47	4	18	44	32	47	9	14	51	28	58	3	0
16	15	46	12	35	57	45	18	9	51	50	54	11	3	28
17	16	45	20	52	10	57	49	10	28	50	20	4	14	56
18	17	44	29	9	24	10	20	11	5	49	45	57	26	24
19	18	43	37	27	37	22	51	11	42	49	11	50	37	52
20	19	42	45	44	51	35	22	12	19	48	37	43	49	20
21	20	41	54	1	4	47	53	12	56	48	3	37	0	48
22	21	41	2	18	18	0	24	13	33	47	29	30	12	16
23	22	40	10	36	31	12	55	14	10	46	55	23	23	44
24	23	39	18	53	45	25	26	14	47	46	21	16	35	12
25	24	38	27	10	58	37	57	15	24	45	47	9	46	40
26	25	37	35	27	11	50	28	16	1	45	13	2	58	8
27	26	36	43	44	24	2	59	16	38	44	38	56	9	36
28	27	35	52	2	38	15	30	17	15	44	4	49	21	4
29	28	35	0	19	51	27	1	17	52	43	30	42	32	32
30	29	34	8	36	4	40	33	18	29	42	56	35	44	0

I. Tafel für Perioden zu 18 Jahren.

Jahre	Länge Mittlerer Ort ♑ 0° 45′ Apogeum ♎ 1° 10′							Anomalie Mittlerer Ort 21° 55′						
					20^{IV}	34^{V}	30^{VI}					53^{IV}	45^{V}	0^{VI}
18	355°	37′	25″	36‴				251°	0′	45″	45‴			
36	351	14	51	12	41	9	0	142	1	31	31	47	30	0
54	346	52	16	49	1	43	30	33	2	17	17	41	15	0
72	342	29	42	25	22	18	0	284	3	3	3	35	0	0
90	338	7	8	1	42	52	30	175	3	48	49	28	45	0
108	333	44	33	38	3	27	0	66	4	34	35	22	30	0
126	329	21	59	14	24	1	30	317	5	20	21	16	15	0
144	324	59	24	50	44	36	0	208	6	6	7	10	0	0
162	320	36	50	27	5	10	30	99	6	51	53	3	45	0
180	316	14	16	3	25	45	0	350	7	37	38	57	30	0
198	311	51	41	39	46	19	30	241	8	23	24	51	15	0
216	307	29	7	16	6	54	0	132	9	9	10	45	0	0
234	303	6	32	52	27	28	30	23	9	54	56	38	45	0
252	298	43	58	28	48	3	0	274	10	40	42	32	30	0
270	294	21	24	5	8	37	30	165	11	26	28	26	15	0
288	289	58	49	41	29	12	0	56	12	12	14	20	0	0
306	285	36	15	17	49	46	30	307	12	58	0	13	45	0
324	281	13	40	54	10	21	0	198	13	43	46	7	30	0
342	276	51	6	30	30	55	30	89	14	29	32	1	15	0
360	272	28	32	6	51	30	0	340	15	15	17	55	0	0
378	268	5	57	43	12	4	30	231	16	1	3	48	45	0
396	263	43	23	19	32	39	0	122	16	46	49	42	30	0
414	259	20	48	55	53	13	30	13	17	32	35	36	15	0
432	254	58	14	32	13	48	0	264	18	18	21	30	0	0
450	250	35	40	8	34	22	30	155	19	4	7	23	45	0
468	246	13	5	44	54	57	0	46	19	49	53	17	30	0
486	241	50	31	21	15	31	30	297	20	35	39	11	15	0
504	237	27	56	57	36	6	0	188	21	21	25	5	0	0
522	233	5	22	33	56	40	30	79	22	7	10	58	45	0
540	228	42	48	10	17	15	0	330	22	52	56	52	30	0
558	224	20	13	46	37	49	30	221	23	38	42	46	15	0
576	219	57	39	22	58	24	0	112	24	24	28	40	0	0
594	215	35	4	59	18	58	30	3	25	10	14	33	45	0
612	211	12	30	35	39	33	0	254	25	56	0	27	30	0
630	206	49	56	12	0	7	30	145	26	41	46	21	15	0
648	202	27	21	48	20	42	0	36	27	27	32	15	0	0
666	198	4	47	24	41	16	30	287	28	13	18	8	45	0
684	193	42	13	1	1	51	0	178	28	59	4	2	30	0
702	189	19	38	37	22	25	30	69	29	44	49	56	15	0
720	184	57	4	13	43	0	0	320	30	30	35	50	0	0
738	180	34	29	50	3	34	30	211	31	16	21	43	45	0
756	176	11	55	26	24	9	0	102	32	2	7	37	30	0
774	171	49	21	2	44	43	30	353	32	47	53	31	15	0
792	167	26	46	39	5	18	0	244	33	33	39	25	0	0
810	163	4	12	15	25	52	30	135	34	19	25	18	45	0

IIa. Tafel für Jahre.

Anzahl	Länge							Anomalie						
1	359°	45′	24″	45‴	21^{IV}	8^{V}	35^{VI}	53°	56′	42″	32‴	32^{IV}	59^{V}	10^{VI}
2	359	30	49	30	42	17	10	107	53	25	5	5	58	20
3	359	16	14	16	3	25	45	161	50	7	37	38	57	30
4	359	1	39	1	24	34	20	215	46	50	10	11	56	40
5	358	47	3	46	45	42	55	269	43	32	42	44	55	50
6	358	32	28	32	6	51	30	323	40	15	15	17	55	0
7	358	17	53	17	28	0	5	17	36	57	47	50	54	10
8	358	3	18	2	49	8	40	71	33	40	20	23	53	20
9	357	48	42	48	10	17	15	125	30	22	52	56	52	30
10	357	34	7	33	31	25	50	179	27	5	25	29	51	40
11	357	19	32	18	52	34	25	233	23	47	58	2	50	50
12	357	4	57	4	13	43	0	287	20	30	30	35	50	0
13	356	50	21	49	34	51	35	341	17	13	3	8	49	10
14	356	35	46	34	56	0	10	35	13	55	35	41	48	20
15	356	21	11	20	17	8	45	89	10	38	8	14	47	30
16	356	6	36	5	38	17	20	143	7	20	40	47	46	40
17	355	52	0	50	59	25	55	197	4	3	13	20	45	50
18	355	37	25	36	20	34	30	251	0	45	45	53	45	0

IIb. Tafel für Stunden.

Anzahl	Länge							Anomalie						
1	0°	2′	27″	50‴	43^{IV}	3^{V}	1^{VI}	0°	7′	46″	0‴	17^{IV}	28^{V}	59^{VI}
2	0	4	55	41	26	6	2	0	15	32	0	34	57	59
3	0	7	23	32	9	9	3	0	23	18	0	52	26	58
4	0	9	51	22	52	12	5	0	31	4	1	9	55	58
5	0	12	19	13	35	15	6	0	38	50	1	27	24	57
6	0	14	47	4	18	18	7	0	46	36	1	44	53	57
7	0	17	14	55	1	21	9	0	54	22	2	2	22	57
8	0	19	42	45	44	24	10	1	2	8	2	19	51	56
9	0	22	10	36	27	27	11	1	9	54	2	37	20	56
10	0	24	38	27	10	30	12	1	17	40	2	54	49	55
11	0	27	6	17	53	33	14	1	25	26	3	12	18	55
12	0	29	34	8	36	36	15	1	33	12	3	29	47	55
13	0	32	1	59	19	39	16	1	40	58	3	47	16	54
14	0	34	29	50	2	42	18	1	48	44	4	4	45	54
15	0	36	57	40	45	45	19	1	56	30	4	22	14	53
16	0	39	25	31	28	48	20	2	4	16	4	39	43	53
17	0	41	53	22	11	51	21	2	12	2	4	57	12	52
18	0	44	21	12	54	54	23	2	19	48	5	14	41	52
19	0	46	49	3	37	57	24	2	27	34	5	32	10	52
20	0	49	16	54	21	0	25	2	35	20	5	49	39	51
21	0	51	44	45	4	3	27	2	43	6	6	7	8	51
22	0	54	12	35	47	6	28	2	50	52	6	24	37	50
23	0	56	40	26	30	9	29	2	58	38	6	42	6	50
24	0	59	8	17	13	12	31	3	6	24	6	59	35	50

IIIa. Tafel für Monate.

Tage	Länge							Anomalie						
30	29°	34′	8″	36‴	36^{IV}	15^{V}	30^{VI}	93°	12′	3″	29‴	47^{IV}	55^{V}	0^{VI}
60	59	8	17	13	12	31	0	186	24	6	59	35	50	0
90	88	42	25	49	48	46	30	279	36	10	29	23	45	0
120	118	16	34	26	25	2	0	12	48	13	59	11	40	0
150	147	50	43	3	1	17	30	106	0	17	28	59	35	0
180	177	24	51	39	37	33	0	199	12	20	58	47	30	0
210	206	59	0	16	13	48	30	292	24	24	28	35	25	0
240	236	33	8	52	50	4	0	25	36	27	58	23	20	0
270	266	7	17	29	26	19	30	118	48	31	28	11	15	0
300	295	41	26	6	2	35	0	212	0	34	57	59	10	0
330	325	15	34	42	38	50	30	305	12	38	27	47	5	0
360	354	49	43	19	15	6	0	38	24	41	57	35	0	0

IIIb. Tafel für Tage.

Anzahl	Länge							Anomalie						
1	0°	59′	8″	17‴	13^{IV}	12^{V}	31^{VI}	3°	6′	24″	6‴	59^{IV}	35^{V}	50^{VI}
2	1	58	16	34	26	25	2	6	12	48	13	59	11	40
3	2	57	24	51	39	37	33	9	19	12	20	58	47	30
4	3	56	33	8	52	50	4	12	25	36	27	58	23	20
5	4	55	41	26	6	2	35	15	32	0	34	57	59	10
6	5	54	49	43	19	15	6	18	38	24	41	57	35	0
7	6	53	58	0	32	27	37	21	44	48	48	57	10	50
8	7	53	6	17	45	40	8	24	51	12	55	56	46	40
9	8	52	14	34	58	52	39	27	57	37	2	56	22	30
10	9	51	22	52	12	5	10	31	4	1	9	55	58	20
11	10	50	31	9	25	17	41	34	10	25	16	55	34	10
12	11	49	39	26	38	30	12	37	16	49	23	55	10	0
13	12	48	47	43	51	42	43	40	23	13	30	54	45	50
14	13	47	56	1	4	55	14	43	29	37	37	54	21	40
15	14	47	4	18	18	7	45	46	36	1	44	53	57	30
16	15	46	12	35	31	20	16	49	42	25	51	53	33	20
17	16	45	20	52	44	32	47	52	48	49	58	53	9	10
18	17	44	29	9	57	45	18	55	55	14	5	52	45	0
19	18	43	37	27	10	57	49	59	1	38	12	52	20	50
20	19	42	45	44	24	10	20	62	8	2	19	51	56	40
21	20	41	54	1	37	22	51	65	14	26	26	51	32	30
22	21	41	2	18	50	35	22	68	20	50	33	51	8	20
23	22	40	10	36	3	47	53	71	27	14	40	50	44	10
24	23	39	18	53	17	0	24	74	33	38	47	50	20	0
25	24	38	27	10	30	12	55	77	40	2	54	49	55	50
26	25	37	35	27	43	25	26	80	46	27	1	49	31	40
27	26	36	43	44	56	37	57	83	52	51	8	49	7	30
28	27	35	52	2	9	50	28	86	59	15	15	48	43	20
29	28	35	0	19	23	2	59	90	5	39	22	48	19	10
30	29	34	8	36	36	15	30	93	12	3	29	47	55	0

Fünftes Kapitel.

Vorbemerkungen zu den Hypothesen der fünf Wandelsterne.

Da sich an die Aufstellung vorstehender Tafeln zunächst das Kapitel von den Anomalien anzuschließen hat, welche bei dem Lauf in Länge der fünf Wandelsterne eintreten, so haben wir zunächst zur allgemeinen Orientierung folgendes zu bemerken. {Ha 156 Hei 250}

Der einfachsten Bewegungen, die zugleich zur Lösung des vorliegenden Problems ausreichen, gibt es wie (S. 96,30) gesagt zwei: die eine geht auf Kreisen vor sich, welche zur Ekliptik exzentrisch liegen, die andere auf Kreisen, welche mit der Ekliptik konzentrisch sind und Epizyklen in Umlauf versetzen. Nun gibt es gleicherweise für jeden Planeten auch zwei scheinbare Anomalien: die eine wird theoretisch auf die Teile der Ekliptik bezogen, die andere auf die Stellungen zur Sonne.

Was zunächst die letztere Anomalie anbelangt, so erhielten wir aus der Beobachtung verschiedener unmittelbar aufeinander folgender Stellungen (zur Sonne) in denselben Teilen der Ekliptik das Ergebnis, daß bei den fünf Wandelsternen die Zeit von der größten Bewegung bis zur mittleren jederzeit größer ist als die von der mittleren bis zur kleinsten Bewegung[a]), eine charakteristische Erscheinung, welche bei der exzentrischen Hypothese nicht eintreten kann, da bei ihr das Gegenteil stattfinden muß (vgl. I 153,22). Denn erstens geht bei dieser Hypothese der größte Lauf jederzeit in der größten Erdnähe vor sich, zweitens ist — und das gilt für beide Hypothesen — der Bogen (des Exzenters oder des Epizykels) von dem Perigeum bis zu dem {Ha 157 Hei 251}

a) Weil die Planeten in der Zeit von der größten zur mittleren Bewegung rückläufig und stationär werden, während sie in der Zeit von der mittleren zur kleinsten Bewegung durchgängig rechtläufig sind.

Punkte der mittleren Bewegung kleiner als der Bogen von diesem Punkte bis zu dem Apogeum.[a] Nun kann allerdings bei der epizyklischen Hypothese diese Erscheinung in dem Fall eintreten, wenn der größte Lauf nicht im Perigeum (des Epizykels), wie bei dem Monde, sondern im Apogeum vor sich geht, d. h. wenn der Planet von dem Apogeum aus nicht gegen die Richtung der Zeichen, wie der Mond (I 219, 6), sondern in der Richtung der Zeichen seinen Fortschritt (auf dem Epizykel) bewerkstelligt. Daher legen wir die Annahme zugrunde, daß diese Art der Anomalie vermittelst der Epizyklen zum Ausdruck gelangt.

Was zweitens die theoretisch auf die Teile der Ekliptik bezogene Anomalie anbelangt, so erhielten wir vermittelst der Ekliptikbogen, welche sich bis zu denselben heliakischen Aufgängen oder denselben Stellungen erstrecken, das gegenteilige Ergebnis, daß die Zeit von der kleinsten Bewegung bis zur mittleren immer größer ist als die von der mittleren bis zur größten Bewegung[b], wieder eine charakteristische Erscheinung, welche zwar bei jeder der beiden Hypothesen eintreten kann — wir haben diesen Punkt bei der Würdigung der Gleichartigkeit beider Hypothesen im Anfang des Abschnitts von der Sonne (I 153, 22) ausführlich besprochen — aber doch eigentlich mehr eine Begleiterscheinung der exzentrischen Hypothese ist. So legen wir denn die Annahme zugrunde, daß diese Art der Anomalie nach der exzentrischen Hypothese zum Ausdruck gelange, weil die andere Anomalie ausschließlich als eine Eigentümlichkeit der epizyklischen Hypothese erfunden worden ist.

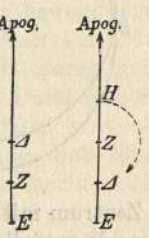
Nun fanden wir aber weiter bei fortgesetzter genauer Anpassung und Vergleichung des von Fall zu Fall durch die Beobachtung festgestellten Laufs mit den aus der Kombination beider Hypothesen sich ergebenden Leitpunkten, daß

---

a) Vgl. die Figuren zu Anm. 24 u. 35 im Anhang zu Band I.

b) Weil auch bei den Planeten, wie bei der Sonne und dem Monde, der scheinbare Lauf in der Erdferne kleiner ist als der gleichförmige, größer dagegen in der Erdnähe.

der Verlauf der Bewegung nicht so ganz einfach sein könne. [Ha 158 Hei 252] Erstens können die Ebenen, in denen wir die Exzenter beschreiben, nicht unbeweglich sein, weil dann die durch beide Mittelpunkte — durch den des betreffenden Exzenters und den der Ekliptik — gehende Gerade, auf welche die Theorie die Apogeen und die Perigeen verlegt, ewig in derselben Entfernung von den Wende- oder den Nachtgleichenpunkten verharren müßte. Zweitens können die Epizyklen wieder ihre Mittelpunkte nicht auf diesen Exzentern zum Umlauf gelangen lassen, deren Zentren es sind, an denen bei gleichförmiger Herumleitung der Bewegung in der Richtung der Zeichen die Epizyklen in den gleichen Zeiten die gleichen Winkel bilden müssen. Wir fanden vielmehr, daß erstens auch die Apogeen der Exzenter einen ganz geringen von den Wendepunkten aus in der Richtung der Zeichen vor sich gehenden Fortschritt bewerkstelligen, welcher wieder gleichförmig um den Mittelpunkt der Ekliptik verläuft und für alle Planeten ungefähr ebensogroß ist, wie er an der Fixsternsphäre wahrgenommen worden ist — d. h. in 100 Jahren vom Betrage eines Grades —, soweit es wenigstens möglich ist, aus dem vorliegenden Material einen Einblick zu gewinnen. Zweitens fanden wir, daß die Mittelpunkte der Epizyklen auf Kreisen umlaufen, die zwar gleichgroß sind, wie die (ersten) Exzenter, welche die Anomalie bewirken, aber nicht um dieselben Zentren beschrieben werden. Vielmehr liegen bei den anderen (vier) Planeten diese Zentren in den Halbierungspunkten (Z) der Strecke (ΔE), welche zwischen den Mittelpunkten (Δ) jener (die Anomalie bewirkenden) Exzenter und dem Mittelpunkt (E) der Ekliptik liegt. Nur bei dem Merkur läuft dieser (den Epizykel tragende) Kreis um ein Zentrum (H), welches ebensogroßen Abstand von dem es (H) herumleitenden Mittelpunkt (Z) hat, wie dieser (Z) von dem Zentrum (Δ) des die Anomalie bewirkenden Exzenters nach dem Apogeum zu absteht, und letzteres Zentrum (Δ) wieder von dem für das Auge

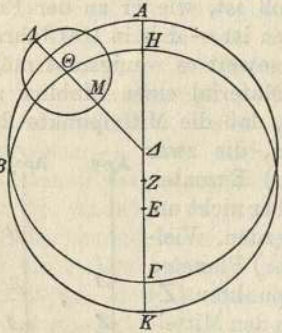


angenommenen Mittelpunkt (E).[a] Denn nur bei diesem
Hei 253 Planeten fanden wir, wie schon bei dem Monde, daß der
Ha 159 (den Epizykel tragende) Exzenter von dem obenbezeichneten Zentrum (Z) in der dem Epizykellauf entgegengesetzten Richtung, d. i. wieder gegen die Richtung der Zeichen, eine Umdrehung im Jahre herumgeleitet wird, da auch der Merkur zweimal bei dem einen Umlauf scheinbar in die größte Erdnähe gelangt, wie dies bei dem Monde zweimal in einem Monate geschieht.

Sechstes Kapitel.
Art und Unterschied der Hypothesen.

Die aus den vorstehend erklärten Gründen vorgenommene Kombination der Hypothesen dürfte auf folgendem Wege dem Verständnis nähergebracht werden.

I. Was zunächst die Hypothese der anderen (vier) Planeten anbelangt, so denke man sich als den (die Anomalie bewirkenden) Exzenter den Kreis ABΓ um das Zentrum Δ; der durch Δ und den Mittelpunkt der Ekliptik gehende Durchmesser sei AΔΓ, auf welchem der Mittelpunkt E der Ekliptik, d. i. das Auge des Beobachters, den Punkt A zum Apogeum und den Punkt Γ zum Perigeum machen soll. Nachdem man die Strecke ΔE in Punkt Z halbiert hat, beschreibe man um Z als Zentrum mit der Strecke ΔA den Kreis HΘK, welcher dem-
Hei 254 nach natürlich dem Kreise ABΓ gleich ist, und um Θ als Zentrum den Epizykel ΛM. Alsdann ziehe man die Verbindungslinie ΛΘMΔ.



a) So daß die drei Strecken HZ, ZΔ und ΔE einander gleich sind. Infolgedessen wird das Zentrum H des beweglichen Exzenters bei jedem Umlauf einmal mit dem Zentrum Δ des die Anomalie bewirkenden Exzenters zusammenfallen.

Die erste Annahme, welche wir zu machen haben, ist die, daß die Ebene der Exzenter schiefgestellt sei gegen die Ebene der Ekliptik, und ebenso die Ebene der Epizyklen schiefgestellt gegen die Ebene der Exzenter. Das ist notwendig wegen des Laufs der Planeten in Breite nach den später (Buch XIII) von uns hierüber zu führenden Beweisen. Was indessen den Lauf in Länge anbelangt, so können wir uns der Erleichterung halber sämtliche Kreise in der Ebene der Ekliptik liegend denken, weil bei so kleinen Neigungswinkeln, wie sie sich bei jedem Planeten durchgängig herausstellen werden, keine nennenswerte Differenz (für den Lauf) in Länge eintreten wird. Ha 160

Weiter legen wir folgende Annahmen zugrunde. Erstens bewegt sich die ganze Ebene (in der wir sämtliche Kreise annehmen) gleichförmig in der Richtung der Zeichen um den Mittelpunkt E herum: hierdurch trägt sie die Apogeen und Perigeen (der Exzenter) in 100 Jahren einen Grad weiter. Zweitens wird der Epizykeldurchmesser ΛΘM von dem Zentrum Δ[a] wieder gleichförmig in der Richtung der Zeichen, wie es der Wiederkehr des Planeten in Länge entspricht, herumgeleitet: hierdurch führt er die Epizykelpunkte Λ und M sowie den jederzeit auf dem Exzenter HΘK liegenden Mittelpunkt Θ mit herum. Drittens bewegt sich der Planet selbst wieder gleichförmig auf dem Epizykel ΛM: hierdurch vollzieht er seine Wiederkehren mit Bezug auf den jederzeit nach dem Zentrum Δ gerichteten Durchmesser (des Epizykels) entsprechend dem mittleren Lauf in Anomalie zur Sonne[b] und unter der Voraussetzung, daß sein Fortschritt im Apogeum Λ in der Richtung der Zeichen vor sich gehe. Hei 255

II. Die bei dem Merkur sich einstellende Besonderheit der Hypothese dürften wir auf folgende Weise veranschaulichen.

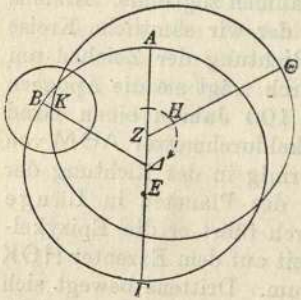
---

a) D. h. von einer Leitlinie (radius vector), die von diesem Zentrum aus durch den Mittelpunkt des Epizykels geht und mit dem Durchmesser ΛΘM stets zusammenfällt.

b) D. h. den Beträgen entsprechend, wie sie S. 101 f. festgestellt worden sind.

Der Exzenter der Anomalie sei der Kreis ABΓ um das Zentrum Δ, der durch Δ und den Ekliptikmittelpunkt E durch das Apogeum A gehende Durchmesser sei AΔEΓ. Auf
Ha 161 letzterem trage man nach dem Apogeum A zu die Strecke
5 ΔZ gleich ΔE ab.

Die übrigen Annahmen bleiben dieselben, d. h. erstens trägt die ganze Ebene das Apogeum in der Richtung der Zeichen um den Mittelpunkt E um ebensoviel weiter, wie bei den anderen Planeten; zweitens wird der Epizykel gleich-
10 förmig in der Richtung der Zeichen von der Leitlinie ΔB um das Zentrum Δ herumgeleitet; drittens bewegt sich der Planet auf dem Epizykel ebenso wie die anderen. Dagegen wird hier das Zentrum (H) des anderen dem ersten wieder gleichen Exzenters, auf welchem jederzeit der Mittelpunkt (K) des Epizykels liegen wird, von der Leitlinie ZHΘ gleichförmig und gleichschnell wie der Epizykel um das Zentrum Z herumgeführt werden, aber in der entgegengesetzten Richtung wie der Epizykel (läuft), d. h. gegen die Richtung der Zeichen. Die Folge davon wird sein,



15

20

Hei 256

25 daß die beiden Leitlinien ΔKB und ZHΘ einmal im Jahre eine Wiederkehr mit Bezug auf die Punkte der Ekliptik bewerkstelligen (d. h. in die Ausgangslage zurückkehren), mit Bezug aufeinander aber selbstverständlich zweimal (auf die Gerade AΓ zu liegen kommen). Hierbei wird das
30 Zentrum (H) von dem Punkte Z stets die Strecke ZH, die ihrerseits jeder der beiden Strecken ΔE und ΔZ gleich ist, Abstand haben. Die Folge wird sein, daß erstens der kleine Kreis, welcher von der gegen die Richtung der Zeichen verlaufenden Bewegung dieses Punktes (H) mit dem Abstand
35 ZH um das Zentrum Z beschrieben wird, durchaus auch durch das Zentrum Δ des ersten unbeweglichen Exzenters geht, daß zweitens der bewegliche Exzenter, an der Figur

ΘK, in jedem gegebenen Fall um das Zentrum H mit dem Abstand HΘ, der gleich ist dem Abstand ΔA, verläuft, und daß drittens der Epizykel jederzeit seinen Mittelpunkt auf diesem (beweglichen Exzenter) hat, wie z. B. an der Figur in Punkt K.

Die hier mitgeteilten Annahmen werden dem Verständnis noch geläufiger werden bei den Nachweisen, die wir weiter- Ha 162
hin bezüglich der zahlenmäßigen Beträge, mit denen wir für jeden einzelnen Planeten zu rechnen haben, noch führen müssen. Bei dieser Gelegenheit werden auch die Gründe in schärferen Umrissen zutage treten, welche die Aufstellung Hei 257
der Hypothesen veranlaßt haben.

Vorausgeschickt muß noch folgende Bemerkung werden. Die Wiederkehren des Laufs in Länge sind nicht an die Punkte der Ekliptik gebunden, in denen die Apogeen oder Perigeen der Exzenter liegen, weil wir die Veränderlichkeit dieser Punkte (infolge der Präzession) als erwiesen annehmen. Daher entsprechen die von uns auf dem oben (S. 102, 12) dargelegten Wege ermittelten Bewegungen in Länge nicht den theoretisch auf die Apogeen der Exzenter bezogenen Wiederkehren, sondern denjenigen Bewegungen, welche sich mit Bezug auf die Wende- und Nachtgleichenpunkte innerhalb der zurzeit feststehenden Jahreslänge vollziehen.[a] Der erste Beweis, den wir demnach zu führen haben, ist der, daß auch nach den hier aufgestellten Hypothesen[b] folgender Satz gilt:

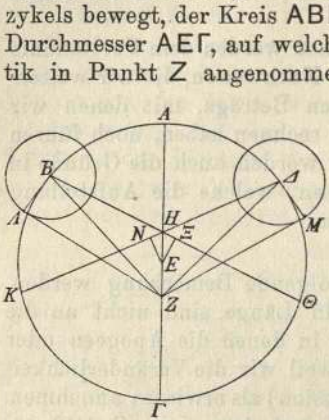
Wenn der mittlere Ort des Planeten in Länge beiderseits von den Apogeen oder den Perigeen gleichweit entfernt liegt, so stellt sich in jeder dieser beiden Entfernungen die gleichgroße Differenz der auf die Ekliptik bezogenen Anomalie ein und es tritt (somit) auf dem Epizykel nach der-

a) Dieselbe Bemerkung war oben (S. 99, 26) zu den Wiederkehren in Anomalie gemacht worden.

b) Gerade wie dies für die Sonne und den Mond nachgewiesen worden ist. Vgl. I 163, 15.

selben Seite[a]) die größtmögliche Elongation (des Planeten) von dem mittleren Ort ein.

I. Beweis für die Hypothesen der vier ersten Planeten. Es sei der Exzenter, auf dem sich der Mittelpunkt des Epizykels bewegt, der Kreis ABΓΔ um das Zentrum E und den Durchmesser AEΓ, auf welchem der Mittelpunkt der Ekliptik in Punkt Z angenommen sei. Das Zentrum des die Anomalie bewirkenden Exzenters, d. i. das Zentrum, um welches wir den mittleren Lauf des Epizykels in gleichförmiger Bewegung vor sich gehen lassen, sei H. Man ziehe die (in Punkt H) sich schneidenden Sehnen BHΘ und ΔHK, von denen jede gleichweit von dem Apogeum A entfernt sei, so daß die Winkel AHB und AHΔ einander gleich seien, und beschreibe um die Punkte B und Δ gleichgroße Epizyklen. Alsdann ziehe man die Verbindungslinien BZ und ΔZ und von Punkt Z, d. i. von dem Auge, nach derselben Seite[b]) an die Epizyklen die Tangenten ZΛ und ZM.



Ha 163
16
Hei 258

Ich behaupte, daß erstens die Winkel der auf die Ekliptik bezogenen Anomalie einander gleich seien, d. h. daß ∠HBZ = ∠HΔZ, und daß zweitens die Winkel der auf dem Epizykel eintretenden größten Elongation einander gleich

---

a) Es kann nur diejenige Seite des Epizykels gemeint sein, welche von dem Apogeum des Exzenters, mag der Epizykel vor oder nach demselben stehen, gleichweit entfernt ist. Was die Elongationen der Venus anbelangt, so zeigt die Figur links des Apogeums in Punkt Λ eine größte Elongation als Abendstern, rechts in Punkt M eine solche als Morgenstern.

b) Auch hier ist ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη in demselben Sinne wie oben zu verstehen, obgleich links die Abendseite und rechts die Morgenseite des Epizykels von der Tangente berührt wird. Diese Bezeichnung kehrt auch S. 128,19 u. S. 156,5 wieder. Man erwartet vielmehr ἐπὶ τὰ ἐναντία wie Buch X, Kap. 3 i. A.

seien, d. h. daß $\angle BZ\Lambda = \angle \Delta ZM$. Ist dies der Fall, so werden auch die zahlenmäßigen Beträge der aus der Vereinigung (mit der Anomaliedifferenz) gewonnenen (scheinbaren) größten Elongationen von dem mittleren Ort gleichgroß sein.

Man fälle von den Punkten B und Δ auf die Tangenten ZΛ und ZM die Lote BΛ und ΔM, und von E auf die Sehnen BΘ und ΔK die Lote EN und EΞ. Dann ist (in den rechtwinkligen Dreiecken HNE und HΞE)

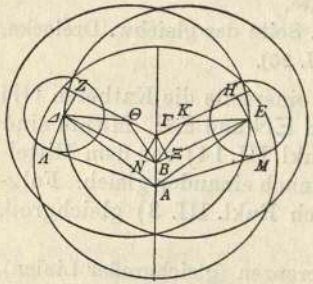
$\angle NHE = \angle \Xi HE$ (als Scheitelwinkel gleicher Winkel),
$\angle HNE = \angle H\Xi E$ als Rechte,
$HE = HE$ als gemeins. Seite der gleichw. Dreiecke,
(mithin $\triangle HNE \cong \triangle H\Xi E$) (Eukl. I. 26).

Demnach sind einander gleich einerseits die Katheten NH und ΞH, anderseits der Katheten EN und EΞ. Mithin sind Hei 259
die Sehnen BΘ und ΔK (nach Eukl. III. 14) von dem Mittel- 16
punkt E gleichweit entfernt, demnach einander gleich. Folglich sind auch ihre Hälften (nach Eukl. III. 3) gleichgroß, so daß auch

$BH = \Delta H$ als Differenzen (gleichgroßer Linien),
ferner ist $\begin{cases} HZ = HZ \text{ als gemeinsame Seite,} \\ \angle BHZ = \angle \Delta HZ \text{ von gleich. Seiten eingeschlossen,} \end{cases}$
(mithin $\triangle BHZ \cong \triangle \Delta HZ$) (Eukl. I. 4)
folglich $\begin{cases} grl\, BZ = grl\, \Delta Z, \\ \angle HBZ = \angle H\Delta Z. \end{cases}$ (Erstes Ziel des Beweises.)
Ferner ist $\begin{cases} B\Lambda = \Delta M \text{ als } ephm, \\ \angle B\Lambda Z = \angle \Delta MZ \text{ als Rechte,} \end{cases}$
(mithin $\triangle B\Lambda Z \cong \triangle \Delta MZ$) (Eukl. I. 26)
folglich $\angle BZ\Lambda = \angle \Delta ZM$, was zu beweisen war.

II. Beweis für den Merkur. Der durch die Zentren und Ha 164
das Apogeum der Kreise gehende Durchmesser sei ABΓ; 31
als Mittelpunkt der Ekliptik sei A angenommen, B als Zentrum des die Anomalie bewirkenden Exzenters, und Γ als der Punkt, um welchen sich das Zentrum des den Epizykel tragenden Exzenters bewegt. Man ziehe wieder nach beiden 35
Seiten (des Apogeums von B aus) die Geraden BΔ und BE

als Leitlinien der gleichförmigen in der Richtung der Zeichen vor sich gehenden Bewegung des Epizykels und (von Γ aus) die Geraden ΓZ und ΓH als Leitlinien[a] der gleichschnell gegen die Richtung der Zeichen verlaufenden Herumführung des (den Epizykel tragenden) Exzenters, so daß selbstverständlich (infolge Gleichheit der Bewegung) die bei Γ und B gebildeten Winkel gleichgroß sind und (deshalb) BΔ parallel zu ΓZ und BE parallel zu ΓH verläuft. Nun
Hei 260 bestimme man auf den Geraden ΓZ und ΓH die Mittelpunkte der Exzenter[b]: es seien dies die Punkte Θ und K.



Die um dieselben beschriebenen Exzenter, auf denen die Epizyklen stehen, sollen durch die Punkte Δ und E gehen[c] Nachdem man nun wieder um Δ und E gleichgroße Epizyklen beschrieben hat, ziehe man die Verbindungslinien AΔ und
Ha 165 AE, und nach derselben Seite an die Epizyklen die Tangenten AΛ und AM.

Es soll also der Beweis geführt werden, daß auch in diesem Fall erstens die Winkel der auf die Ekliptik bezogenen Anomaliedifferenz einander gleich sind, d. h. daß ∠AΔB = ∠AEB, und daß zweitens ebenfalls einander gleich sind die Winkel der auf dem Epizykel eintretenden größten Elongationen, d. h. daß ∠ΔAΛ = ∠EAM.

Man ziehe die Verbindungslinien BΘ, BK und ΘΔ, KE und fälle von Γ auf die Geraden BΔ und BE die Lote ΓN

a) Insofern als Leitlinien zu bezeichnen, als der auf ihnen liegende Mittelpunkt (einerseits K, anderseits Θ) des beweglichen Exzenters durch sie herumgeleitet wird.

b) D h. die jeweilige Lage des an der Fig. S. 124 mit H bezeichneten Mittelpunktes des beweglichen Exzenters.

c) Durch Δ der um K beschriebene Kreis, durch E der um Θ beschriebene, wie an der von mir beigegebenen Figur deutlicher ist, als an der in fehlerhaften Verhältnissen gezeichneten Skelettfigur des Originals.

und ΓΞ, von den Punkten Δ und E auf die Geraden ΓZ und ΓH die Lote ΔZ und EH, endlich auf die Geraden AΛ und AM die Lote ΔΛ und EM. Dann ist (in den rechtwinkligen Dreiecken ΓNB und ΓΞB)

$\angle \Gamma BN = \angle \Gamma B\Xi$ (nach Annahme), 5
$\angle \Gamma NB = \angle \Gamma\Xi B$ als Rechte, Hei 261
$\Gamma B = \Gamma B$ als gemeinsame Seite,
(mithin $\triangle \Gamma NB \cong \triangle \Gamma\Xi B$) (Eukl. I. 26)
folglich $\Gamma N = \Gamma\Xi$,
$\Delta Z = EH$. (im Parallelogramm) 10

Ferner ist $\Theta\Delta = KE$,[a]
$\angle \Theta Z\Delta = \angle KHE$ als Rechte,
(mithin $\triangle \Theta Z\Delta \cong \triangle KHE$) (als rechtwinklig)
folglich $\angle \Delta\Theta Z = \angle EKH$.

Ferner ist $\Theta\Gamma = \Gamma K$ nach Annahme, 15
$\Gamma B = \Gamma B$ als gemeinsame Seite,
$\angle \Theta\Gamma B = \angle K\Gamma B$,
(mithin $\triangle \Theta\Gamma B \cong \triangle K\Gamma B$) (Eukl. I. 4)
folglich $\angle \Gamma\Theta B = \angle \Gamma KB$.

(Nun war $\angle \Delta\Theta Z = \angle EKH$) 20
folglich $\angle B\Theta\Delta = \angle BKE$. (als Erg. vorst. W. zu 180^0)

(Ferner ist $grl\,\Delta\Theta = grl\,EK$, $grl\,\Theta B = grl\,BK$ in kongr. Dreiecken,)
(mithin $\triangle B\Theta\Delta \cong \triangle BKE$) (Eukl. I. 4)
folglich $grl\,B\Delta = grl\,BE$. 25

Ferner ist $BA = BA$ als gemeinsame Seite,
$\angle \Delta BA = \angle EBA$,
(mithin $\triangle \Delta BA \cong \triangle EBA$) (Eukl. I. 4)
folglich $\angle A\Delta B = \angle AEB$, (Erstes Ziel des Beweises.)
$grl\,A\Delta = grl\,AE$. 30

---

a) Weil die Punkte Δ und E nach Annahme vom Apogeum gleichweit entfernt sind, so liegen die Halbmesser KΔ und ΘE auf einer Geraden; werden beide um das gemeinsame Stück ΘK verkürzt, so erhält man $\Theta\Delta = KE$.

Ferner ist $\begin{cases} \Delta\Lambda = EM, \text{ (als } ephm\text{)} \\ \angle\,\Delta\Lambda A = \angle\,EMA, \text{ (als Rechte)} \end{cases}$
(mithin $\triangle\,\Delta\Lambda A \cong \triangle\,EMA$) (als rechtwinklig)
folglich $\angle\,\Delta A\Lambda = \angle\,EAM$, was zu beweisen war.

Siebentes Kapitel.

Nachweis des Apogeums des Merkur und der Weiterbewegung desselben.

Ha 166 Nach Feststellung dieser theoretischen Sätze erledigten
6 wir zunächst die Frage, in welchen Teilen der Ekliptik das
Hei 262 Apogeum des Planeten Merkur liegt, auf folgendem Wege.
Wir suchten Beobachtungen der größten Elongationen, bei
denen die Position (des Planeten) als Morgenstern von dem
10 mittleren Ort der Sonne, welcher zugleich der mittlere Ort
des Planeten ist, gleichweit entfernt war wie die Position
als Abendstern. Ist diese (beiderseitige) Entfernung ge-
funden, so muß nach dem soeben von uns geführten Beweis
das Apogeum des (festbleibenden) Exzenters den zwischen
15 den beiden Positionen in der Mitte liegenden Punkt ein-
nehmen.

Wir fanden nun für diesen Zweck nur wenige Beobach-
tungen geeignet, weil die betreffende Syzygie[a]) nur selten
mit der erforderlichen Schärfe der Beobachtung zugänglich
20 ist. Indessen können sie wenigstens die vorliegende Auf-
gabe veranschaulichen. Derartige Beobachtungen jüngeren
Datums sind folgende.

Im 16ten Jahre Hadrians am 16/17. ägyptischen Pha-
menoth abends (2. Februar 132 n. Chr.) beobachteten wir
25 vermittelst der Einrichtung des Astrolabs den Merkur in
seiner größten Elongation von dem mittleren Orte der Sonne.
Als er damals mit Bezug auf den glänzenden Stern (Alde-

a) Unter Syzygie sind die paarweise zusammengehörigen größten Elongationen zu verstehen, in denen der Planet, von dem mittleren Ort der Sonne auf entgegengesetzten Seiten des Apogeums gleichweit entfernt, einerseits als Abendstern, anderseits als Morgenstern erscheint.

baran) der Hyaden anvisiert wurde, ergab sich als sein scheinbarer Ort in Länge ♌ 1°. Nun war zur genannten Zeit[a] der mittlere Ort der Sonne ♒ 9°45′; folglich betrug die größte Elongation vom mittleren Ort als Abendstern 21°15′.

Im 18ten Jahre Hadrians am 18/19. ägyptischen Epiphi Ha 167
früh morgens (4. Juni 134 n. Chr.) ergab sich für den Mer- 6
kur in seiner größten Elongation, als er bei recht schwachem Hei 263
Glanze mit Bezug auf den glänzenden Stern (Aldebaran) der Hyaden anvisiert wurde, als scheinbarer Ort ♉ 18°45′. Nun war zu dieser Zeit[b] der mittlere Ort der Sonne ♊ 10°. 10
Folglich betrug auch in diesem Fall die größte Elongation vom mittleren Ort als Morgenstern 21°15′.

Da also nach der ersten Beobachtung der mittlere Ort des Planeten ♒ 9°45′, nach der zweiten ♊ 10° war und der in der Mitte zwischen diesen Positionen liegende Punkt 15
der Ekliptik in ♈ 9°52′30″ fällt, so dürfte für die damalige Zeit der durch das Apogeum gehende Durchmesser in dieser Lage anzunehmen sein.

Wiederum beobachteten wir am Astrolab im ersten Jahre Antonins am 20/21. ägyptischen Epiphi (4. Juni 138 n. Chr.) 20
abends den Merkur in seiner größten Elongation von dem mittleren Ort der Sonne. Als er damals mit Bezug auf den Stern (Regulus) im Herzen des Löwen anvisiert wurde, ergab sich als sein scheinbarer Ort ♌ 7°. Nun war zu der genannten Zeit[c] der mittlere Ort der Sonne ♊ 10°30′; 25
folglich betrug die größte Elongation vom mittleren Ort als Abendstern 26°30′.

Desgleichen ergab sich im 4ten Jahre Antonins am 18/19. ägyptischen Phamenoth (2. Februar 141 n. Chr.) frühmorgens wieder in der größten Elongation unter Anvisierung Hei 264
mit Bezug auf den sog. Antares als sein scheinbarer Ort 31
♏ 13°30′, während der mittlere Ort der Sonne ♒ 10° war.[d]

---

a) Für die Zeit $878^a\,195^d\,7^h$ berechnet sich nach den Sonnentafeln der mittlere Ort mit ♒ 9°44′23″.
b) Für die Zeit $880^a\,317^d\,17^h$ ergibt die Nachprüfung ♊ 9°56′42″.
c) Für die Zeit $884^a\,319^d\,8^h$ ergibt die Nachprüfung ♊ 10°33′28″.
d) Für die Zeit $887^a\,197^d\,18^h$ ergibt die Nachprüfung ♒ 10°0′29″.

Ha 168 Folglich betrug auch in diesem Fall die größte Elongation vom mittleren Ort als Morgenstern genau wieder 26°30′.

Da nach der ersten Beobachtung der mittlere Ort des Planeten ♊ 10°30′, nach der zweiten ♒ 10° war und der in der Mitte dazwischen liegende Punkt der Ekliptik in ♎ 10°15′ fällt, so dürfte für die damalige Zeit der durch das Apogeum gehende Durchmesser in dieser Lage anzunehmen sein.

An der Hand dieser Beobachtungen fanden wir demnach, daß das Apogeum ohne wesentlichen Fehler in den 10ten Grad des Widders oder der Scheren fällt, während es nach den älteren Beobachtungen, die bei den größten Elongationen angestellt worden sind, im 6ten Grade der nämlichen Zeichen lag, wie sich aus den erhaltenen Mitteilungen berechnen läßt.

Im 23ten Jahre der Zeitrechnung des Dionysius[5], am Morgen des 21. Hydron[a], stand nämlich „Stilbon" von dem glänzendsten Stern (δ) im Schwanze des Steinbocks (Deneb Algedi) drei Mondbreiten[2] nach Norden zu ab. Es stand aber dazumal besagter Fixstern nach unseren Anfangspunkten, d. h. nach denjenigen, welche von den Wende- und Nachtgleichenpunkten ab gerechnet werden, in ♑ 22°20′,[b] und ebenda selbstverständlich[c] auch der Planet Merkur, Hei 265 während der mittlere Ort der Sonne gegebenermaßen ♒ 18°10′ war.[d] Denn der Zeitpunkt fiel in das 486te Jahr seit Nabonassar auf den 17/18. ägyptischen Choiak frühmorgens (12. Februar 262 v. Chr.). Folglich betrug die größte Elongation vom mittleren Ort als Morgenstern 25°50′.

---

a) Der Zahl κϑ′ des griechischen Textes habe ich die Lesart κα′ des Cod. G vorgezogen, die von zweiter Hand auch im Cod. D über κδ′ steht, eine Verbesserung, welche schon Böckh (Sonnenkr. d. Alten, S. 295) der Übersetzung des Gerhard von Cremona (vigesimo primo die transacto mensis ydros) entnommen hat.

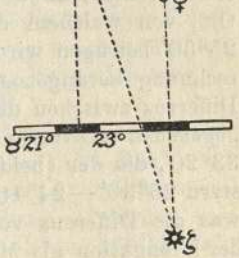
b) Nach dem Sternkatalog steht δ Capricorni in ♑ 26°20′ mit 2° südl. Breite, folglich genau 4 Jahrhunderte früher 4° rückwärts dieses Ortes.

c) Da er 3 Mondbreiten = 1½° nördlich stand, so war sein Ort in Länge ♑ 22°20′ bei ½° südl. Breite.

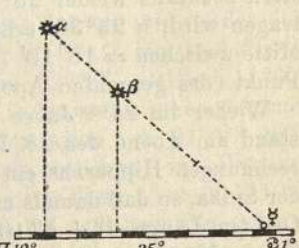
d) Für 485ª 106ᵈ 20ʰ ergibt die Nachprüfung ≈ 18°8′2″.

Eine dieser größten Elongation genau gleichkommende als Abendstern haben wir unter den auf uns gekommenen Beobachtungen freilich nicht gefunden, aber mit Hilfe von zwei am nächsten kommenden Elongationen haben wir die gleichgroße auf folgendem Wege berechnet.

Im nämlichen 23ten Jahre der Zeitrechnung des Dionysius Ha 169
blieb am Abend des 4. Tauron der Merkur hinter der Verbindungslinie der Hörner ($\beta\zeta$) des Stiers drei Mondbreiten östlich zurück, während sein Vorübergang an dem (mit dem Fuhrmann) gemeinsamen Stern (β) in einem Abstand von mehr als drei Mondbreiten nach Süden zu erwarten stand, so daß sein Ort (in Länge) wieder nach unseren Anfangspunkten (4° zurück) ♉ 23° 40′ (d. i. gleich der damaligen Länge von ζ) war. Der Zeitpunkt fällt wieder in das 486te Jahr seit Nabonassar auf den 30. ägyptischen Mechir[a] zum 1. Phamenoth (25. April 262 v. Chr.) abends, während der mittlere Ort der Sonne ♈ 29° 30′ war.[b] Folglich betrug die größte Elongation von dem mittleren Ort als Abendstern 24° 10′.



Im 28ten Jahre der Zeitrechnung des Dionysius stand er am Abend des 7. Didymon ungefähr auf einer Geraden mit den Köpfen ($\alpha\beta$) der Zwillinge, war aber von dem südlichen um $^1/_3$ Mondbreite weniger als den doppelten Abstand der Köpfe nach Süden entfernt. Folglich war der Ort des Merkur (in Länge) wieder nach Hei 26



a) Die von Petau und Ideler gegebene Verbesserung *Μεχὶρ τριακοστῇ εἰς τὴν α′ Φαμενώθ* erscheint Böckh (a. a. O. S. 296) gewaltsam, aber absolut gewiß. Ich halte die von Halma (Chron. de Ptol. p. 39) vorgeschlagene Umstellung *λ′ εἰς τὴν α′ Φαμενώθ* für ausreichend. b) Für $485^a\,179^d\,7^h$ ergibt die Nachprüfung ♈ 29° 33′ 3″.

unseren Anfangspunkten ♊ 29°20′. Es fällt dieser Zeitpunkt in das 491te Jahr seit Nabonassar auf den 5/6. ägyptischen Pharmuthi (28. Mai 257 v. Chr.) abends, zu welcher Stunde der mittlere Ort der Sonne ♊ 2°50′ war.[a] Folglich betrug diese Elongation 26°30′.

Es betrug demnach, als der mittlere Ort ♈ 29°30′ war, die größte Elongation 24°10′, aber 26°30′, als der mittlere Ort ♊ 2°50′ war. Da nun die Elongation als Morgenstern, zu welcher wir die entsprechende gleichgroße als Abendstern suchten, 25°50′ betrug, so fanden wir den mittleren Ort, von welchem die Elongation als Abendstern wieder 25°50′ betragen wird, aus der Differenz der beiden zur Berechnung herangezogenen Beobachtungen. Es beträgt die
Ha 170 Differenz zwischen den nach diesen beiden Beobachtungen gegebenen mittleren Örtern (von ♈ 29°30′ bis ♊ 2°50′) 33°20′, die der (beiden) größten Elongationen (als Abendstern 26°30′ — 24°10′ =) 2°20′. Somit entfallen auf 1°40′, was die Differenz von 25°50′ und 24°10′ (d. i. zwischen der Elongation als Morgenstern und der nicht genügenden Elongation als Abendstern) ist, ungefähr 24°.[b] Addieren wir nun letzteren Betrag zu ♈ 29°30′, so werden wir als mittleren Ort, von dem die größte Elongation als Abendstern ebenfalls wieder 25°50′ wie die als Morgenstern betragen wird, ♉ 23°30′ erhalten. Folglich liegt der in die
Hei 267 Mitte zwischen ♒ 18°10′ (S. 132, 23) und ♉ 23°30′ fallende
26 Punkt (des gesuchten Apogeums) in ♈ 5°50′.

Wieder im 24ten Jahre der Zeitrechnung des Dionysius stand am Abend des 28. Leonton der Merkur nach den Berechnungen Hipparchs ein wenig mehr als 3° westlich von der Spika, so daß damals nach unseren Anfangspunkten sein Ort (in Länge 4° + 3° 10′ zurück) ♍ 19°30′ war. Der Zeitpunkt fällt in das 486te Jahr seit Nabonassar auf den 30. ägyptischen Payni (23. August 262 v. Chr.) abends, zu

a) Für $490^a 214^d 8^h$ ergibt die Nachprüfung ♊ 2°52′25″.

b) Die Differenzen der Elongationsstrecken werden sich verhalten wie die Differenzen der mittleren Sonnenörter, d. i. 2°20′ : 1°40′ = 33°20′ : 24°.

welcher Stunde[a] der mittlere Ort der Sonne ♌ 27°50′ war. Folglich betrug die größte Elongation von dem mittleren Ort als Abendstern 21°40′, wozu wir wieder die genau entsprechende gleichgroße als Morgenstern mit Hilfe von zwei zu Gebote stehenden Beobachtungen berechnet haben.

Im 75ten Jahre der chaldäischen Zeitrechnung stand am Morgen des 14. Dios der Merkur „eine halbe Elle“[2] oberhalb der südlichen Wage (α Zuben-el-dschenubi), so daß für die damalige Zeit nach unseren Anfangspunkten (3°50′ zurück) sein Ort ♎ 14°10′ war. Der Zeitpunkt fällt in das 512te Jahr seit Nabonassar auf den 9/10. ägyptischen Thoth (30. Oktober 236 v. Chr.) frühmorgens, zu welcher Stunde[b] der mittlere Ort der Sonne ♏ 5°10′ war. Folglich betrug die größte Elongation als Morgenstern 21°.

Im 67ten Jahre der chaldäischen Zeitrechnung stand am Morgen des 5. Apellaios der Merkur „eine halbe Elle“ oberhalb des nördlichen Sterns (β) in der Stirn des Skorpions, so daß für die damalige Zeit nach unserer Zählung (4° zurück) sein Ort ♏ 2°20′ war. Es fällt dieser Zeitpunkt in das 504te Jahr seit Nabonassar auf den 27/28. Thoth (19. November 244 v. Chr.) frühmorgens, zu welcher Stunde[c] der mittlere Ort der Sonne ♏ 24°50′ war. Folglich betrug diese (größte) Elongation 22°30′. {Ha 171 / Hei 268} 16

Bei diesen beiden Beobachtungen beträgt nun wieder die Differenz der mittleren Örter (von ♏ 5°10′ bis ♏ 24°50′) 19°40′, die der größten Elongationen (22°30′ − 21° =) 1°30′. Somit entfallen auf 40′, was die Differenz zwischen der zur Untersuchung herangezogenen Elongation von 21°40′ und der kleineren (der beiden letztbesprochenen) im Betrage von 21° ist, ungefähr 9°.[d] Addieren wir diese 9° zu ♏ 5°10′, so werden wir als mittleren Ort, bei welchem die größte Elongation als Morgenstern den 21°40′ der größten als Abendstern genau gleichkommt, ♏ 14°10′ erhalten. Es

a) Für $485^a 299^d 8^h$ ergibt die Nachprüfung ☌ 27°52′5″.
b) Für $511^a 8^d 18^h$ ergibt die Nachprüfung ♏ 5°8′16″.
c) Für $503^a 26^d 18^h$ ergibt die Nachprüfung ♏ 24°49′28″.
d) Nach dem Verhältnis der Differenzen 1°30′ : 40′ = 19°40′ : 9°.

liegt also wieder der in der Mitte zwischen ♌ 27°50′ (S. 135,1)
Hei 269 und ♏ 14°10′ fallende Punkt (des gesuchten Apogeums) gerade in ♎ 6°.

Aus diesen Beobachtungen und aus der genauen Anpassung des Verlaufs der Erscheinungen bei den übrigen Planeten fanden wir schließlich das übereinstimmende Ergebnis, daß erstens die durch die Apogeen und die Perigeen gehenden Durchmesser bei den fünf Wandelsternen einen Fortschritt um den Mittelpunkt der Ekliptik in der Richtung der Zeichen bewerkstelligen, und daß zweitens zeitlich dieser Fortschritt gleichgroß ist wie der der Fixsternsphäre. Denn wie letztere
Ha 172 nach den von uns geführten Beweisen in 100 Jahren ungefähr einen Grad weiterschreitet, so läßt sich auch hier seit der durch die alten Beobachtungen gewährleisteten Zeit, zu welcher das Apogeum des Merkur in den sechsten Graden (von Widder und Scheren) lag, bis zu der Zeit der unserseits angestellten Beobachtungen, zu welcher seine Weiterbewegung, weil es in den zehnten Graden (derselben Zeichen) liegt, ungefähr 4 Grade beträgt, eine Zwischenzeit von ungefähr 400 Jahren feststellen.

Achtes Kapitel.

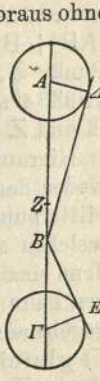
Nachweis, daß der Merkur während eines Kreislaufs zweimal in die größte Erdnähe gelangt.

Im weiteren Anschluß an diese Ergebnisse suchten wir die Beträge der größten Elongationen festzustellen, welche eintreten, wenn der mittlere Ort der Sonne im Apogeum selbst liegt, und dann wieder, wenn er sich an der diame-
Hei 270 tral gegenübergelegenen Stelle befindet. Hierzu geeignetes
26 Material fanden wir unter den alten Beobachtungen nicht vor; es wurde lediglich aus den von uns selbst am Astrolab angestellten Beobachtungen gewonnen. Für diesen Zweck dürfte sich nämlich ganz besonders der praktische Wert der mit diesem Instrument möglichen Anvisierung zu erkennen geben. Auch wenn keine von den Fixsternen, deren Posi-

tionen nach vorausgegangener Bestimmung bekannt sind, in der unmittelbaren Nähe der zu beobachtenden Planeten sichtbar sind, was, wenn es sich um den Merkur handelt, meistens der Fall ist, weil der größte Teil der Fixsterne nur selten in dem gleichen Abstande von der Sonne wie der Merkur sichtbar sein kann, so ist doch durch die Anvisierung auch weitabstehender Sterne die Möglichkeit geboten, die Positionen der in Frage kommenden Planeten in Länge und Breite genau zu bestimmen.

Im 19ten Jahre Hadrians stand am Morgen des 14/15. ägyptischen Athyr (3. Oktober 134 n. Chr.) der Merkur in seiner größten Elongation bei Anvisierung mit Bezug auf den Stern (Regulus) im Herzen des Löwen in dem scheinbaren Ort $\mathfrak{m}\, 20^0 12'$, während der mittlere Ort der Sonne $\simeq 9^0 15'$ war[a], so daß die größte Elongation $19^0 3'$ betrug. Ha 173

In demselben Jahre, am Abend des 19. Pachon (5. April 135 n. Chr.), als er wieder in der größten Elongation stand und mit Bezug auf den glänzenden Stern (Aldebaran) der Hyaden anvisiert wurde, ergab sich als sein scheinbarer Ort $\mathfrak{V}\, 4^0 20'$, während der mittlere Ort der Sonne $\Upsilon\, 11^0 5'$ war[b], so daß hier die größte Elongation $23^0 15'$ betrug, woraus ohne weiteres klar hervorging, daß das Apogeum des Exzenters in den Scheren lag, nicht im Widder.[c] Hei 271



Diese Punkte sollen gegeben sein. Der durch das Apogeum gehende Durchmesser sei ΑΒΓ; als Mittelpunkt der Ekliptik, wo sich das Auge befindet, sei Β angenommen, Α als der Punkt unter $\simeq 10^0$, Γ als der Punkt unter $\Upsilon\, 10^0$. Um Α und Γ beschreibe man gleichgroße Epizyklen; auf dem einen soll Δ (d. i. der Punkt der größten Elongation als Morgenstern) liegen, auf dem anderen Ε (d. i. der Punkt der größten Elongation als Abend-

a) Für $881^a 73^d 18^h$ ergibt die Nachprüfung $\simeq 9^0 14' 54''$.
b) Für $881^a 258^d 6\frac{1}{2}{}^h$ ergibt die Nachprüfung $\Upsilon\, 11^0 7' 5''$.
c) Das Apogeum liegt dort, wo die größte Elongation unter dem kleineren Winkel erscheint.

stern). Alsdann ziehe man von B aus an diese Epizykeln die Tangenten BΔ und BE und fälle von den Mittelpunkten aus auf die Berührungspunkte die Lote AΔ und ΓE.

Da also in den Scheren die größte Elongation vom mittleren Ort als Morgenstern mit $19^0 3'$ beobachtet wurde, so ist (als Zentriwinkel am Mittelpunkt der Ekliptik)

$$\angle ABΔ = 19^0 3' \text{ wie } 4R = 360^0,$$
$$= 38^0 6' \text{ wie } 2R = 360^0,$$

Ha 174 mithin $b\,AΔ = 38^0 6'$ wie $\circlearrowleft AΔB = 360^0$,

Hei 272 also $s\,AΔ = 39^p 9'$ wie $h\,AB = 120^p$.

Da ferner im Widder die größte Elongation vom mittleren Ort als Abendstern mit $23^0 15'$ beobachtet wurde, so ist

$$\angle ΓBE = 23^0 15' \text{ wie } 4R = 360^0,$$
$$= 46^0 30' \text{ wie } 2R = 360^0,$$

mithin $b\,ΓE = 46^0 30'$ wie $\circlearrowleft ΓEB = 360^0$,

also $s\,ΓE = 47^p 22'$ wie $h\,BΓ = 120^p$.

Weil nun AΔ und ΓE als Halbmesser des Epizykels einander gleich sind, so ist auch $ΓE = 39^p 9'$ wie $AB = 120^p$, und in demselben Maße (nach dem Verhältnis $39^p 9' : 47^p 22' = x : 120^p$) $BΓ = 99^p 9'$, mithin die Strecke AΓ als Summe $(AB + BΓ =)\ 219^p 9'$. Halbiert man nun diese Strecke in Punkt Z, so wird in demselben Maße AZ (= ZΓ) gleich $109^p 34'$ sein, und die Verbindungslinie zwischen den Punkten B und Z (als AB − AZ) gleich $10^p 25'$.

Hieraus wird zunächst zweierlei klar: Punkt Z ist entweder das Zentrum des Exzenters, auf welchem jederzeit der Mittelpunkt des Epizykels liegt, oder es ist der Punkt, um welchen sich das Zentrum des besagten Exzenters bewegt[a]; denn einzig und allein unter einer dieser beiden Voraussetzungen kann der Mittelpunkt des Epizykels in jeder der beiden gegebenen diametral gegenübergelegenen Stellungen (A und Γ) gleichweit, wie (mit AZ = ZΓ) bewiesen wurde, von Punkt Z entfernt sein.

a) In der Epizykelstellung A würde das bewegliche Zentrum ebensoweit oberhalb Z liegen, wie es bei der Epizykelstellung Γ unterhalb Z zu liegen kommen würde.

Allein wenn Z direkt das Zentrum des Exzenters wäre, auf welchem jederzeit der Mittelpunkt des Epizykels liegt, so wäre erstens dieser Exzenter ein festbleibender, und zweitens würde von allen Stellungen (des Epizykels auf einem festbleibenden Exzenter) die im Widder (d. i. in Γ) die erdnächste sein, weil von allen Linien, welche sich von B (dem Auge) aus nach dem um Z beschriebenen Kreis ziehen lassen, die Gerade BΓ (nach Eukl. III. 7) die kürzeste ist. Nun wird aber die Stellung im Widder nicht ausschließlich als die erdnächste gefunden, sondern noch näher als diese und einander nahezu gleich sind die Erdnähen in den Zwillingen und im Wassermann. Hieraus geht klar hervor, daß sich das Zentrum des besagten (den Epizykel tragenden) Exzenters um den Punkt Z in einer der Herumleitung des Epizykels entgegengesetzten Richtung, d. i. gegen die Richtung der Zeichen, während eines (Epizykel-)Umlaufs gleichfalls einmal herumbewegt. Auf diese Weise wird nämlich während dieses Umlaufs der Mittelpunkt des Epizykels zweimal in die größte Erdnähe gelangen. Ha 175 Hei 273 6

Daß aber in den Zwillingen und im Wassermann der Epizykel in größere Erdnähe gelangt als bei der Stellung im Widder, geht ohne weiteres aus den oben mitgeteilten Beobachtungen klar hervor. Bei der Beobachtung im 16ten Jahre Hadrians am 16. Phamenoth (2. Februar 132 n. Chr.) betrug nämlich die größte Elongation vom mittleren Ort als Abendstern (S. 131,4) 21°15′, bei der im 4ten Jahre Antonins am 18. Phamenoth (2. Februar 141 n. Chr.) die größte Elongation vom mittleren Ort als Morgenstern (S. 132,2) 26°30′, während bei beiden Beobachtungen der mittlere Ort der Sonne ≏ 10° war.

Ferner betrug bei der Beobachtung im 18ten Jahre Hadrians am 19. Epiphi (4. Juni 134 n. Chr.) die größte Elongation vom mittleren Ort als Morgenstern (S. 131,12) 21°15′, bei der im ersten Jahre Antonins am 20. Epiphi (4. Juni 138 n. Chr.) die größte Elongation vom mittleren Ort als Abendstern (S. 131,27) 26°30′, während bei diesen beiden Beobachtungen der mittlere Ort der Sonne Π 10° war. Hei 274 Ha 176

Folglich beträgt sowohl im Wassermann wie in den Zwillingen die Summe der nach entgegengesetzter Richtung eingetretenen größten Elongationen ($21^0 15' + 26^0 30' =$) $47^0 45'$, während die Summe der beiden Elongationen im Widder nur ($2 \times 23^0 15' =$) $46^0 30'$ ausmacht; denn die Elongation (im Widder) als Abendstern, welche (nach dem S. 127,30 geführten Beweis) gleich ist der Elongation als Morgenstern, ist (S. 137,21) mit nur $23^0 15'$ beobachtet worden.

Neuntes Kapitel.

Das Verhältnis der Exzentrizität und die zahlenmäßige Größe des Epizykels des Merkur.[a]

Nachdem diese einleitenden Erörterungen erledigt sind, bleibt noch der Nachweis zu führen, erstens, um welchen Punkt der Strecke AB die jährliche Wiederkehr des Epizykels in gleichförmiger Bewegung in der Richtung der Zeichen vor sich geht, und zweitens, welchen Abstand von Punkt Z das Zentrum des (beweglichen) Exzenters hat, welcher die (mit dem Epizykelumlauf) gleichzeitige Wiederkehr gegen die Richtung der Zeichen bewerkstelligt.

Zur Feststellung dieser beiden Punkte haben wir wieder zwei Beobachtungen von größten Elongationen als Morgenstern und als Abendstern zur Benutzung mit herangezogen; allein bei beiden war der mittlere Ort vom Apogeum beider-
Hei 275 seits gleichweit 90^0 entfernt, was die Stelle ist, in welcher das Maximum der Differenz der auf die Ekliptik bezogenen Anomalie eintritt (I 155,11).

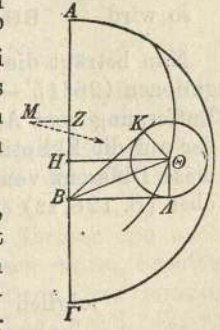
Im 14^{ten} Jahre Hadrians hatte der Merkur am Abend des 18. ägyptischen Mesore (4. Juli 130 n. Chr.), wie wir in den von Theon entnommenen Beobachtungen gefunden haben, nach Theons Angabe seine größte Elongation von der Sonne, während er hinter dem Stern (Regulus) im Her-

a) Die Kapitelüberschrift des Originals: *Περὶ τοῦ λόγου καὶ τῆς πηλικότητος τῶν τοῦ τοῦ Ἑρμοῦ ἀνωμαλιῶν* steht weder im Einklang mit dem Inhalt dieses Kapitels noch mit den entsprechenden Kapitelüberschriften bei den anderen Planeten.

zen des Löwen $3^0 50'$ östlich zurückblieb. Folglich stand er nach unseren Anfangspunkten ohne wesentlichen Fehler in (Ω $2^0 30' + 3^0 50' =$) Ω $6^0 20'$, während der mittlere Ort der Sonne damals[a] $\Leftrightarrow$ $10^0 5'$ (d. i. 90^0 von Υ 10^0 entfernt) war, so daß die größte Elongation als Abendstern $26^0 15'$ betrug. Ha 177 6

Im 2ten Jahre Antonins fanden wir in der Morgendämmerung zum 24. ägyptischen Mesore (8. Juli 139 n. Chr.), als wir am Astrolab die größte Elongation des Merkur beobachteten und ihn mit Bezug auf den glänzenden Stern (Aldebaran) der Hyaden anvisierten, als (scheinbaren) Ort Π $20^0 5'$, während der mittlere Ort der Sonne wieder $\Leftrightarrow$ $10^0 20'$ war[b], so daß die größte Elongation als Morgenstern $20^0 15'$ betrug.

Diese Punkte sollen gegeben sein. Es sei AZBΓ wieder der durch $\simeq$ 10^0 und Υ 10^0 gehende Durchmesser (des festbleibenden Exzenters). Angenommen sei, wie an der vorigen Figur, A als der Punkt, in welchem sich der Mittelpunkt des Epizykels befindet, wenn er unter $\simeq$ 10^0 steht, und Γ als der Punkt, in welchem er sich befindet, wenn er unter Υ 10^0 steht. Der Mittelpunkt der Ekliptik sei B und Z der Punkt, um welchen das Zentrum des (beweglichen) Exzenters seinen Fortschritt gegen die Richtung der Zeichen bewerkstelligt.[c]



Hei 276

I. Zunächst sei die Aufgabe gestellt, den Abstand zu finden, welchen von Punkt B das Zentrum (H) (des festbleibenden Exzenters) hat, um welches wir die gleichförmige Bewegung des Epizykels in der Richtung der Zeichen vor sich gehen lassen.

a) Für $876^a 347^d 8^h$ ergibt die Nachprüfung $\Leftrightarrow$ $10^0 7' 2''$.
b) Für $885^a 352^d 16^h$ ergibt die Nachprüfung $\Leftrightarrow$ $13^0 11' 9''$.
c) Zum Verständnis der Lage des Epizykels auf der Peripherie AΘ des beweglichen Exzenters ist das derzeitige Zentrum M dieses Exzenters angedeutet. Vgl. die nächste Figur.

A. Es sei also dieses Zentrum der Punkt H. Man ziehe durch H unter rechtem Winkel zu AΓ eine Leitlinie, damit sie (in ihrem Endpunkt) vom Apogeum (♎ 10° bis ♋ 10°) einen Abstand von 90° habe, und nehme auf ihr den nach den vorgelegten Beobachtungen (der Lage nach) gegebenen Epizykelmittelpunkt in Θ an, weil nach ihnen auch der Ha 178 mittlere Ort der Sonne in ♋ 10° von dem Apogeum (♎ 10°) 90° entfernt ist. Nachdem man um Θ den Epizykel KΛ beschrieben, ziehe man an ihn von B aus die Tangenten BK und BΛ und hierauf noch die Verbindungslinien ΘΛ und ΘK.

Da bei dem gegebenen mittleren Ort die größte Elongation von demselben als Morgenstern mit 20°15′, und die größte als Abendstern mit 26°15′ vorliegt, so ist

Hei 277
$$\begin{aligned} &\angle KB\Lambda = 46°30' && \text{wie } 4R = 360°,\\ \text{mithin}\quad &\angle KB\Theta = 46°30' && \text{wie } 2R = 360°, \text{ weil halbsogroß}^{a});\\ \text{folglich}\quad &b\,\Theta K = 46°30' && \text{wie } \odot BK\Theta = 360°,\\ \text{also}\quad &s\,\Theta K = 47^{p}22' && \text{wie } h\,B\Theta = 120^{p}. \end{aligned}$$

Setzt man $ephm\,\Theta K = 39^{p}\ 9'$ wie $BZ = 10^{p}25'$, (s. S. 138, 18. 24)
so wird $B\Theta = 99^{p}\ 9'$.

Nun beträgt die Differenz der vorgelegten größten Elongationen (26°15′ — 20°15′ =) 6°, d i. (in der vorliegenden Entfernung vom Apogeum) das Doppelte von der Differenz der auf die Ekliptik bezogenen Anomalie.[7] Gemessen wird diese Differenz von dem ∠ BΘH, wofür der Beweis von uns oben (S. 128, 22) erbracht worden ist. Demnach ist

$$\begin{aligned} &\angle B\Theta H = 3° && \text{wie } 4R = 360°,\\ &= 6° && \text{wie } 2R = 360°,\\ \text{folglich}\quad &b\,BH = 6° && \text{wie } \odot BH\Theta = 360°,\\ \text{Ha 179}\quad \text{also}\quad &s\,BH = 6^{p}17' && \text{wie } h\,B\Theta = 120^{p}. \end{aligned}$$

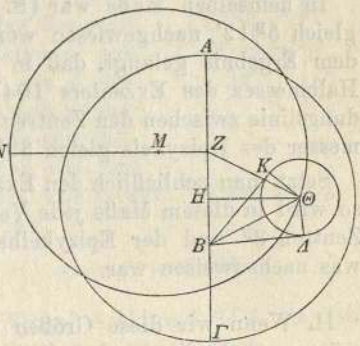
Setzt man $B\Theta = 99^{p}\ 9'$ wie $BZ = 10^{p}25'$,
so wird $BH = 5^{p}12'$ in diesem Maße.

---

a) Die beiden in Punkt B gebildeten Winkel sind einander gleich, also Hälften des ganzen ∠ KBΛ, weil sie in kongruenten rechtwinkligen Dreiecken liegen.

Folglich ist BH ohne wesentlichen Fehler halbsogroß wie BZ, mithin jede der beiden Strecken BH und HZ gleich Hei 278
$5^{p}12'$ in dem Maße, in welchem der Halbmesser des Epizykels $39^{p}9'$ beträgt.

B. Weiter ziehe man an derselben Figur durch Z nach der der Geraden HΘ entgegengesetzten Richtung rechtwinklig zu AΓ die Gerade ZMN, auf welcher zu dem damaligen Zeitpunkt selbstverständlich das Zentrum (M) des Exzenters liegen muß, auf dem sich der Epizykelmittelpunkt Θ befindet, weil die entgegengesetzt verlaufende Bewegung der Leitlinien HΘ und ZN gleichzeitig zu dem gemeinsamen Ausgangspunkt (A) zurückkehrt. Man trage der Strecke ZΓ[a] gleich die Strecke ZN ab, so daß ZN ebensogut wie ZΓ gleich sei der Summe des Halbmessers (HΓ) des Exzenters und der Verbindungslinie (HZ) zwischen den (wechselnden) Zentren des (beweglichen) Exzenters und Punkt Z. Nun setze man auf ZN das Zentrum des (beweglichen) Exzenters fest — dasselbe sei der Punkt Hei 279
M — und ziehe die Verbindungslinie ZΘ. 26



Da ∠MZH (nach Konstruktion) ein Rechter und auch ∠ΘZH ohne wesentlichen Fehler[b] gleich einem Rechten anzunehmen ist, so daß die Strecke NZΘ von einer Geraden ganz unwesentlich abweicht, da ferner (S. 138, 23 u. S. 142, 19) nachgewiesen ist, daß

a) Der griechische Text bietet ZA hier und nochmals weiter unten, was unmöglich richtig ist, weil ZA nicht die Summe (HΓ + HZ), sondern die Differenz (HA − HZ) der in Betracht kommenden Strecken ist.

b) Wegen der verhältnismäßigen Kleinheit der Kathete HZ des rechtwinkligen △ ZHΘ.

$$\left.\begin{array}{l} ZN = Z\Gamma = 109^p 34' \\ Z\Theta = B\Theta = \ 99^p \ 9' \end{array}\right\} \text{wie } \textit{ephm } (\Theta K) = 39^p 9',$$

so ist $N Z \Theta = 208^p 43'$ als Summe,

mithin $\frac{1}{2} N\Theta = 104^p 22'$.

Die Hälfte von $N\Theta$ ist aber der Exzenterhalbmesser MN ($= MZ\Theta$), so daß für die Strecke ZM ($= MZ\Theta - Z\Theta$) zwischen den Zentren als Rest ($104^p 22' - 99^p 9' =$) $5^p 12'$ verbleibt.

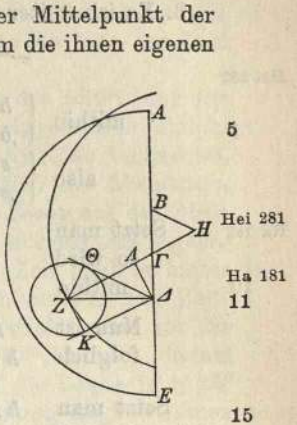
In demselben Maße war (S. 143, 2) auch BH und HZ
Ha 180 gleich $5^p 12'$ nachgewiesen worden. Folglich sind wir zu
11 dem Ergebnis gelangt, daß in dem Maße, in welchem der Halbmesser des Exzenters $104^p 22'$ beträgt, jede Verbindungslinie zwischen den Zentren gleich $5^p 12'$ und der Halbmesser des Epizykels gleich $39^p 9'$ ist.

Setzt man schließlich den Exzenterhalbmesser gleich 60^p, so wird in diesem Maße jede Verbindungslinie zwischen den Zentren 3^p und der Epizykelhalbmesser $22^p 30'$ betragen, was nachzuweisen war.

II. Wenn wir diese Größen als gegeben annehmen, so müssen auch die in den (beiden) größten Erdnähen eintretenden größten Elongationen mit den durch die Beobachtung (S. 140, 3) festgestellten Beträgen übereinstimmen, d. h. wenn der mittlere Ort in $\simeq 10^0$ oder $\Pi\ 10^0$ liegt und
Hei 280 somit die Entfernung von dem Apogeum die Seite des (um-
25 schriebenen) Dreiecks (d. i. 120") beträgt, muß der Winkel am Auge, welcher den Epizykel unterspannt, ohne wesentlichen Fehler $47^0 45'$ betragen. Daß diese Übereinstimmung vorhanden ist, dürften wir auf folgendem Wege in Erfahrung bringen.

Es sei $AB\Gamma\Delta E$ der durch das Apogeum gehende Durchmesser, auf welchem A als der am Apogeum liegende Punkt angenommen sei, B als der Punkt, um welchen das Zentrum des (beweglichen) Exzenters den Fortschritt gegen die Richtung der Zeichen vollzieht, Γ als der Punkt, um welchen der
35 Mittelpunkt des Epizykels den Fortschritt in der Richtung

der Zeichen vollzieht, endlich Δ als der Mittelpunkt der Ekliptik. Es sollen beide Bewegungen um die ihnen eigenen Zentren gleichförmig und gleichzeitig von dem Apogeum aus nach entgegengesetzter Richtung die Seite des (umschriebenen) Dreiecks (d. h. einen Zentriwinkel von 120^0) zurückgelegt haben; ΓZ sei die Leitlinie des Epizykels, BH die Leitlinie des Zentrums des (beweglichen) Exzenters, H sei das Zentrum des letzteren, Z der Mittelpunkt des Epizykels. Nachdem man um Z den Epizykel beschrieben, ziehe man an den letzteren die Tangenten ΔΘ und ΔK, hierauf die Verbindungslinien ΓH und ΔZ, ZΘ und ZK, und fälle von Δ auf ΓZ das Lot ΔΛ. Es soll bewiesen werden, daß



Hei 281

Ha 181

$$\angle \Theta\Delta K = 47^0\,45' \text{ wie } 4R = 360^0.$$

1. Da jeder der beiden Winkel ABH und AΓΛ die Seite des (umschriebenen) Dreiecks unterspannt, so ist

$$\left.\begin{array}{l}\angle ABH = \angle A\Gamma\Lambda = 120^0\\ \angle \Gamma BH = \angle \Delta\Gamma\Lambda = \ 60^0\end{array}\right\} \text{ wie } 2R = 180^0,$$

mithin $\angle BH\Gamma + \angle B\Gamma H = 120^0$ als Ergänzung zu 180^0.[a]

Nun ist $\angle BH\Gamma = \angle B\Gamma H$, weil $B\Gamma = BH$ nach Annahme,
demnach $\angle BH\Gamma = \angle B\Gamma H = 60^0$ wie $2R = 180^0$,
folglich $\triangle B\Gamma H$ gleichwinklig und gleichseitig.

2. Da ferner (weil auch $= 60^0$) $\angle \Delta\Gamma\Lambda = \angle B\Gamma H$, so liegen die Punkte H, Γ und Z auf einer Geraden (HZ).

Nun ist *exhm* $HZ = 60^p$ wie *vbl* ΓH u. $\Gamma\Delta = 3^p$, (S. 144, 15)
mithin $\Gamma Z = HZ - \Gamma H = 57^p$ in demselben Maße.

a) D. i. zur Erfüllung der Gradsumme der drei Winkel des Dreiecks BΓH.

3. Es ist weiter (s. S. 145, 22)

$\angle \Delta\Gamma\Lambda = 60^\circ$ wie $4R = 360^\circ$,

Hei 282 $= 120^\circ$ wie $2R = 360^\circ$;

mithin $\left\{ \begin{array}{l} b\,\Delta\Lambda = 120^\circ \\ ,b\,\Gamma\Lambda = 60^\circ \end{array} \right\}$ wie $\ominus\, \Gamma\Lambda\Delta = 360^\circ$,

also $\left\{ \begin{array}{l} s\,\Delta\Lambda = 103^{\mathrm{p}}\,55' \\ ,s\,\Gamma\Lambda = 60^{\mathrm{p}} \end{array} \right\}$ wie $h\,\Gamma\Delta = 120^{\mathrm{p}}$.

Ha 182 Setzt man $\Gamma\Delta = 3^{\mathrm{p}}$ wie $\Gamma Z = 57^{\mathrm{p}}$,

so wird $\Delta\Lambda = 2^{\mathrm{p}}\,36'$ und $\Gamma\Lambda = 1^{\mathrm{p}}\,30'$;

mithin $\Lambda Z = \Gamma Z - \Gamma\Lambda = 55^{\mathrm{p}}\,30'$ in demselben Maße.

Nun ist $\Lambda Z^2 + \Delta\Lambda^2 = \Delta Z^2$,

folglich $h\,\Delta Z = 55^{\mathrm{p}}\,34'$ wie *ephm* $Z\Theta$ u. $ZK = 22^{\mathrm{p}}\,30'$. (S. 144, 17)

Setzt man $h\,\Delta Z = 120^{\mathrm{p}}$,

so wird $sZ\Theta$ u. $sZK = 48^{\mathrm{p}}\,35'$ in diesem Maße,

mithin[a] $\left\{ \begin{array}{l} \angle Z\Delta\Theta \\ \angle Z\Delta K \end{array} \right\} = 47^\circ 46'$ wie $2R = 360^\circ$,

folglich $\angle \Theta\Delta K = 47^\circ 46'$ wie $4R = 360^\circ$ als Summe,

was zu beweisen war.

Zehntes Kapitel.

Korrektion der periodischen Bewegungen des Merkur.

Hei 283 Im Anschluß an diese Beweisführungen handelt es sich weiter darum, die periodischen Bewegungen des Merkur und seine Epochen (Kap. 11) festzustellen. Was die Bewegungen in Länge anbelangt, d. s. diejenigen, welche den Epizykel gleichförmig um das Zentrum Γ herumtragen, so sind dieselben ohne weiteres als mit denen der Sonne identisch gegeben. Dahingegen haben wir die Bewegungen in Anomalie, d. s. diejenigen, welche den Planeten auf dem Epizykel um den Mittelpunkt desselben herumtragen, aus zwei durchaus

a) Mit Überspringung der den Sehnentafeln zu entnehmenden Bogen, von denen die Winkel als Peripheriewinkel der um die rechtwinkligen Dreiecke gezogenen Kreise überspannt werden.

sicheren Beobachtungen gewonnen. Die eine ist den zu unserer Ha 183
Zeit aufgezeichneten entnommen, die andere aus der Zahl der alten ausgewählt.

I. Im 2ten Jahre Antonins, welches in das 886te Jahr seit Nabonassar fiel, haben wir am 2/3. ägyptischen Epiphi (17. Mai 139 n. Chr) den Merkur am Astrolab beobachtet, als er noch nicht zur größten Elongation als Abendstern gelangt war. Bei der Anvisierung mit Bezug auf den Stern (Regulus) im Herzen des Löwen ergab sich als sein eigener scheinbarer Ort ♊ 17° 30′; zu gleicher Zeit blieb er hinter dem Zentrum des Mondes 1° 10′ östlich zurück. Der Zeitpunkt fällt für Alexandria $4^1/_2$ Äquinoktialstunden vor der Mitternacht auf den dritten (d. i. $7^h 30^m$ abends), da am Astrolab ♍ 0° 5′ kulminierte, während die Sonne in ♉ 23° stand. Für diese Stunde[a] war nach den von uns bewiesenen Hei 284
Unterlagen (d. i. nach den Sonnen- und Mondtafeln)
der mittlere Ort der Sonne ♉ 22° 34′
der mittlere Ort des Mondes ♊ 12° 14′
die Entfernung in Anomalie von dem Apogeum des Epizykels 281° 20′
somit der genaue Ort des Mondzentrums[a] ♊ 17° 10′
der scheinbare Ort[b] „ „ ♊ 16° 20′.

Folglich war der Ort des Merkur auch hiernach, weil er 1° 10′ hinter dem Mondzentrum östlich zurückblieb, ♊ 17° 30′.

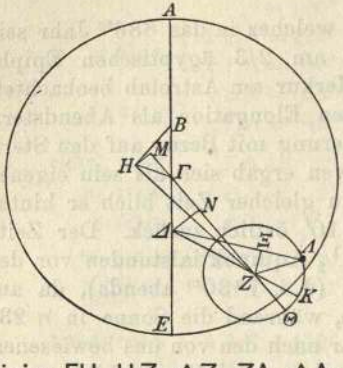
Dieses Ergebnis sei zugrunde gelegt. Der durch das Apogeum und das Perigeum gehende Durchmesser sei ΑΒΓΔΕ; auf demselben sei Α als der am Apogeum liegende Punkt angenommen, Β als der Punkt, um welchen das Zentrum des (beweglichen) Exzenters den Fortschritt gegen die Richtung der Zeichen vollzieht, Γ als der Punkt, um welchen der Mittelpunkt des Epizykels den Fortschritt in der Rich- Ha 184
tung der Zeichen vollzieht, endlich Δ als der Mittelpunkt

a) Für $885^a 301^d 7^1/_2{}^h$ ergibt die Nachprüfung: ♉ 22° 34′ 9″, ♊ 12° 26′ 21″, 281° 32′ 48″. Die Differenz hinsichtlich der Mondörter in Länge und Anomalie entzieht sich einer Erklärung.

b) Durch die Längenparallaxe vermindert, weil der Mond westlich des Meridians stand.

der Ekliptik. Der Mittelpunkt Z des Epizykels soll unter der Leitlinie ΓZ um den Punkt Γ den (überstumpfen) $\angle A\Gamma Z$ zurückgelegt haben, das Zentrum H des (beweglichen) Exzenters unter der Leitlinie BH um den Punkt B den (überstumpfen) $\angle ABH$, der natürlich infolge der in gleichlanger Zeit vor sich gehenden Bewegungen stets dem $\angle A\Gamma Z$ gleich ist. Nachdem man um Z den Epizykel $\Theta K\Lambda$ beschrieben, sei der Planet in Punkt Λ angenommen. Nun ziehe man die Verbindungslinien ΓH, HZ, ΔZ, $Z\Lambda$, $\Delta\Lambda$ und fälle von den Punkten H und Δ aus auf die Verlängerung der Geraden $\Gamma Z\Theta$ die Lote HM und ΔN, und auf die Gerade $\Delta\Lambda$ von Z aus das Lot $Z\Xi$.

Hei 285



Es sei die Aufgabe gestellt, den Epizykelbogen zu finden, welcher sich von dem Apogeum Θ bis zu dem Planeten in Punkt Λ erstreckt.

1. Da der mittlere Ort der Sonne damals $\curlyvee 22^\circ 34'$ war und das Perigeum des Planeten nahezu in $\Upsilon 10^\circ$ liegt, so daß sein mittlerer Ort in Länge von dem Perigeum selbst $42^\circ 34'$ entfernt war, so ist (ebenso wie der $\angle \Delta\Gamma N$)

$$\angle \Gamma BH = 42^\circ 34' \quad \text{wie } 4R = 360^\circ,$$
$$= 85^\circ\ 8' \quad \text{wie } 2R = 360^\circ.$$

Nun ist $\angle BH\Gamma = \angle B\Gamma H$, weil jederzeit $B\Gamma = BH$;

folglich $\angle BH\Gamma = 137^\circ 26'$ wie $2R = 360^\circ$,[a]

mithin $\left\{\begin{array}{l} b\,\Gamma H = 85^\circ\ 8' \\ b\,B\Gamma = 137^\circ 26' \end{array}\right\}$ wie $\triangle \Gamma BH = 360^\circ$,

Ha 185 Hei 286 also $\left\{\begin{array}{l} s\,\Gamma H = 81^p 10' \\ s\,B\Gamma = 111^p 49' \end{array}\right\}$ wie $dm = 120^p$.

a) Da $\angle \Gamma BH$ an der Spitze des gleichschenkligen Dreiecks mit $42^\circ 34'$ wie $4R = 360^\circ$ gegeben ist, so entfällt auf jeden der beiden Winkel an der Grundlinie $\frac{1}{2}(180^\circ - 42^\circ 34') = 68^\circ 43'$ oder $137^\circ 26'$ wie $2R = 360^\circ$.

Setzt man $B\Gamma = 3^p$ (wie *exhm* $HZ = 60^p$),
so wird $\Gamma H = 2^p 11'$ in demselben Maße.

2. Es ist weiter (weil dem $\angle BH\Gamma$ gleich)

$$\angle B\Gamma H = 137^\circ 26' \text{ wie } 2R = 360^\circ,$$
ferner $\angle B\Gamma M = 85^\circ\ 8'$ wie $2R = 360^\circ$,[a]
folglich $\angle H\Gamma M = 52^\circ 18'$ als Differenz,
mithin $\left\{ \begin{array}{l} b\,HM = 52^\circ 18' \\ ,b\,\Gamma M = 127^\circ 42' \end{array} \right\}$ wie $\ominus\, \Gamma MH = 360^\circ$,
also $\left\{ \begin{array}{l} s\,HM = 52^p 53' \\ ,s\,\Gamma M = 107^p 43' \end{array} \right\}$ wie $h\,\Gamma H = 120^p$.

Setzt man $h\Gamma H = 2^p 11'$ wie *exhm* $HZ = 60^p$, (s. Z. 2)
so wird $HM = 0^p 58'$ und $\Gamma M = 1^p 58'$.

(Nun ist $HZ^2 - HM^2 = MZ^2$)
mithin $MZ = 60^p$, weil unbeträchtlich $< h\,HZ$,
folglich $\Gamma Z = MZ - \Gamma M = 58^p 2'$.

3. Ferner ist (als mittlere Entfernung vom Perigeum S. 148, 25 gegeben)

$$\angle \Delta\Gamma N = 85^\circ\ 8' \text{ wie } 2R = 360^\circ,$$
mithin $\left\{ \begin{array}{l} b\,\Delta N = 85^\circ\ 8' \\ ,b\,\Gamma N = 94^\circ 52' \end{array} \right\}$ wie $\ominus\, \Gamma N\Delta = 360^\circ$,
also $\left\{ \begin{array}{l} s\,\Delta N = 81^p 10' \\ ,s\,\Gamma N = 88^p 23' \end{array} \right\}$ wie $h\,\Gamma\Delta = 120^p$.

Setzt man $\Gamma\Delta = 3^p$ wie $\Gamma Z = 58^p\ 2'$,[b]
so wird $\Delta N = 2^p\ 2'$ und $\Gamma N = 2^p 13'$,
folglich $ZN = \Gamma Z - \Gamma N = 55^p 49'$. Hei 287

(Nun ist $ZN^2 + \Delta N^2 = \Delta Z^2$)
mithin $h\,\Delta Z = 55^p 51'$ wie *ephm* $= 22^p 30'$. Ha 186

Setzt man $h\,\Delta Z = 120^p$,
so wird $s\,\Delta N = 4^p 22'$ in diesem Maße,

---

a) Weil als Scheitelwinkel gleich $\angle \Delta\Gamma N$. S. S. 148, 25.
b) Daß $\Gamma\Delta = 3^p$ wie der Halbmesser HZ des den Epizykel tragenden Exzenters $= 60^p$, in dessen Maße $\Gamma Z = 58^p 2'$, ist S. 144, 15 nachgewiesen worden.

mithin $b\,\Delta N = 4^0\,11'$ wie $\ominus\,\Delta NZ = 360^0$,
also $\angle\,\Delta ZN = 4^0\,11'$ wie $2R = 360^0$.
(Nun war $\angle\,\Delta\Gamma N = 85^0\,8'$ wie $2R = 360^0$)
folglich $\angle\,E\Delta Z = 89^0\,19'$ als Summe. (Eukl. I. 32)

4. Weil damals die scheinbare Entfernung des Planeten vom Perigeum ($\Upsilon\,10^0$ bis $\Pi\,17^0\,30'$) $67^0\,30'$ (wie $4R = 360^0$) betrug, so ist

$\angle\,E\Delta\Lambda = 135^0$ wie $2R = 360^0$.
(Nun war $\angle\,E\Delta Z = 89^0\,19'$ wie $2R = 360^0$)
folglich $\angle\,Z\Delta\Lambda = 45^0\,41'$ als Differenz,
mithin $b\,Z\Xi = 45^0\,41'$ wie $\ominus\,Z\Xi\Delta = 360^0$,
also $s\,Z\Xi = 46^p\,35'$ wie $h\,\Delta Z = 120^p$.

Setzt man $h\,\Delta Z = 55^p\,51'$ wie *ephm* $Z\Lambda = 22^p\,30'$,
so wird $s\,Z\Xi = 21^p\,41'$ in demselben Maße.

Setzt man $h\,Z\Lambda = 120^p$,
so wird $s\,Z\Xi = 115^p\,39'$ in diesem Maße,
mithin $b\,Z\Xi = 149^0\,2'$ wie $\ominus\,Z\Xi\Lambda = 360^0$,
Hei 288 also $\angle\,Z\Lambda\Xi = 149^0\,2'$ wie $2R = 360^0$.

Nun war $\angle\,Z\Delta\Lambda = 45^0\,41'$ wie $2R = 360^0$,
(mithin $\angle\,\Lambda ZK = 194^0\,43'$ als Summe.) (Eukl. I. 32)

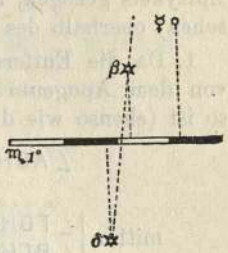
Ferner war $\angle\,\Theta ZK = 4^c\,11'$ wie $2R = 360^0$,[a]
folglich $\angle\,\Theta Z\Lambda = 198^0\,54'$ als Summe,
Ha 187 $= 99^0\,27'$ wie $4R = 360^0$.

Mithin betrug auch der Epizykelbogen $\Theta K\Lambda$, welchen der Merkur nach der Beobachtung von dem Apogeum Θ entfernt stand, $99^0\,27'$, was nachzuweisen war.

II. Im 21^ten^ Jahre der Zeitrechnung des Dionysius, welches in das 484^te^ Jahr seit Nabonassar fiel, stand am Morgen des 22. Skorpion, d. i. des 18/19. ägyptischen Thoth (15. November 264 v. Chr.), „Stilbon" von der Geraden durch den nördlichen Stern (β) in der Stirn des Skorpions und

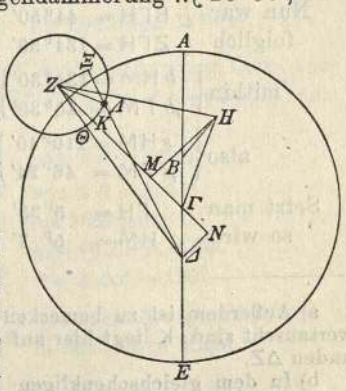
a) Weil als Scheitelwinkel gleich dem Winkel ΔZN, dessen Größe oben Z. 2 nachgewiesen wurde.

den mittelsten (δ) eine Mondbreite östlich und hatte zwei Mondbreiten Abstand nach Norden von dem nördlichen (β) in der Stirn. Nun stand der mittelste (δ) von den Sternen in der Stirn des Skorpions nach unseren Anfangspunkten damals (4^0 zurück) in $\mathfrak{m}\ 1^0 40'$, und zwar um den gleichen Betrag südlich der Ekliptik, während der nördlichste (β) in $\mathfrak{m}\ 2^0 20'$ stand, und zwar $1^0 20'$ nördlich der Ekliptik. Folglich stand der Merkur ohne wesentlichen Fehler in $\mathfrak{m}\ 3^0 20'$.[a] Daß er noch nicht zu der größten Elongation als Morgenstern gelangt war, wird aus einer Aufzeichnung ersichtlich, nach welcher er vier Tage später, am 26. Skorpion, von der nämlichen Geraden in der Richtung der Zeichen (also immer noch östlich) $1\frac{1}{2}$ Mondbreiten entfernt war: die Elongation ist größer geworden, weil die Sonne sich (in vier Tagen) ungefähr 4^0 (nach Osten) und der Planet eine halbe Mondbreite (nach Westen) weiterbewegt hat.



Hei 289

Der mittlere Ort der Sonne war nach unseren Tafeln[b] am 19. Thoth (6^h) in der Morgendämmerung $\mathfrak{m}\ 20^0 50'$, während das Apogeum des Planeten in $\simeq 6^0$ lag, weil die 400 Jahre, die rund zwischen den Beobachtungen liegen, einen Fortschritt des Apogeums im Betrage von etwa 4^0 bewirken.



Ha 188

Diese beiden Punkte sollen gegeben sein. Es sei wieder die ähnliche Figur vorgelegt wie oben. Indessen seien wegen der Unähnlichkeit der Laufstrecken die Winkel

a) Somit entfällt auf die zwei Mondbreiten, die der Merkur weiter östlich stand, rund 1^0. S. Anm. 2.

b) Für $483^a 17^d 18^h$ ergibt die Nachprüfung $\mathfrak{m}\ 20^0 48' 57''$.

(AΓZ und ABH) am Apogeum A als spitze gezeichnet, die nach dem Planeten gezogenen Verbindungslinien (ZΛ und ΔΛ) seien nach den weiter vorwärts gelegenen Teilen des Epizykels gezogen, und das Lot ZΞ komme (von Δ aus gesehen) oberhalb des Epizykelhalbmessers ZΛ zu liegen.[a]

1. Da die Entfernung des mittleren Ortes des Planeten von dem Apogeum (♌ 6° bis ♏ 20°50′) 44°50′ betrug, so ist (ebenso wie der ∠ AΓZ)

$$\angle ABH = 44°50' \quad \text{wie } 4R = 360°,$$
$$= 89°40' \quad \text{wie } 2R = 360°,$$

mithin $\begin{cases} \angle \Gamma BH = 270°20' & \text{als Supplementwinkel,} \\ \angle B\Gamma H = 44°50' & \text{wie } 2R = 360°,^{b)} \end{cases}$

Hei 290 also $\begin{cases} s\,\Gamma H = 84^p36'^{\,g)} \\ s\,B\Gamma = 45^p46' \end{cases}$ wie $dm \triangle \Gamma BH = 120^p$.

Setzt man $B\Gamma = 3^p$ (wie $exhm\, HZ = 60^p$),
so wird $\Gamma H = 5^p33'$ in demselben Maße.

2. Ferner ist durch die Annahme (Z. 8) gegeben

$$\angle A\Gamma Z = 89°40' \quad \text{wie } 2R = 360°.$$

Nun war $\angle B\Gamma H = 44°50'$ wie $2R = 360°$,
folglich $\angle Z\Gamma H = 134°30'$ als Summe;

mithin $\begin{cases} b\,HM = 134°30' \\ ,b\,\Gamma M = 45°30' \end{cases}$ wie $\ominus \Gamma MH = 360°$,

Ha 189 Hei 291 also $\begin{cases} s\,HM = 110^p40' \\ ,s\,\Gamma M = 46^p24' \end{cases}$ wie $h\,\Gamma H = 120^p$.

Setzt man $\Gamma H = 5^p33'$ wie $exhm\, HZ = 60^p$,
so wird $HM = 5^p\ 7'$ und $\Gamma M = 2^p10'$.

---

a) Außerdem ist zu bemerken, daß die Buchstaben Θ und K vertauscht sind: K liegt hier auf der Geraden ΓZ, Θ auf der Geraden ΔZ.

b) In dem gleichschenkligen △ ΓBH entfällt auf jeden der beiden Winkel an der Grundlinie die Hälfte des Außenwinkels ABH. Von den beiden gleichen Seiten BΓ = BH habe ich, abweichend vom Original, nur eine in Rechnung gezogen.

(Nun ist $HZ^2 - HM^2 = MZ^2$)
mithin $MZ = 59^p 47'$ in demselben Maße,
folglich $\Gamma Z = MZ + \Gamma M = 61^p 57'$.

3. Ferner ist (als Scheitelwinkel des $\angle A\Gamma Z$)

$\angle \Delta\Gamma N = 89°40'$ wie $2R = 360°$, (S. 152, 8)

mithin $\left\{\begin{array}{l} b\,\Delta N = 89°40' \\ {}_b\Gamma N = 90°20' \end{array}\right\}$ wie $\ominus\, \Gamma N\Delta = 360°$,

also $\left\{\begin{array}{l} s\,\Delta N = 84^p 36' \\ {}_s\Gamma N = 85^p\ 6' \end{array}\right\}$ wie $h\,\Gamma\Delta = 120^p$.

Setzt man $\Gamma\Delta = 3^p$ wie $\Gamma Z = 61^p 57'$,[a]
so wird $\Delta N = 2^p 7'$ und $\Gamma N = 2^p 8'$,
folglich $ZN = \Gamma Z + \Gamma N = 64^p 5'$.

(Nun ist $ZN^2 + \Delta N^2 = \Delta Z^2$)
mithin $h\,\Delta Z = 64^p\ 7'$ in demselben Maße.

Setzt man $h\,\Delta Z = 120^p$,
so wird $s\,\Delta N = 3^p 58'$ in diesem Maße,
mithin $b\,\Delta N = 3°48'$ wie $\ominus\, \Delta NZ = 360°$,
also $\angle\, \Delta ZN = 3°48'$ wie $2R = 360°$.
(Nun war $\angle A\Gamma Z = 89°40'$ wie $2R = 360°$)
folglich $\angle A\Delta Z = 85°52'$ als Differenz. (Eukl. I. 32)

4. Weil der Planet nach der Beobachtung von dem Apogeum ($\simeq 6°$ bis $\mathfrak{m}\, 3°20'$) $27°20'$ (wie $4R = 360°$) entfernt war, so ist

$\angle A\Delta\Lambda = 54°40'$ wie $2R = 360°$.
(Nun war $\angle A\Delta Z = 85°52'$ wie $2R = 360°$)
folglich $\angle Z\Delta\Lambda = 31°12'$ als Differenz,
mithin $b\,Z\Xi = 31°12'$ wie $\ominus\, Z\Xi\Delta = 360°$, Hei 292
also $s\,Z\Xi = 32^p 16'$ wie $h\,\Delta Z = 120^p$. Ha 190

Setzt man $\Delta Z = 64^p\ 7'$ wie *ephm* $ZA = 22^p 30'$,
so wird $Z\Xi = 17^p 15'$ in demselben Maße.

a) ΓZ ist in dem Maße des Exzenterhalbmessers nach Z. 3 gleich $61^p 57'$; daß in demselben Maße $\Gamma\Delta = 3^p$, ist S. 144, 15 nachgewiesen.

Setzt man $h\,Z\Lambda = 120^{P}$,
so wird $s\,Z\Xi = 92^{P}$ in diesem Maße,
mithin $b\,Z\Xi = 100^{0}\ 8'$ wie $\ominus\, Z\Xi\Lambda = 360^{0}$,
also $\angle\, Z\Lambda\Xi = 100^{0}\ 8'$ wie $2R = 360^{0}$.
Nun war $\angle\, Z\Delta\Lambda = 31^{0}12'$ wie $2R = 360^{0}$,
(mithin $\angle\, \Delta Z\Lambda = 68^{0}56'$ als Differenz.) (Eukl. I. 32)
Ferner war $\angle\, \Theta ZK = 3^{0}48'$ wie $2R = 360^{0}$, (S. 153, 18)
folglich $\angle\, KZ\Lambda = 65^{0}\ 8'$ als Differenz,
$= 32^{0}34'$ wie $4R = 360^{0}$.

Mithin war nach dieser Beobachtung der Planet von dem Perigeum K des Epizykels $32^{0}34'$ entfernt, von dem Apogeum natürlich $212^{0}34'$. Es war aber die Entfernung zur Zeit unserer Beobachtung gleichfalls von dem Apogeum des Epizykels mit $99^{0}27'$ nachgewiesen worden.

Hei 293 Die zwischen den beiden Beobachtungen (vom 19. Thoth
16 6^{h} früh 484 Nab. bis zum 2. Epiphi $7^{h}\ 30^{m}$ abends 886 Nab.) verflossene Zeit beträgt 402 ägyptische Jahre, (12 + 270 + 1 =) 283 Tage und $13^{1}/_{2}$ Stunden ohne wesentlichen Fehler. Dieser Zeitraum umfaßt 1268 ganze Wiederkehren der Anomalie des Planeten; denn da 20 ägyptische Jahre ohne merklichen Fehler 63 Umläufe ausmachen[10], so bringen 400 Jahre 1260 und die übrigen 2 Jahre mit Einschluß
Ha 191 der überschießenden Tage weitere 8 ganze Umläufe. Demnach haben wir das klare Ergebnis gewonnen, daß in 402 ägyptischen Jahren, 283 Tagen und $13^{1}/_{2}$ Stunden der Merkur nach ganzen Wiederkehren der Anomalie $246^{0}53'$ darüber zurückgelegt hat: um so viel Grade war ja der zu unserer Zeit festgestellte Ort ($99^{0}27'$) dem früheren ($212^{0}34'$) voraus.[a] Ebensoviel Grade des Überschusses ergibt die Rechnung[b] nach den von uns oben (S. 116—18) vorgelegten Tafeln, weil wir direkt unter Benutzung des vorliegend behandelten Materials die Korrektion der periodischen Bewe-

a) Zu einer ganzen Wiederkehr fehlten dem früheren Orte $360^{0} - 212^{0}34' = 147^{0}26'$, wozu noch $99^{0}27'$ der späteren Beobachtung hinzukommen.

b) Die Nachprüfung ergibt für obige Zeit $246^{0}53'36''$.

gungen des Merkur vorgenommen haben, indem wir die obengenannte Zeit in Tage verwandelten und die (1268) Kreise der Anomalie unter Hinzufügung des Überschusses in Grade. Dividiert man nämlich mit der Anzahl der Tage in die Zahl der Grade, so ergibt sich die tägliche mittlere Bewegung in Anomalie, wie sie von uns für den Merkur oben (S. 101, 13) mitgeteilt worden ist.

Elftes Kapitel.

Epoche der periodischen Bewegungen des Merkur.

Um nun auch für die fünf Wandelsterne, wie dies für die Sonne und den Mond geschehen ist, die Epochen an den Mittag des 1. ägyptischen Thoth des ersten Jahres der Re- Hei 294
gierung Nabonassars zu knüpfen, haben wir wieder die 11
Zwischenzeit festgestellt, welche zwischen diesem Datum und dem Zeitpunkt der älteren Beobachtung (am 19. Thoth 6^h früh 484 Nab.) verflossen ist. Sie beträgt 483 ägyptische Jahre, 17 Tage und 18 Stunden. Für diese Zeit ergibt die 15
Rechnung (nach den Tafeln S. 116ff.) einen Überschuß der mittleren Bewegung in Anomalie von $190^\circ 39'$.[a] Wenn wir diesen Betrag von den $212^\circ 34'$ abziehen, welche nach der Ha 192
(älteren) Beobachtung über das Apogeum zurückgelegt waren, so werden wir für den Mittag des 1. ägyptischen Thoth des 20
ersten Jahres Nabonassars als Epoche erhalten:

1. vom Apogeum des Epizykels in Anomalie $21^\circ 55'$,
2. in Länge dieselbe wie die der Sonne, d. i. $)(0^\circ 45'$,
3. für das Apogeum der Exzentrizität $\triangleq 1^\circ 10'$.

Für letzteres macht nämlich $^1/_{100}{}^\circ$ (Präzession) in den vor- 25
liegenden (483) Jahren $4^\circ 50'$ aus, was genau die Differenz zwischen $\triangleq 1^\circ 10'$ und $\triangleq 6^\circ$ ist, wo zur Zeit der (zugrunde gelegten) Beobachtung (S. 151, 23) das Apogeum festgestellt wurde.

---

a) Die Nachprüfung ergibt $190^\circ 39' 4''$. Hieraus geht hervor, daß die Stundenangabe *ιη γ' ἔγγιστα* des griechischen Textes fehlerhaft ist. Diese 20^m würden einen Zuschlag von $2' 35''$ ausmachen. Folglich ist *γ'* zu streichen oder *γ' ἔγγιστα* zu schreiben.

Zehntes Buch.

Erstes Kapitel.

Nachweis des Apogeums der Venus.

Ha 193 Hei 296 Die Hypothesen des Planeten Merkur und der zahlenmäßige Betrag seiner Anomalien, ferner der Betrag seiner periodischen Bewegungen und ihre Epochen sind vorstehend endgültig von uns festgestellt worden. Für die Venus suchten wir zunächst wieder mit Hilfe der gleichgroßen nach derselben Seite eintretenden größten Elongationen zu ermitteln, in welchen Teilen der Ekliptik das Apogeum und das Perigeum der Exzentrizität liegt. Für diesen Zweck haben uns alte paarweise genau sich entsprechende Beobachtungen nicht zur Verfügung gestanden; dagegen haben wir nach den zu unserer Zeit angestellten Beobachtungen die Sache folgendermaßen in Angriff genommen.

Unter den von dem Mathematiker Theon uns überlassenen Ha 194 Aufzeichnungen fanden wir eine Beobachtung, die im 16ten Jahre Hadrians am 21/22. ägyptischen Pharmuthi (7. März 132 n. Chr. 7^h abends) angestellt war. Nach dieser hatte die Venus als Abendstern die größte Elongation von der Sonne, indem sie nach seiner Angabe der Mitte der Pleias um die Länge der Pleias westlich voranging, während ihr Vorübergang an derselben etwas südlicher zu erwarten stand. Da nun die Mitte der Pleias damals nach unseren Anfangspunkten in ♉ 3^0 stand, während ihre Länge ungefähr $1^0 30'$ Hei 297 beträgt, so stand die Venus damals natürlich in ♉ $1^0 30'$. Folglich betrug, da der mittlere Ort der Sonne zurzeit ☌ $14^0 15'$ war[a], die größte Elongation von dem mittleren Ort als Abendstern $47^0 15'$.

Wir selbst beobachteten im 4ten Jahre Antonins[11] am 11/12. ägyptischen Thoth (30. Juli 140 n. Chr. $1/_2 5^h$ früh), die Venus in der größten Elongation als Morgenstern. Sie

a) Für $878^a 230^d 7^h$ ergibt die Nachprüfung ☌ $14^0 14' 13''$.

stand von dem mittelsten Knie (ζ) der Zwillinge eine halbe Vollmondbreite[a] nordöstlich entfernt. Der Ort des Fixsterns war zurzeit nach unseren Anfangspunkten ♊ 18° 15′, so daß die Venus ohne wesentlichen Fehler in ♊ 18° 30′ stand, während der mittlere Ort der Sonne ♌ 5° 45′ war. Folglich betrug die größte Elongation als Morgenstern ebenfalls wieder 47° 15′.

Da nach der früheren Beobachtung der mittlere Ort ♈ 14° 15′ und nach der zweiten ♌ 5° 45′ war, somit der in der Mitte dazwischengelegene Punkt der Ekliptik einerseits in ♉ 25°, anderseits in ♍ 25° fällt, so dürfte in diesen Graden der durch Apogeum und Perigeum gehende Durchmesser (des Exzenters) liegen.

Desgleichen fanden wir unter den von Theon überlassenen Beobachtungen, daß im 12ten Jahre Hadrians am 21/22. ägyptischen Athyr (11. Oktober 127 n. Chr. $^1/_2 7^h$ früh) die Venus als Morgenstern in der größten Elongation von der Sonne stand, indem sie die Länge der Pleias (d. i. 1° 30′) oder höchstens um ihre eigene Größe (d. i. 5′) weniger (also 1° 25′) hinter dem Stern (β) an dem Ende des linken Flügels der Jungfrau östlich zurückblieb, während ihr Vorübergang an dem Stern eine Mondbreite weiter nördlich zu erwarten stand. Da nun der Ort des Fixsterns nach unseren Anfangspunkten damals in ♌ 28° 55′ lag[b], so daß die Venus (1° 25′ östlich) ohne wesentlichen Fehler in ♍ 0° 20′ stand, während der mittlere Ort der Sonne ♎ 17° 52′ war[c], so betrug die größte Elongation vom mittleren Ort als Morgenstern 47° 32′.

Ha 195

Hei 298

---

a) Σελήνη διχόμηνος ist hier und S. 158, 4 mit „Vollmond" übersetzt, weil ja nach dem griechischen Kalender diese Phase stets zur „Monatsmitte" eintrat. Für die Mitte der Monate des ägyptischen Wandeljahres stimmt diese Bezeichnung des Mondes natürlich nicht.

b) Der zeitliche Unterschied zwischen den beiden Beobachtungen beträgt rund 887 − 874 = 13 Jahre, auf welche genau genommen 0° 7′ 30″ Präzession entfallen. Der Sternkatalog gibt die Länge von β Virg. nur 5′ weiter östlich mit ♌ 29° an.

c) Für $874^a\,80^d\,18\,^1/_2{}^h$ ergibt die Nachprüfung ♎ 17° 52′ 12″.

Wir selbst beobachteten im 21ten Jahre Hadrians am 9/10. ägyptischen Mechir (25. Dezember 136 n. Chr. $^1/_2 7^h$ abends) die Venus in der größten Elongation von der Sonne. Sie stand etwa $^2/_3$ von der Breite des Vollmondes (d. i. $^2/_3$ von 36′) westlich von dem nördlichsten (φ) der vier ein Viereck[a] bildenden Sterne ($\varphi\chi\psi^1\psi^2$) hinter dem nachfolgenden (λ), welcher mit (den zwei Sternen ι und σ in) der Schamgegend des Wassermanns auf einer Geraden steht, und schien den Fixstern (φ) zu überstrahlen. Da der Ort des Fixsterns (φ) zurzeit nach unseren Anfangspunkten in $\approx 20^0$ lag und deshalb die Venus (24′ westlich) in $\approx 19^0 36'$ stand, während der mittlere Ort der Sonne $\simeq 2^0 4'$ war[b], so betrug auch hier wieder die größte Elongation als Abendstern $47^0 32'$.

Die Punkte der Ekliptik, welche zwischen den nach der
Hei 299 ersten Beobachtung in $\simeq 17^0 52'$ und nach der zweiten in $\simeq 2^0 4'$ festgestellten Örtern in der Mitte liegen, fallen ohne wesentlichen Fehler wieder einerseits in $\upsilon\, 25^0$, anderseits in $\mathfrak{m}\, 25^0$.

Zweites Kapitel.

Zahlenmäßige Größe des Epizykels der Venus.

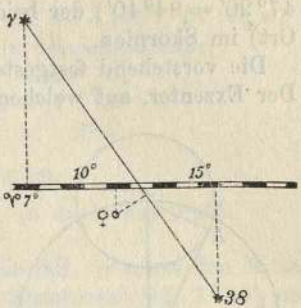
Ha 196 Daß zu unseren Zeiten das Apogeum des Exzenters in
21 $\upsilon\, 25^0$ und das Perigeum in $\mathfrak{m}\, 25^0$ liegt, ist von uns hiermit festgestellt worden. Im weiteren Verfolg suchten wir wieder (wie S. 136, 21) die größten Elongationen zu den Zeiten, wo der mittlere Ort der Sonne in $\upsilon\, 25^0$ und $\mathfrak{m}\, 25^0$ lag.

Unter den von Theon uns überlassenen Beobachtungen fanden wir, daß im 13ten Jahre Hadrians am 2/3. ägyptischen Epiphi (20. Mai 129 n. Chr. 5^h früh) die Venus als Morgenstern die größte Elongation von der Sonne hatte, in-

a) Ein Viereck bilden diese 4 Sterne des Wassermanns heutzutage nicht mehr, da sie nahezu auf einer Geraden untereinander stehen. Neben ψ^1, einem trennbaren Doppelstern, steht übrigens noch ein fünfter Stern ψ^2.

b) Für $883^a 158^d 6^1/_2{}^h$ ergibt die Nachprüfung $\simeq 2^0 3' 54''$.

dem sie der Geraden durch den vorangehenden (γ) von den drei Sternen ($\alpha\beta\gamma$) im Kopfe des Widders und den Stern (38) im Hinterbein $1^0 24'$ westlich voranging, wobei sie von dem vorangehenden Stern (γ) im Kopf ungefähr den doppelten Abstand hatte wie von dem Stern (38) im Hinterbein. Nun stand nach unseren Anfangspunkten der vorangehende (γ) von den drei Sternen im Kopfe des Widders damals[a] ($4'$ zurück) in $\Upsilon\ 6^0 36'$ mit $7^0 20'$ nördlicher Breite, und der Stern (38) im Hinterbein des Widders ($5'$ zurück!) in $\Upsilon\ 14^0 55'$ mit $5^0 15'$ südlicher Breite. Folglich stand die Venus in $\Upsilon\ 10^0 36'$ mit $1^0 30'$ südlicher Breite. Da der mittlere Ort der Sonne damals $\vartheta\ 25^0 24'$ war[b], so beträgt die größte Elongation vom mittleren Ort $44^0 48'$.



Hei 300
Ha 197

Wir selbst beobachteten im 21ten Jahre Hadrians am 2/3. ägyptischen Tybi (18. November 136 n. Chr. 5^h) abends die Venus in der größten Elongation von der Sonne. Bei Anvisierung mit Bezug auf die Sterne ($\alpha\nu\beta$) in den Hörnern des Steinbocks ergab sich als ihr scheinbarer Ort $\tilde{\sigma}\ 12^0 50'$, während der mittlere Ort der Sonne $\mathfrak{m}\ 25^0 30'$ war[c], so daß hier die größte Elongation vom mittleren Ort $47^0 20'$ betrug.

Daraus (daß letzterer Winkel der größere ist) geht deutlich hervor, daß in $\vartheta\ 25^0$ das Apogeum und in $\mathfrak{m}\ 25^0$ das Perigeum liegt. Ferner ist uns ersichtlich geworden, daß der Exzenter, welcher den Epizykel der Venus trägt, ein festbleibender ist, weil an keiner Stelle der Ekliptik die Summe der beiderseits eintretenden größten Elongationen vom mittleren Ort weder kleiner gefunden wird als die

Hei 301

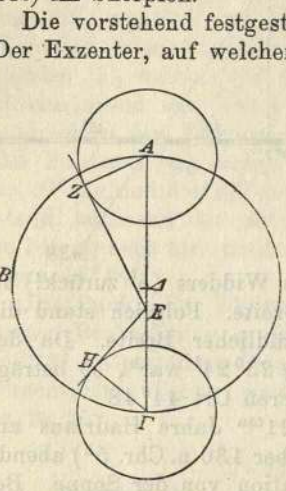
a) Bei der Zwischenzeit von 7 Jahren beträgt die Präzession $0^0 4' 12''$, rund $4'$ oder $5'$. Hiernach ist im griechischen Text ιδ΄ Γζ΄δ΄ zu schreiben, weil der Sternkatalog die Länge mit $\Upsilon\ 15^0$ angibt.

b) Für $875^a\ 301^d\ 17^h$ ergibt die Nachprüfung $\vartheta\ 25^0 23' 27''$.

c) Für $883^a\ 121^d\ 5^h$ ergibt die Nachprüfung $\mathfrak{m}\ 25^0 32' 19''$.

Summe ($2 \times 44^0 48' = 89^0 36'$) der beiden Elongationen (vom mittleren Ort) im Stier, noch größer als die Summe ($2 \times 47^0 20' = 94^0 40'$) der beiden (Elongationen vom mittleren Ort) im Skorpion.

Die vorstehend festgestellten Punkte sollen gegeben sein. Der Exzenter, auf welchem sich jederzeit der Epizykel der Venus bewegt, sei der Kreis ABΓ um den Durchmesser AΓ, auf welchem als Zentrum des Exzenters Δ angenommen sei, E als der Mittelpunkt der Ekliptik; A sei der unter ♉ 25° und Γ der unter ♏ 25° gelegene Punkt.[a] Um die Punkte A und Γ beschreibe man gleichgroße Epizyklen, auf denen die Punkte Z und H liegen. Hierauf ziehe man die Tangenten EZ, EH und die Verbindungslinien AZ, ΓH.



1. Da ∠AEZ als Zentriwinkel der Ekliptik die im Apogeum eintretende größte Elongation des Planeten unterspannt, welche mit $44^0 48'$ gegeben ist, so ist

Ha 198

$$\angle AEZ = 44^0 48' \quad \text{wie } 4R = 360^0,$$
$$= 89^0 36' \quad \text{wie } 2R = 360^0,$$
mithin $\quad b\,AZ = 89^0 36' \quad \text{wie } \ominus AZE = 360^0,$
Hei 302 also $\quad s\,AZ = 84^P 33' \quad \text{wie } h\,AE = 120^P.$

2. Da desgleichen ∠ΓEH die im Perigeum eintretende größte Elongation unterspannt, welche mit $47^0 20'$ ebenfalls gegeben ist, so ist

$$\angle \Gamma EH = 47^0 20' \quad \text{wie } 4R = 360^0,$$
$$= 94^0 40' \quad \text{wie } 2R = 360^0,$$
mithin $\quad b\,\Gamma H = 94^0 40' \quad \text{wie } \ominus \Gamma HE = 360^0,$
also $\quad s\,\Gamma H = 88^P 13' \quad \text{wie } h\,\Gamma E = 120^P.$

a) Die Bezeichnung der Lage des Punktes Γ, welche im griechischen Text fehlt, ist nach Cod. G ergänzt worden.

3. Setzt man, da die Epizykelhalbmesser ΓH und AZ einander gleich sind, auch

$$\Gamma H = 84^{p}33' \text{ wie } AE = 120^{p}, \quad \text{(S. 160,27)}$$

so wird $\Gamma E = 115^{p}\ 1'$ in demselben Maße,

mithin
$$\begin{cases} A\Gamma = AE + \Gamma E = 235^{p}\ 1', \\ A\Delta = \Gamma\Delta = \frac{1}{2}A\Gamma = 117^{p}30', \\ \Delta E = \Gamma\Delta - \Gamma E = 2^{p}29'. \end{cases}$$

Setzt man $A\Delta = 60^{p}$ als *exhm*,

so wird
$$\left.\begin{array}{l} \Delta E = 1^{p}15'\ ^{a)} \\ AZ = 43^{p}10'\ ^{b)} \end{array}\right\} \text{ in demselben Maße.}$$

Somit ist die Verbindungslinie ΔE zwischen den Mittelpunkten (der Ekliptik und des Exzenters) mit $1^{p}15'$, und der Halbmesser AZ des Epizykels mit $43^{p}10'$ gefunden.

Drittes Kapitel.

Das Verhältnis der Exzentrizität der Venus.

Da es noch unbewiesen ist, ob die gleichförmige Bewegung des Epizykels um den Punkt Δ vor sich geht, so stellten wir auch hier zwei größte Elongationen nach den entgegengesetzten Seiten (d. i. eine westliche und eine östliche) fest, während der mittlere Ort der Sonne bei jeder (dieser Elongationen)[c] 90^{0} von dem Apogeum entfernt lag. Ha 199 Hei 303

Die erste dieser Beobachtungen stellten wir im 18^{ten} Jahre Hadrians am 2/3. ägyptischen Pharmuthi (18. Februar 134 n. Chr. früh 6^{h}) an, nach welcher die Venus als Morgenstern die größte Elongation von der Sonne hatte und bei der Anvisierung mit Bezug auf den sog. Antares in ♏ $11^{0}55'$ stand,

a) Nach dem Verhältnis $(\Delta E)\,2^{p}29' : (A\Delta)\,117^{p}30' = 1^{p}15' : 60^{p}$.

b) Das nach Z. 3 bestehende Verhältnis $(AZ)\,84^{p}33' : (AE)\,120^{p}$ ist in dem Maße von $A\Delta = 60^{p}$ gleich dem Verhältnis $(AZ)\,43^{p}10' : (A\Delta + \Delta E)\,61^{p}15'$.

c) Statt ἐφ' ἑκάτερα ist die Lesart des Cod. D ἐφ' ἑκατέρας vorgezogen worden. Mit ἐπὶ τὰ ἐναντία werden hier auf das deutlichste die beiden Seiten des Epizykels, die Morgen- und die Abendseite, bezeichnet. Vgl. S. 126 Anm. b).

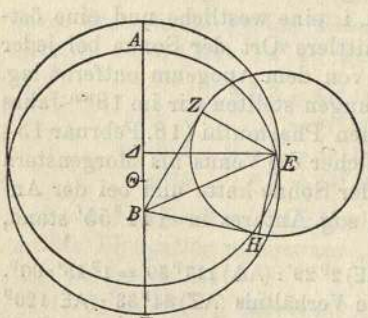
während der mittlere Ort der Sonne damals ≈ 25°30′ war.[a] Folglich betrug die größte Elongation vom mittleren Ort als Morgenstern 43°35′.

Die zweite Beobachtung stellten wir im 3ten Jahre Antonins am 4/5. ägyptischen Pharmuthi (18. Februar 140 n. Chr. $^1/_2 6^h$) abends an, nach welcher die Venus die größte Elongation von der Sonne hatte und bei der Anvisierung mit Bezug auf den glänzenden Stern (Aldebaran) der Hyaden in ♈ 13°50′ stand, während der mittlere Ort der Sonne wieder ≈ 25°30′ war.[b] Folglich betrug in diesem Falle die größte Elongation vom mittleren Ort als Abendstern 48°20′.

Diese Punkte sollen gegeben sein. Der durch das Apogeum und das Perigeum des Exzenters gehende Durchmesser sei ABΓ; A sei angenommen als der unter ♉ 25° liegende Punkt, und B als der Mittelpunkt der Ekliptik.

Ha 200 Es sei die Aufgabe gestellt, das Zentrum zu finden, um welches wir die gleichförmige Bewegung des Epizykels vor sich gehen lassen.

Hei 304 Angenommen, Punkt Δ sei dieses Zentrum. Man ziehe 21 durch dasselbe unter rechten Winkeln zu AΓ die Gerade ΔE, damit der mittlere Ort des Epizykels den Beobachtungen entsprechend 90° von dem Apogeum entfernt sei, und setze auf ihr den nach den vorgelegten Beobachtungen (als mittleren Sonnenort) gegebenen Mittelpunkt des Epizykels in E an. Nachdem man um letzteren den Epizykel ZH beschrieben, ziehe man an denselben von B aus die Tangenten BZ



a) Für 880ª 211ᵈ 18ʰ ergibt die Nachprüfung ≈ 25°30′34″.
b) Für 886ª 213ᵈ 5½ʰ ergibt die Nachprüfung ≈ 25°29′30″.

und BH und schließlich die Verbindungslinien BE, EZ, EH.[a])

1. Da nach dem gegebenen mittleren Ort (in $\asymp 25^0$) die größte Elongation von demselben als Morgenstern mit $43^0 35'$ und die größte als Abendstern mit $48^0 20'$ gegeben ist, so ist folglich als Summe beider Winkel

$\angle ZBH = 91^0 55'$ wie $4R = 360^0$,

demnach $\angle ZBE = 91^0 55'$ wie $2R = 360^0$, weil halbsogroß;

mithin $b\,EZ = 91^0 55'$ wie $\ominus EZB = 360^0$, Hei 305

also $s\,EZ = 86^p 16'$ wie $h\,BE = 120^p$.

Setztman $EZ = 43^p 10'$ als *ephm*,

so wird $BE = 60^p\ 3'$ in diesem Maße.

2. Da die Differenz der vorgelegten größten Elongationen im Betrage von $(48^0 20' - 43^0 35' =) 4^0 45'$ das Doppelte der derzeitigen Differenz der auf die Ekliptik bezogenen Anomalie ist, welche von dem $\angle BE\Delta$ gemessen wird[7]), so ist

$\angle BE\Delta = 2^0 22' 30''$ wie $4R = 360^0$, Ha 201

$= 4^0 45'$ wie $2R = 360^0$,

mithin $b\,B\Delta = 4^0 45'$ wie $\ominus B\Delta E = 360^0$,

also $s\,B\Delta = 4^p 59'$ wie $h\,BE = 120^p$.

Setzt man $BE = 60^p\ 3'$ wie $ephm = 43^p 10'$,

so wird $B\Delta = 2^p 30'$ in demselben Maße.

3. Nun wurde die Verbindungslinie zwischen dem Mittelpunkt B der Ekliptik und dem Zentrum (Θ) des Exzenters, auf welchem jederzeit der Mittelpunkt des Epizykels liegt, in demselben Maße (S. 161, 9) gleich $1^p 15'$ nachgewiesen; folglich ist sie halbsogroß wie BΔ. Wenn wir also BΔ in Punkt Θ halbieren, so werden wir den Beweis geliefert haben, daß in dem Maße, in welchem der Halbmesser ΘA des den Epizykel tragenden Exzenters gleich 60^p ist, jede Hei 306 der beiden zwischen den Zentren liegenden Strecken BΘ und ΘΔ $1^p 15'$ und der Halbmesser des Epizykels $43^p 10'$ beträgt, was nachzuweisen war.

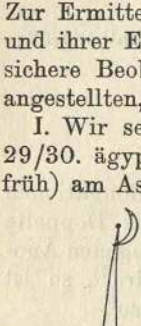
a) Die Figur des Originals ist durch Zeichnung der beiden Exzenter ergänzt worden; nur so kann ΘA (Zeile 29) als Halbmesser des den Epizykel tragenden Exzenters erkannt werden.

Viertes Kapitel.

Korrektion der periodischen Bewegungen der Venus.

Die Art der Hypothese und die Verhältnisse der Anomalien sind von uns vorstehend endgültig festgestellt worden. Zur Ermittelung der periodischen Bewegungen des Planeten und ihrer Epochen wählten wir nun wieder zwei durchaus sichere Beobachtungen, die eine aus den zu unserer Zeit angestellten, die andere aus der Zahl der alten.

I. Wir selbst beobachteten im 2^{ten} Jahre Antonins am 29/30. ägyptischen Tybi (16. Dezember 138 n. Chr. $^3/_4{}^h$ früh) am Astrolab die Venus nach der größten Elongation als Morgenstern mit Bezug auf die Spika, wobei sich als ihr scheinbarer Ort ♍ 6° 30′ ergab. Sie stand damals mitteninne auf einer Geraden zwischen dem nördlichsten (β) von den Sternen ($\pi\delta\beta$) in der Stirn des Skorpions und dem scheinbaren Zentrum des Mondes, und zwar so inmitten, daß sie dem Zentrum des Mondes das Anderthalbfache derjenigen Strecke westlich voranging, um welche sie östlich hinter dem nördlichsten (β) von den Sternen in der Stirn zurückblieb. Nun stand der Fixstern (β) damals nach unseren Anfangspunkten in ♍ 6° 20′ mit 1° 20′ nördlicher Breite, und der Zeitpunkt (der Beobachtung) war $4^3/_4$ Äquinoktialstunden nach Mitternacht, da am Astrolab, während die Sonne in ♐ 23° stand, ♏ 2° kulminierte. Zu diesem Zeitpunkt war[a])



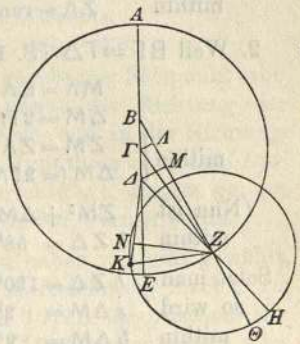
der mittlere Ort der Sonne	♐ 22° 9′
der mittlere Ort des Mondes	♍ 11° 24′
seine Entfernung vom Apogeum in Anomalie	87° 30′
„ „ vom nördl. Grenzpunkt in Breite	12° 22′
mithin der genaue Ort des Mondzentrums	♍ 5° 45′

a) Die Nachprüfung ergibt für $885^a\,148^d\,16^3/_4{}^h$ als mittleren Ort der Sonne ♐ 22° 8′ 49″, als mittleren des Mondes ♍ 11° 31′ 53″.

seine (wahre) nördliche Breite $5^0\ 0'$
der scheinbare Ort in Länge für Alexandria[a] ♏ $6^0 45'$
die scheinbare nördl. Breite „ „ $4^0 40'$.

Folglich ergab sich auch auf Grund dieser Zahlen als (scheinbarer) Ort der Venus ♏ $6^0 30'$ und ihre nördliche Breite mit $2^0 40'$.

Diese Punkte sollen gegeben sein. Der durch das Apogeum gehende Durchmesser sei ABΓΔE; der Punkt A sei in ♉ 25^0 angenommen, B sei der Punkt, um welchen der Epizykel (von der Leitlinie BZ) gleichförmig herumbewegt wird, Γ das Zentrum des Exzenters, auf welchem der Mittelpunkt des Epizykels umläuft, endlich Δ der Mittelpunkt der Ekliptik. Da der mittlere Ort der Sonne bei der Beobachtung ♐ $22^0 9'$ war, so daß auch der mittlere Ort des Epizykels in der Richtung der Zeichen vom Perigeum E (von ♏ 25^0 bis ♐ $22^0 9'$) $27^0 9'$ entfernt lag, so mag sein Mittelpunkt in Z angenommen sein. Nachdem man um Z den Epizykel HΘK beschrieben, ziehe man die Verbindungslinien ΔZH, ΓZ, BZΘ und fälle von Γ und Δ auf die Gerade BZ die Lote ΓΛ, ΔM. Den Planeten nehme man in Punkt K an und ziehe die Verbindungslinien ΔK, ZK; endlich fälle man (auf die Gerade ΔK) das Lot ZN.



Ha 208

Hei 308

Es sei die Aufgabe gestellt, den Bogen ΘK zu finden, welchen der Planet von dem Apogeum Θ des Epizykels[b] entfernt war.

---

a) Da der Mond östlich des Meridians stand, so wirkte die Längenparallaxe in der Richtung der Zeichen.

b) Es ist das sog. mittlere, auf der Leitlinie BZ liegende Apogeum, von welchem aus die Bewegung des Planeten auf dem Epizykel in Anomalie gezählt wird.

1. Es ist (als Entfernung des Epizykels vom Perigeum)

$$\angle EBZ = 27^\circ\ 9' \text{ wie } 4R = 360^\circ,$$
$$= 54^\circ 18' \text{ wie } 2R = 360^\circ,$$
$$\text{mithin} \left\{ \begin{array}{l} b\,\Gamma\Lambda = 54^\circ 18' \\ {}_{,}b\,B\Lambda = 125^\circ 42' \end{array} \right\} \text{wie } \ominus \Gamma\Lambda B = 360^\circ,$$
$$\text{also} \left\{ \begin{array}{l} s\,\Gamma\Lambda = 54^p 46' \\ {}_{,}s\,B\Lambda = 106^p 47' \end{array} \right\} \text{wie } h\,\Gamma B = 120^p.$$

Setzt man $\Gamma B = 1^p 15'$ wie $exhm\ \Gamma Z = \overline{60}^p$,
Hei 309 so wird $\Gamma\Lambda = 0^p 34'$ und $B\Lambda = 1^p 7'$.

Nun ist $\Gamma Z^2 - \Gamma\Lambda^2 = Z\Lambda^2$,
mithin $Z\Lambda =$ rund 60^p in demselben Maße.

Ha 204 2. Weil $B\Gamma = \Gamma\Delta$ (S. 163, 31), so ist ferner

$$\left. \begin{array}{l} M\Lambda = B\Lambda \\ \Delta M = 2\,\Gamma\Lambda \end{array} \right\} \text{(Eukl. VI. 2. 4)}$$
$$\text{mithin} \left\{ \begin{array}{l} ZM = Z\Lambda - M\Lambda = 58^p 53' \\ \Delta M\,(= 2\Gamma\Lambda) \quad = 1^p\ 8' \end{array} \right\} \text{(wie } \Gamma Z = 60^p).$$

(Nun ist $ZM^2 + \Delta M^2 = Z\Delta^2$)
mithin $h\,Z\Delta = 58^p 54'$ in demselben Maße.

Setzt man $h\,Z\Delta = 120^p$,
so wird $s\,\Delta M = 2^p 18'$ in diesem Maße,
mithin $b\,\Delta M = 2^\circ 12'$ wie $\ominus\ \Delta MZ = 360^\circ$,
also $\angle BZ\Delta = 2^\circ 12'$ wie $2R = 360^\circ$.

(Nun war $\angle EBZ = 54^\circ 18'$ wie $2R = 360^\circ$)
folglich $\angle E\Delta Z = 56^\circ 30'$ als Summe. (Eukl. I. 32)

3. Es ist ferner, weil der Planet nach der Beobachtung (von ♏ 6° 30′ bis ♏ 25°) 18° 30′ vor dem Perigeum E, d. i. vor ♏ 25°, stand,

$$\angle E\Delta K = 18^\circ 30' \text{ wie } 4R = 360^\circ,$$
$$= 37^\circ \text{ wie } 2R = 360^\circ.$$

(Nun war $\angle E\Delta Z = 56^\circ 30'$ wie $2R = 360^\circ$)
folglich $\angle K\Delta Z = 93^\circ 30'$ als Summe,
Hei 310 mithin $b\,ZN = 93^\circ 30'$ wie $\ominus\ ZN\Delta = 360^\circ$,
also $s\,ZN = 87^p 25'$ wie $Z\Delta = 120^p$.

Setzt man $Z\Delta = 58^p 54'$ wie *ephm* $ZK = 43^p 10'$,
so wird $ZN = 42^p 54'$ in diesem Maße.

Setzt man $\mathfrak{h}\, ZK = 120^p$,
so wird $\mathfrak{s}\, ZN = 119^p 18'$ in diesem Maße,
mithin $\mathfrak{b}\, ZN = 167^0 38'$ wie $\oplus\, ZNK = 360^0$,
also $\angle\, ZK\Delta = 167^0 38'$ wie $2R = 360^0$.

Nun war $\angle\, K\Delta Z = 93^0 30'$ wie $2R = 360^0$,
folglich $\angle\, KZH = 261^0\ 8'$ als Summe. (Eukl. I. 32) Ha 205

Es war $\angle\, BZ\Delta = 2^0 12'$ wie $2R = 360^0$;
ebenso $\angle\, HZ\Theta = 2^0 12'$, (als Scheitelwinkel)
folglich $\angle\, KZ\Theta = 258^0 56'$ als Differenz,
$= 129^0 28'$ wie $4R = 360^0$.

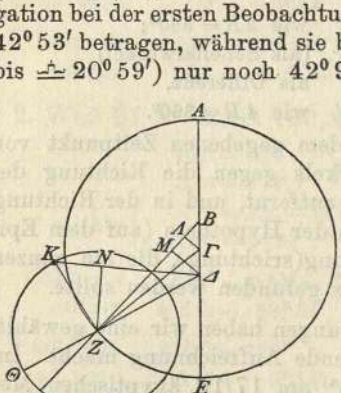
Mithin war die Venus zu dem gegebenen Zeitpunkt von dem Apogeum Θ des Epizykels gegen die Richtung der Zeichen vorstehende $129^0 28'$ entfernt, und in der Richtung der Zeichen, d. i. in der nach der Hypothese (auf dem Epizykel) angenommenen Bewegung(srichtung), die am ganzen Kreis fehlenden $230^0 32'$, was gefunden werden sollte.

II. Von den alten Beobachtungen haben wir eine gewählt, über welche Timocharis folgende Aufzeichnung macht. Im 13^{ten} Jahre des Philadelphus[a] am 17/18. ägyptischen Mesore in der 12^{ten} (Nacht-)Stunde (12. Oktober 272 v. Chr. 6^h früh), stand der scheinbare Ort der Venus in genauer Konjunktion mit dem der Vindemiatrix (ε Virg.) gegenüberstehenden Stern (η Virg.). Es ist der Stern, welcher nach unseren Anfangspunkten hinter dem Stern (β) am Ende des Hei 311 südlichen Flügels der Jungfrau steht; sein Ort war im ersten Jahre Antonins $\mathfrak{m}\ 8^0 15'$. Da das Jahr der Beobachtung seit Nabonassar das 476^{te} und das bis zum Regierungsantritt Antonins verflossene Jahr[b] das 884^{te} ist, mithin auf die 408 Jahre betragende Zwischenzeit etwa $4^0 5'$ Bewegung der Fixsterne und der Apogeen entfallen, so ist ersichtlich,

a) Ptolemäus Philadelphus regierte von 285—247 v. Chr.
b) Es ist das letzte Jahr Hadrians gemeint. Vgl. I Anh. Anm. 30 a. E.

daß der Ort der Venus ♍ 4° 10′ war und das Perigeum des Exzenters in ♍ 20° 55′ lag.

Auch hier hatte die Venus die größte Elongation als Morgenstern hinter sich; denn vier Tage nach der vorgelegten Beobachtung, am 21/22. Mesore, stand sie nach den
Ha 206 Angaben des Timocharis nach unseren Anfängen in ♍ 8° 50′ (d. i. 4° 40′ weiter östlich). Nach der ersten Beobachtung war der mittlere Ort der Sonne ♎ 17° 3′,[a] und nach der (vier Tage) späteren ♎ 20° 59′. Demnach hatte die Elongation bei der ersten Beobachtung (von ♍ 4° 10′ bis ♎ 17° 3′) 42° 53′ betragen, während sie bei der späteren (von ♍ 8° 50′ bis ♎ 20° 59′) nur noch 42° 9′ betrug.



Diese Punkte sollen gegeben sein. Es sei wieder die ähnliche Figur vorgelegt. Indessen muß sie den Epizykel auf der vor dem Perigeum liegenden Seite zeigen, weil der mittlere Ort des Epizykels in ♎ 17° 3′, das Perigeum aber (weiter vorwärts) in ♍ 20° 55′ liegt.

Hei 312
21

1. Es ist demnach (von ♎ 17° 3′ bis ♍ 20° 55′)

$$\angle EBZ = 33^\circ 52' \text{ wie } 4R = 360^\circ,$$
$$= 67^\circ 44' \text{ wie } 2R = 360^\circ;$$

mithin $\left\{ \begin{array}{rl} b\,\Gamma\Lambda = & 67^\circ 44' \\ ,b\,B\Lambda = & 112^\circ 16' \end{array} \right\}$ wie $\odot\,\Gamma\Lambda B = 360^\circ$,

also $\left\{ \begin{array}{rl} s\,\Gamma\Lambda = & 66^p 52' \\ ,s\,B\Lambda = & 99^p 38' \end{array} \right\}$ wie $h\,\Gamma B = 120^p$,

Setzt man $\Gamma B = 1^p 15'$ wie $exhm\,\Gamma Z = 60^p$,

so wird $\Gamma\Lambda = 0^p 42'$ und $B\Lambda = 1^p 2'$.

Nun ist $\Gamma Z^2 - \Gamma\Lambda^2 = Z\Lambda^2$,

mithin $Z\Lambda =$ rund 60^p in demselben Maße.

a) Für $475^a 346^d 18^h$ ergibt die Nachprüfung ♎ 17° 2′ 5″; vier Tage später ist der mittlere Ort ♎ 20° 58′ 38″.

2. Es ist ferner wieder (weil $B\Gamma = \Gamma\Delta$)

$$\left.\begin{array}{l} M\Lambda = B\Lambda \\ \Delta M = 2\Gamma\Lambda \end{array}\right\} \text{ (Eukl. VI. 2. 4)} \qquad \text{Hei 313}$$

$$\text{mithin} \left\{\begin{array}{ll} Z\Lambda - M\Lambda = & 58^p 58' \\ \Delta M\,(= 2\Gamma\Lambda) = & 1^p 24' \end{array}\right\} \text{ (wie } \Gamma Z = 60^p\text{).} \qquad \begin{array}{l}\text{Ha 207}\\ 5\end{array}$$

(Nun ist $Z\Lambda^2 + \Delta M^2 = Z\Delta^2$)

mithin $\not h\, Z\Delta = 58^p 59'$ in demselben Maße.

Setzt man $\not h\, Z\Delta = 120^p$,

so wird $s\,\Delta M = 2^p 51'$ in diesem Maße,

mithin $\not b\, \Delta M = 2^\circ 44'$ wie $\ominus\, \Delta MZ = 360^\circ$,

also $\angle\, BZ\Delta = 2^\circ 44'$ wie $2R = 360^\circ$.

(Nun war $\angle\, EBZ = 67^\circ 44'$ wie $2R = 360^\circ$)

folglich $\angle\, E\Delta Z = 70^\circ 28'$ als Summe. (Eukl. I. 32)

3. Es beträgt ferner $\angle\, E\Delta K$, welchen der Planet gegen die Richtung der Zeichen vor dem Perigeum stand, (von ♍ 4°10′ bis ♏ 20°55′) 76°45′. Demnach ist

$\angle\, E\Delta K = 76^\circ 45'$ wie $4R = 360^\circ$,

$= 153^\circ 30'$ wie $2R = 360^\circ$.

(Nun war $\angle\, E\Delta Z = 70^\circ 28'$ wie $2R = 360^\circ$)

folglich $\angle\, K\Delta Z = 83^\circ\ 2'$ als Differenz,

mithin $\not b\, ZN = 83^\circ\ 2'$ wie $\ominus\, ZN\Delta = 360^\circ$,

also $s\, ZN = 79^p 33'$ wie $\not h\, Z\Delta = 120^p$.

Setzt man $Z\Delta = 58^p 59'$ wie *ephm* $ZK = 43^p 10'$,

so wird $ZN = 39^p\ 7'$ in demselben Maße.

Setzt man $\not h\, ZK = 120^p$,

so wird $s\, ZN = 108^p 45'$ in diesem Maße,

mithin $\not b\, ZN = 130^\circ$ wie $\ominus\, ZNK = 360^\circ$,

also $\angle\, ZK\Delta = 130^\circ$ wie $2R = 360^\circ$. Hei 314

Nun war $\angle\, K\Delta Z = 83^\circ\ 2'$ wie $2R = 360^\circ$,

folglich $\angle\, KZ\Theta = 213^\circ\ 2'$ als Summe. (Eukl. I. 32)

Es war $\angle\, BZ\Delta = 2^\circ 44'$ wie $2R = 360^\circ$,

ebenso $\angle\, HZ\Theta = 2^\circ 44'$ (als Scheitelwinkel),

folglich $\angle\, KZH = 215^\circ 46'$ als Summe,

$= 107^\circ 53'$ wie $4R = 360^\circ$.

Mithin war die Venus zu dem gegebenen Zeitpunkt von
Ha 208 dem Apogeum H des Epizykels in der Richtung der Zeichen (d. i. von H über das Perigeum bis K) die am ganzen Kreis fehlenden $252^0 7'$ entfernt, was nachgewiesen werden sollte.

Nun war zum Zeitpunkt unserer Beobachtung die Venus ebenfalls von dem Apogeum des Epizykels $230^0 32'$ entfernt. Die zwischen den beiden Beobachtungen (vom 17/18. Mesore 6^h früh 476 Nab. bis zum 29/30. Tybi $^3/_4 5^h$ früh 886 Nab.) verflossene Zeit beträgt 409 ägyptische Jahre und $(13 + 5 + 129 =)$ 167 Tage ohne wesentlichen Fehler und umfaßt 255 ganze Wiederkehren der Anomalie; denn da 8 ägyptische Jahre ohne merklichen Fehler 5 Umläufe ausmachen[10], so bringen $(8 \times 51 =)$ 408 Jahre $(5 \times 51 =)$ 255 Umläufe, während das übrige Jahr mit Einschluß der überschießenden (167) Tage die Zeit einer weiteren Wiederkehr nicht erfüllt.[a] Hieraus ist uns ersichtlich geworden, daß die Venus in 409 ägyptischen Jahren und 167 Tagen nach 255 ganzen Wiederkehren der Anomalie auf dem Epizykel einen Überschuß von $338^0 25'$ gewinnt: um so viel Grade
Hei 315 war ja der zu unserer Zeit festgestellte Ort $(230^0 32')$ dem
21 früheren $(252^0 7')$ voraus.[b] Ebensoviel Grade des Überschusses ergibt die Rechnung[c] nach den von uns oben (S. 113ff.) vorgelegten Tafeln der mittleren Bewegungen, weil die Korrektion der Bewegungen auf Grund des (vorliegend) gefundenen Überschusses des Laufs in der Weise vorgenommen worden ist, daß die Zeit in Tage und die Wiederkehren mit Einschluß des Überschusses in Grade verwandelt wurden. Dividiert man nämlich mit der Anzahl der Tage in die Zahl

---

a) Weil (nach der Anomalietabelle S. 114f.) in $1^a 167^d$ nur 328^0 zurückgelegt werden.

b) Zu einer ganzen Wiederkehr fehlten dem früheren Ort die oben (S. 169,31) gefundenen $107^0 53'$; hierzu kommen die $230^0 32'$ Überschuß über ganze Wiederkehren, welche S. 167, 18 aus der späteren Beobachtung abgeleitet wurden.

c) Für $409^a 167^d$ ergibt die Nachprüfung $338^0 27' 46''$.

der Grade, so ergibt sich die tägliche mittlere Bewegung in Anomalie, wie sie von uns für die Venus oben (S. 101, 12) mitgeteilt worden ist.

Fünftes Kapitel.

Epoche der periodischen Bewegungen der Venus.

Da auch hier die Aufgabe übrig bleibt, die Epochen der periodischen Bewegungen an den Mittag des 1. ägyptischen Thoth des ersten Jahres der Regierung Nabonassars zu knüpfen, so stellten wir wieder die Zwischenzeit zwischen diesem Zeitpunkt und dem der älteren Beobachtung (am 17/18. Mesore 6^h früh 476 Nab.) fest. Sie beträgt 475 ägyptische Jahre, $346^3/_4$ Tage. Für diesen Zeitraum ergibt die Rechnung nach den Spalten der Anomalie (S. 113 ff.) einen Überschuß der mittleren Bewegung von rund 181^0.[a] Wenn wir diesen Betrag von den (S. 170, 4) nach der Beobachtung festgestellten $252^0 7'$ abziehen, so werden wir für den Mittag des 1. ägyptischen Thoth des ersten Jahres Nabonassars als Epoche erhalten: Ha 209 Hei 316

1. vom Apogeum des Epizykels in Anomalie $71^0\ 7'$
2. in mittlerer Länge dieselbe wie die der Sonne, d. i. $\leftmoon\ 0^0 45'$
3. für das Apogeum (der Exzentrizität) $\Taurus\ 16^0 10'$.

Daß letzteres zu dem angenommenen Zeitpunkt der Epoche dort liegen muß, ist klar, weil es nach der (zugrunde gelegten) Beobachtung (vgl. S. 168, 2) in $\Taurus\ 20^0 55'$ lag, während auf die Zwischenzeit von rund 476 Jahren $4^0 45'$ (Präzession) entfallen.

---

a) Für $475^a 346^d 18^h$ ergibt die Nachprüfung $180^0 58' 31''$.

Sechstes Kapitel.
Vorbemerkungen zu den Nachweisen für die übrigen Planeten.

Ha 210 Bei diesen beiden Planeten, dem Merkur und der Venus, konnten wir auf dem vorstehend erörterten Wege zur Aufstellung der Hypothesen und zum Nachweis der Anomalien gelangen. Was aber die drei übrigen, den Mars, den Jupiter und den Saturn anbelangt, so finden wir, daß nur die Bewegungshypothese ein und dieselbe ist, wie sie für die Venus angenommen wurde, insofern der Exzenter, auf welchem sich jederzeit der Mittelpunkt des Epizykels bewegt, um ein Zentrum beschrieben wird, welches in dem Halbierungspunkte Hei 317 der Verbindungslinie der Mittelpunkte der Ekliptik und des 11 Exzenters liegt, der die gleichförmige Herumleitung des Epizykels bewirkt. Denn auch bei diesen Planeten wird (wie bei der Venus) die Exzentrizität (ZE), welche aus der größten Differenz der auf die Ekliptik bezogenen Anomalie erschlossen 15 wird, im allgemeinen doppeltsogroß befunden als die Exzentrizität (ZΔ), welche sich aus dem zahlenmäßigen Betrag der Rückläufigkeitsstrecken[a] in den größten und den kleinsten Entfernungen des Epizykels ergibt.

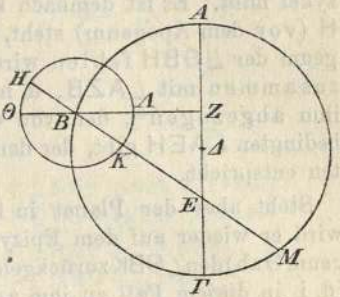
Dagegen können die Nachweise, durch welche wir die 20 zahlenmäßigen Beträge einer jeden der beiden Anomalien und die Apogeen feststellen, bei diesen Planeten nicht mehr nach derselben Methode wie bei jenen beiden geführt werden, weil diese (drei Planeten) in Opposition zur Sonne gelangen, und weil aus Beobachtungen nicht, wie bei den größten Ha 211 Elongationen des Merkur und der Venus, ersichtlich wird, 26 wann der Planet in den Berührungspunkt der Tangente tritt, welche von unserem Auge an den Epizykel gezogen wird. Da also ein dementsprechendes Verfahren nicht mit Erfolg anwendbar ist, so haben wir die der Beobachtung 30 zugänglichen diametralen Stellungen dieser Planeten zu dem mittleren Ort der Sonne zur Benutzung herangezogen. An

a) Insofern diese in Erdnähe kürzer sind als in Erdferne.

der Hand derartiger Beobachtungen weisen wir zunächst die Verhältnisse der Exzentrizität und die Apogeen nach. Denn einzig und allein in den von diesem theoretischen Gesichtspunkt aus betrachteten Positionen finden wir die auf die Ekliptik bezogene Anomalie für sich getrennt, weil alsdann keinerlei Differenz infolge der im Verhältnis zur Sonne eintretenden Anomalie sich geltend macht.

Hei 318

Der Exzenter des Planeten, auf welchem sich der Mittelpunkt des Epizykels bewegt, sei der Kreis ABΓ um das Zentrum Δ, AΓ der durch das Apogeum gehende Durchmesser; auf diesem sei E der Mittelpunkt der Ekliptik und Z das Zentrum des Exzenters, auf welchen der mittlere Lauf des Epizykels in Länge theoretisch bezogen wird. Nachdem man um B den Epizykel HΘKΛ beschrieben, ziehe man die Verbindungslinien ZΛBΘ und HBKEM.



Ich behaupte zunächst, daß, wenn der scheinbare Ort des Planeten auf der durch den Epizykelmittelpunkt B gehenden Geraden EH liegt, jederzeit auch der mittlere Ort der Sonne auf derselben Geraden liegen wird: in Punkt H angelangt, steht der Planet mit dem mittleren Ort der Sonne, welcher gleichfalls bei H der Theorie nach anzusetzen ist, in Konjunktion, während er in K dem mittleren Ort (der Sonne), welcher alsdann der Theorie nach bei M liegt, diametral gegenüber (d. i. in Opposition) stehen wird.

Bei jedem dieser Planeten bilden die mittleren Entfernungen von den Apogeen (A und Θ) in Länge (∠AZB) und in Anomalie (∠ΘBH) zusammen[a] den von demselben

Ha 212

a) Unter Zusatz der zahlenmäßigen Winkelgrößen der vorliegenden Figur lauten die beiden Gleichungen:
∠AZB (90°) + ∠ΘBH (360° − 30°) = ∠AEH (360° + 60°),
∠AZB (90°) − ∠AEH (60°) = ∠ΘBH (30°).

Anfangspunkt (A) aus gerechneten mittleren Ort der Sonne ($\angle AEH$), während die Differenz zwischen dem Winkel
Hei 319 (AZB) am Zentrum Z, welcher die gleichförmige Bewegung des Planeten in Länge mißt, und dem Winkel (AEH) bei E, welcher die scheinbare Bewegung mißt, jederzeit gleich ist dem Winkel ($\Lambda BK = \Theta BH$) bei B, welcher den gleichförmigen Lauf des Planeten auf dem Epizykel mißt. Es ist demnach klar, daß, wenn der Planet in H (vor dem Apogeum) steht, an der Wiederkehr zum Apogeum der $\angle \Theta BH$ fehlen wird, welcher (wie oben gesagt) zusammen mit $\angle AZB$, d. h. (im vorliegenden Fall) von ihm abgezogen[a], den von dem mittleren Sonnenort (H) bedingten $\angle AEH$ gibt, der dem scheinbaren Orte des Planeten entspricht.

Steht aber der Planet in K (nach dem Apogeum), so wird er wieder auf dem Epizykel (von dem mittleren Apogeum Θ ab) den $\angle \Theta BK$ zurückgelegt haben, welcher zusammen (d. i. in diesem Fall zu ihm addiert) mit dem $\angle AZB$ den von dem Apogeum A aus gerechneten mittleren Ort (M) der Sonne geben wird[b], der einen Halbkreis ($AB\Gamma$) und darüber die Differenz von $\angle AZB - \angle \Lambda BK = \angle \Gamma EM$ beträgt und dem scheinbaren Ort des Planeten diametral gegenüberliegt.

Deshalb fallen auch in den besprochenen Stellungen (bei Konjunktion und Opposition) die beiden Geraden, deren eine von dem Epizykelmittelpunkt B nach dem Planeten, die andere von E, d. i. von dem Punkte, in welchem sich unser Auge befindet, nach dem mittleren Ort der Sonne gezogen wird, auf ein und dieselbe Gerade zusammen.[c]

---

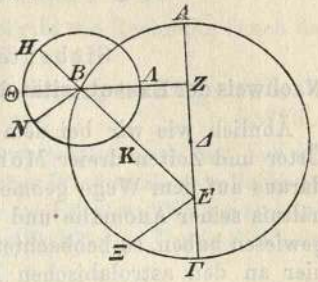
a) Insofern der spitze Winkel ΘBH, welcher den die Bewegung in Anomalie messenden überstumpfen Winkel ΘBH zu 360^0 ergänzt, in Betracht kommt, so daß die erste obige Gleichung lautet:
$\angle AZB\,(90^0) - \angle \Theta BH\,(30^0) = \angle AEH\,(60^0)$.

b) Die Gleichung wird in diesem Falle wieder lauten:
$\angle AZB\,(90^0) + \angle \Theta BK\,(180^0 - 30^0) = \angle A\Gamma M\,(180^0 + 60^0)$.

c) Weil es sich um Addition und Subtraktion von Winkeln handelt, wobei Voraussetzung ist, daß die betreffenden Winkel in derselben Ebene liegen.

Bei allen anderen Elongationen halten dagegen diese Ver- Hei 320
bindungslinien verschiedene Richtungen ein, die jedoch jeder- Ha 213
zeit parallel zueinander verlaufen.

Beweis. Wenn wir in irgendeiner beliebigen Stellung (des Epizykels zur mittleren Sonne) an der vorliegenden Figur von B nach dem Planeten eine Gerade ziehen, z. B. BN, und eine ebensolche von E nach dem Ort der mittleren Sonne, z. B. EΞ, so ist nach den oben besprochenen Sätzen



$\angle AE\Xi = \angle AZ\Theta + \angle NB\Theta$ (nach S. 173, 31)
$\angle AZ\Theta = \angle AEH + \angle HB\Theta$ (Eukl. I. 15. 32)

$(\angle AE\Xi = \angle AEH + \angle HB\Theta + \angle NB\Theta)$
$\angle AE\Xi - \angle AEH = \angle HB\Theta + \angle NB\Theta$
$\angle HE\Xi = \angle HBN$

$E\Xi \parallel BN.$ (Eukl. I. 28)

Wir finden demnach in den besprochenen Stellungen, d. i. sowohl bei den Konjunktionen als auch bei den Oppositionen[a], Hei 321 welche beide theoretisch auf den mittleren Ort der Sonne bezogen werden, den Planeten in einer Lage, in welcher er theoretisch durch den Mittelpunkt des Epizykels erschaut wird, als ob er sich überhaupt gar nicht auf einem Epizykel bewegte, sondern für sein Teil die Lage auf dem Kreis ABΓ einhaltend von der Leitlinie ZB gleichförmig auf dieselbe Weise wie der Epizykelmittelpunkt (auf diesem Kreise) herumgeleitet würde. Folglich ist klar, daß es möglich sein wird, mit Hilfe derartig gewählter Örter die infolge der Exzentrizität eintretenden Verhältnisse der auf die Ekliptik bezogenenen Anomalie (d. i. den Betrag des $\angle ZBE$) für

a) *Σχηματισμοὶ ἀκρόνυκτοι*, d. s. von Beginn bis Ende der Nacht über dem Horizont sichtbare Planetenstellungen, habe ich durchgehends mit „Oppositionen" wiedergegeben.

sich[a] nachzuweisen. Da jedoch die Konjunktionen nicht sichtbar sind, so bleibt nur übrig, den methodischen Gang der Beweisführung an die Oppositionen anzuknüpfen.

Siebentes Kapitel.

Nachweis der Exzentrizität des Mars und seines Apogeums.

Ha 214 Ähnlich wie wir bei dem Monde (Buch IV, Kap. 6) die Örter und Zeiten dreier Mondfinsternisse festgelegt und daraus auf dem Wege geometrischer Konstruktion das Verhältnis seiner Anomalie und die Stelle des Apogeums nachgewiesen haben, so beobachteten wir auf dieselbe Weise auch hier an den astrolabischen Instrumenten mit möglichster Genauigkeit für jeden der drei Planeten je drei dem mittleren Ort der Sonne diametral gegenüber eintretende Oppositionen und berechneten nach den zur Stunde der Beobachtung gefundenen mittleren Örtern der Sonne bis auf die Minuten Hei 322 genau Zwischenzeit und Ort, um an der Hand des so gewonnenen Materials das Verhältnis der Exzentrizität und das Apogeum nachzuweisen.

So stellten wir denn zuerst für den Mars drei Oppositionen fest. Wir beobachteten

die erste im 15^{ten} Jahre Hadrians am 26/27. ägyptischen Tybi eine Äquinoktialstunde nach Mitternacht (15. Dezember 130 n. Chr. 1^h nachts) in $\Pi\, 21^0$;

die zweite im 19^{ten} Jahre Hadrians am 6/7. ägyptischen Pharmuthi drei Äquinoktialstunden vor Mitternacht (21. Februar 135 n. Chr. 9^h abends) in $\Omega\, 28^0 50'$;

die dritte im 2^{ten} Jahre Antonins am 12/13. ägyptischen Epiphi zwei Äquinoktialstunden vor Mitternacht (27. Mai 139 n. Chr. 10^h abends) in $\nearrow 2^0 34'$.[b]

---

a) D. i. getrennt von der in Bezug auf die Sonne eintretenden Anomalie, welche durch den Lauf des Planeten auf dem Epizykel zum Ausdruck gelangt.

b) Die Nachprüfung ergibt als mittleren Ort der Sonne für $877^a 145^d 13^h$: $\nearrow 20^0 58' 52''$, für $881^a 215^d 9^h$: $\approx 28^0 50' 19''$, für $885^a 311^d 10^h$: $\Pi\, 2^0 31' 43''$.

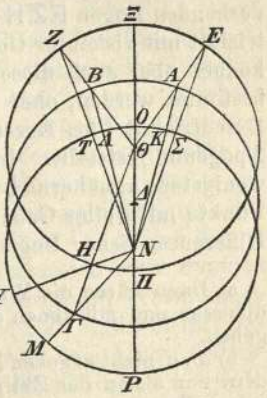
Die Zwischenzeiten betragen

zwischen erster und zweiter: $4^a 69^d 20^h$; Ha 215
zwischen zweiter und dritter: $4^a 96^d 1^h$.

Nach Abzug ganzer Kreise ergibt die Rechnung (nach den Spalten der Länge des Mars S. 111 f.)
für die erste Zwischenzeit: Bewegung in Länge $81°44'$,
für die zweite Zwischenzeit: „ „ „ $95°28'$.[a)]

Wenn wir die mittleren Bewegungen nach den nur annähernd angesetzten periodischen Wiederkehren in Rechnung ziehen[b)], so wird dies bei der verhältnismäßig kurzen Zeit, die in Frage kommt, keinen beträchtlichen Unterschied ausmachen. Hei 323

Endlich ist klar, daß nach Abzug ganzer Kreise der scheinbare Planet sich bewegt hat in der
ersten Zwischenzeit (von ♈ $21°$ bis ♌ $28°50'$) $67°50'$,
zweiten Zwischenzeit (von ♌ $28°50'$ bis ♐ $2°34'$) $93°44'$.



Es seien also in der Ebene der Ekliptik drei gleichgroße Kreise beschrieben. Derjenige, welcher den Mittelpunkt des Epizykels des Mars trägt, sei der Kreis ΑΒΓ um das Zentrum Δ, der Exzenter der gleichförmigen Bewegung sei der Kreis ΕΖΗ um das Zentrum Θ, der mit der Ekliptik konzentrische Kreis sei ΚΛΜ um den Mittelpunkt Ν, ΞΟΠΡ der durch alle drei Zentren gehende Durchmesser. Α sei als der Punkt angenommen, in welchem der Mittelpunkt des Epizykels bei der ersten Opposition stand, Β als der Punkt, in welchem er bei der zweiten stand, Γ als der Punkt, in welchem er bei der dritten stand. Man

a) Die Nachprüfung ergibt $81°43'24''$ und $95°27'29''$.
b) D. h. ohne die Zahlen bis auf die Sexten genau anzugeben. Vgl. I 221, 6.

ziehe die Verbindungslinien ΘAE, ΘBZ, ΘHΓ und NKA, NΛB, NΓM; dann ist

Hei 324 *exb* EZ = 81°44′ des ersten periodischen Intervalls,
„ ZH = 95°28′ „ zweiten „ „ „
Ha 216 *eklb* KΛ = 67°50′ des ersten scheinbaren Intervalls,
6 „ ΛM = 93°44′ „ zweiten „ „ „

Wenn die Exzenterbogen EZ und ZH von den Ekliptikbogen KΛ und ΛM unterspannt würden, so bedürfte es zum Nachweis der Exzentrizität keiner weiteren Untersuchung.[a] Da aber letztere ihrerseits die Bogen AB und BΓ des mittleren Exzenters (auf welchem der Epizykel umläuft) unterspannen, welche nicht gegeben sind[b], da ferner, wenn wir die Verbindungslinien NΣE, NTZ, NHY ziehen, die Exzenterbogen EZ und ZH wieder von den Ekliptikbogen ΣT und TY unterspannt werden, die natürlich gleichfalls nicht gegeben sind, so werden erst die Differenzbogen KΣ, ΛT, MY gegeben sein müssen[c], damit aus den (in der Ekliptik) sich deckenden Bogen EZH und ΣTY das Verhältnis der Exzentrizität mit absoluter Genauigkeit nachgewiesen werde. Nun können aber auch diese (Differenz-) Bogen unmöglich genau bestimmt werden, ohne daß man vorher das Verhältnis der Exzentrizität (des Exzenters um das Zentrum Θ) und das Apogeum feststellt. Indessen werden sie sich (zunächst) wenigstens annähernd bestimmen lassen, auch ohne daß diese Punkte mit voller Genauigkeit vorher gegeben sind, weil die Differenzen jener Bogen nicht groß ausfallen können. So

a) Dann wären die Winkel ΘEN, ΘZN, ΘHN der Anomaliedifferenz und mit ihnen die Exzentrizität ΘN ohne weiteres gegeben.

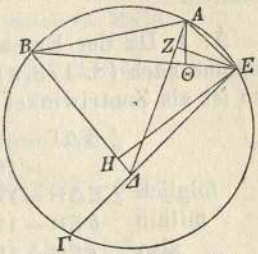
b) D. h. nicht gegeben in Graden des mittleren Exzenters, sondern nur als in der Ekliptik gemessene Bogen der scheinbaren Intervalle.

c) Es sind die in der vierten Spalte der Anomalietabelle (Heib. S. 440) angesetzten Differenzen der Prosthaphäresis der Länge, welche zu den Beträgen der dritten Spalte auf dem erdfernen Halbkreis des Exzenters EΞZ der gleichförmigen Bewegung zu addieren, auf dem erdnahen von ihnen zu subtrahieren sind. Vgl. Anm. 12.

werden wir denn die Berechnung vorläufig unter der Annahme durchführen, daß die Differenz (zwischen den Bogen EZH und KΛM) nicht wesentlich größer sei als die Differenz zwischen den Bogen KΛM und ΣTϒ.

I. Vorläufiger Nachweis der Exzentrizität und des Apogeums.

Der Exzenter des gleichförmigen Laufes[a]) des Mars sei 6
der Kreis ABΓ; A sei angenommen als der Punkt der ersten Hei 325
Opposition, B als der Punkt der zweiten, Γ als der Punkt der dritten. Innerhalb des Kreises sei als der Mittelpunkt der Ekliptik, in welchem sich unser Auge befindet, Δ angenommen. Nun ziehe man durchweg von den drei Punkten der Oppositionen Verbindungslinien nach dem Punkte des Auges — im vorliegenden Fall die Geraden AΔ, BΔ, ΓΔ. Dann verlängere man ausschließlich eine dieser drei Verbindungslinien bis an die gegenüberliegende Peripherie des Exzenters — hier ΓΔ bis E. Zwischen den übrigen zwei Punkten der Oppositionen ziehe man eine Verbindungslinie — in diesem Fall AB. Alsdann ziehe man von dem Schnittpunkte, in welchem der Exzenter von der verlängerten Geraden geschnitten wird — hier von E — Verbindungslinien nach den übrigen zwei Punkten der Oppositionen — hier EA und EB — und fälle auf die von den genannten zwei Punkten nach dem Mittelpunkt der Ekliptik gezogenen Verbindungslinien Lote — hier auf AΔ das Lot EZ, und auf BΔ das Hei 326
Lot EH. Endlich fälle man noch von dem einen der genannten zwei Punkte ein Lot auf die Verbindungslinie, welche von dem andern dieser Punkte nach dem auf dem Exzenter



10 Ha 217

15

20

25

30

a) Es ist zu beachten, daß dieser Exzenter an der vorigen Figur mit EZH und der Mittelpunkt der Ekliptik mit N bezeichnet wurde. Es entsprechen daher die Punkte A, B, Γ den Punkten E, Z, H der vorigen Figur.

liegenden überzähligen Punkt gezogen worden war — hier von A aus auf BE das Lot AΘ.

Wenn wir an der Figur dieser Art die gegebenen Vorschriften immer einhalten, so werden wir finden, wir mögen sie auf diese oder jene Weise erfüllen, daß bei Einsetzung der Zahlen dieselben Verhältnisse herauskommen. Der weitere Gang des Beweises wird sich, von den für den Mars als bekannt vorausgesetzten Bogen ausgehend, folgendermaßen gestalten.

A. 1. Da der Exzenterbogen BΓ der (vorläufigen) Annahme nach (S. 178, 6) $93^0 44'$ der Ekliptik unterspannt, so ist als Zentriwinkel der Ekliptik

Ha 218

$$\begin{aligned} \angle B\Delta\Gamma &= 93^0 44' && \text{wie } 4R = 360^0, \\ &= 187^0 28' && \text{wie } 2R = 360^0, \\ \text{folglich } \angle E\Delta H &= 172^0 32' && \text{als Nebenwinkel,} \\ \text{mithin } b\,EH &= 172^0 32' && \text{wie } \ominus EH\Delta = 360^0, \\ \text{also } s\,EH &= 119^p 45' && \text{wie } h\,\Delta E = 120^p. \end{aligned}$$

Da ferner der (Exzenter-) Bogen BΓ (an sich S. 178, 4) $95^0 28'$ beträgt, so ist als Peripheriewinkel

$$\begin{aligned} \angle BE\Gamma &= 95^0 28' && \text{wie } 2R = 360^0. \\ \text{Nun war } \angle B\Delta E &= 172^0 32' && \text{wie } 2R = 360^0, \quad \text{(s. Z. 15)} \\ \text{folglich } \angle EBH &= 92^0 && \text{als Erg. zu } 360^0 \text{ (im Dreieck),} \\ \text{mithin } b\,EH &= 92^0 && \text{wie } \ominus BHE = 360^0, \\ \text{also } s\,EH &= 96^p 19' && \text{wie } h\,BE = 120^p. \\ \text{Setzt man } EH &= 119^p 45' && \text{wie } h\,\Delta E = 120^p, \\ \text{so wird } BE &= 166^p 29' && \text{in demselben Maße.} \end{aligned}$$

Hei 327

2. Da der ganze Exzenterbogen ABΓ der Annahme nach (S. 178, 5. 6) $161^0 34'$ der Ekliptik, d. i. die Summe der beiden (scheinbaren) Intervalle unterspannt, so ist (als Zentriwinkel der Ekliptik)

$$\begin{aligned} \angle A\Delta\Gamma &= 161^0 34' && \text{wie } 4R = 360^0, \\ \text{folglich } \angle A\Delta E &= 18^0 26' && \text{als Nebenwinkel,} \\ &= 36^0 52' && \text{wie } 2R = 360^0, \\ \text{mithin } b\,EZ &= 36^0 52' && \text{wie } \ominus \Delta ZE = 360^0, \\ \text{also } s\,EZ &= 37^p 57' && \text{wie } h\,\Delta E = 120^p. \end{aligned}$$

Da ferner der Exzenterbogen ABΓ (an sich S. 178, 3. 4) in Summa $177^0 12'$ beträgt, so ist (als Peripheriewinkel) Ha 219

$$\angle AE\Gamma = 177^0 12' \quad \text{wie } 2R = 360^0.$$

Nun war $\angle A\Delta E = 36^0 52'$ wie $2R = 360^0$,
folglich $\angle \Delta AE = 145^0 56'$ als Erg. zu 360^0 (im Dreieck), 5
mithin $b\,EZ = 145^0 56'$ wie $\ominus EZA = 360^0$,
also $s\,EZ = 114^p 44'$ wie $h\,AE - 120^p$.

Setzt man $EZ = 37^p 57'$ wie $h\,\Delta E = 120^p$, Hei 328
so wird $AE = 39^p 42'$ in demselben Maße.

3. Da der Exzenterbogen AB (an sich S. 178, 3) $81^0 44'$ 10
beträgt, so ist (als Peripheriewinkel)

$$\angle AEB = 81^0 44' \quad \text{wie } 2R = 360^0;$$

mithin $\left\{ \begin{array}{ll} b\,A\Theta = & 81^0 44' \\ ,b\,E\Theta = & 98^0 16' \end{array} \right\}$ wie $\ominus A\Theta E = 360^0$,

also $\left\{ \begin{array}{ll} s\,A\Theta = & 78^p 31' \\ ,s\,E\Theta = & 90^p 45' \end{array} \right\}$ wie $h\,AE = 120^p$. 15

Setzt man $AE = 39^p 42'$ wie $h\,\Delta E = 120^p$,
so wird $A\Theta = 25^p 58'$ und $E\Theta = 30^p 2'$.
Nun war $BE = 166^p 29'$ in demselben Maße,

folglich $\Theta B = BE - E\Theta = 136^p 27'$ wie $A\Theta = 25^p 58'$. 20

Ferner ist $\Theta B^2 = 18615^{p^2} 16'$ und $A\Theta^2 = 674^{p^2} 16'$,
folglich $AB^2 = 19289^{p^2} 32'$ als Summe,

mithin $AB = 138^p 53'$ wie $\left\{ \begin{array}{ll} \Delta E = & 120^p \\ AE = & 39^p 42'. \end{array} \right.$ Hei 329

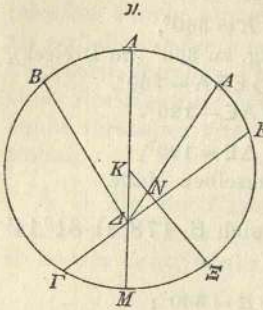
4. Setzt man nun als Sehne, die den Bogen von $81^0 44'$ Ha 220
unterspannt, 26

$$s\,AB = 78^p 31' \quad \text{wie } exdm = 120^p,$$

so wird $\left\{ \begin{array}{ll} \Delta E = & 67^p 50' \\ AE = & 22^p 44' \end{array} \right\}$ in demselben Maße,

also $exb\,AE = 21^0 41'$ (wie $\bigcirc ABΓ = 360^0$), 30
mithin $b\,AE + b\,ABΓ = 198^0 53'$, (s. Z. 1)
folglich $b\,ΓE = 161^0\ 7'$ als Supplementbogen,
also $s\,ΓE = 118^p 22'$ wie $exdm = 120^p$.

B. Wäre die Sehne ΓE gleichgroß wie der Durchmesser des Exzenters gefunden worden, so ist klar, daß auf ihr das Zentrum des Exzenters liegen müßte, und daß sich ohne weiteres das Verhältnis der Exzentrizität herausstellen würde. Da ΓE aber nicht gleichgroß ausgefallen ist, sondern das Segment EABΓ größer als einen Halbkreis gemacht hat, so wird offenbar das Zentrum des Exzenters innerhalb[a] dieses Segments zu liegen kommen.



Es sei demnach als dieses Zentrum der Punkt K angenommen. Man ziehe durch K und Δ den durch beide Zentren gehenden Durchmesser ΛKΔM und fälle von K auf ΓE das Lot KNΞ. Nach dem eben geführten Beweis war

Hei 330

$$\left.\begin{array}{rl} s\,\Gamma E = & 118^p 22' \\ \Delta E = & 67^p 50' \end{array}\right\} \text{ wie } dm\,\Lambda M = 120^p;$$

mithin $\Gamma\Delta = 50^p 32'$ als Differenz.

Nun ist (nach Eukl. III. 35) das aus den Geraden ΔE und ΓΔ gebildete Rechteck gleich dem Rechteck, welches aus den Geraden ΛΔ und ΔM gebildet wird, also

$$\Delta E \cdot \Gamma\Delta = \Lambda\Delta \cdot \Delta M,$$

mithin $\Lambda\Delta \cdot \Delta M = 3427^{p^2} 51'.$

Es ist ferner (nach Eukl. II. 5) die Summe des aus ΛΔ und ΔM gebildeten Rechtecks und des Quadrats von ΔK

Ha 221 gleich dem Quadrat des halben Durchmessers, d. i. gleich dem Quadrat von ΛK (d. i. $= 3600^{p^2}$), also

$$\Lambda\Delta \cdot \Delta M + \Delta K^2 = \Lambda K^2.$$

Nun ist $\Delta K^2 = 3600^{p^2} - 3427^{p^2} 51' = 172^{p^2} 9',$

folglich $\Delta K = 13^p 7'$ wie *exhm* $\Lambda K = 60^p.$

a) Hier habe ich die Lesart des Cod. D wiedergegeben. Vgl. Heib. S. 365, 5.

Hiermit ist die Verbindungslinie zwischen den Zentren (der Ekliptik und des Exzenters) gefunden.

C. Es war nachgewiesen worden, daß (ΓE gleich $118^p 22'$, also) die Hälfte von ΓE, d. i. (nach Eukl. III. 5)

$$\left.\begin{aligned} \Gamma N &= 59^p 11' \\ \Gamma \Delta &= 50^p 32' \end{aligned}\right\} \text{ wie } dm\, \Lambda M = 120^p,$$

folglich $\Delta N = \Gamma N - \Gamma \Delta = 8^p 39'$ wie $\Delta K = 13^p 7'$.

Setzt man $h\,\Delta K = 120^p$,
so wird $s\,\Delta N = 79^p\ 8'$ in diesem Maße,
also $b\,\Delta N = 82^\circ 30'$ wie $\circlearrowleft \Delta NK = 360^\circ$,
mithin $\angle \Delta KN = 82^\circ 30'$ wie $2R = 360^\circ$,
$= 41^\circ 15'$ wie $4R = 360^\circ$,
folglich $b\,M\Xi = 41^\circ 15'$, weil ΔKN Zentriwinkel.

Nun ist $b\,\Gamma M\Xi = 80^\circ 34'$ als $\frac{1}{2}\, b\,\Gamma\Xi E$, (S. 181, 32)
folglich $b\,\Gamma M = 39^\circ 19'$ als Differenz.

Hiermit ist zunächst der (Exzenter-)Bogen gefunden, welcher

a) die Entfernung des Ortes der dritten Opposition ($\text{♐}\, 2^\circ 34'$) bis zu dem Perigeum (M) mißt. Weiter ergibt sich

b) die Entfernung des Ortes der zweiten Opposition ($\text{♌}\, 28^\circ 50'$) bis zu dem Apogeum (Λ). Da (S. 178, 4) der Annahme nach

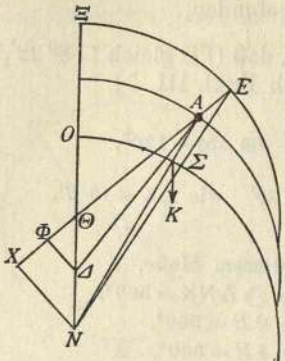
$$b\,B\Gamma = 95^\circ 28' \text{ (und } b\,\Gamma M = 39^\circ 19'),$$
so ist $b\,B\Lambda = 180^\circ - [b\,B\Gamma + b\,\Gamma M]$,
$= 45^\circ 13'$.

c) die Entfernung des Ortes der ersten Opposition ($\Pi\, 21^\circ$) bis zu dem Apogeum. Da (S. 178, 3) der Annahme nach

$$b\,AB = 81^\circ 44' \text{ (und } b\,B\Lambda = 45^\circ 13'),$$
so ist $b\,A\Lambda = b\,AB - b\,B\Lambda$,
$= 36^\circ 31'$.

5 Hei 331 10 15 20 25 30

II. Nachweis der Differenzbogen.



Die vorstehend gefundenen Bogen sollen gegeben sein. Die aus ihnen sich ergebenden Differenzen mit den für jede Opposition gesuchten Ekliptikbogen wollen wir nun auf folgendem Wege zu ermitteln suchen.

Hei 332 6 Ha 222 10

A. Es sei aus der oben vorgelegten Figur der drei Oppositionen die Zeichnung der ersten Opposition für sich allein herausgehoben. Nachdem man noch die Verbindungslinie AΔ gezogen, fälle man von den Punkten Δ und N auf die Verlängerung von AΘ die Lote ΔΦ und NX.

1. folglich $\measuredangle$ E Θ Ξ = b Ξ E = 36° 31′, (s. S. 183, 31 b A Λ)
wie $4R = 360°$,

folglich = 73° 2′ wie $2R = 360°$,

folglich auch $\measuredangle$ Δ Θ Φ = 73° 2′ als Scheitelwinkel,

mithin b Δ Φ = 73° 2′, b Φ Θ = 106° 58′ wie $\odot$ Δ Φ Θ = 360°,

also s Δ Φ = 71ᵖ 25′, s Φ Θ = 96ᵖ 27′ wie h Δ Θ = 120ᵖ.

Hei 333 Setzt man ΔΘ = 6ᵖ 33′ 30″ wie *exhm* ΔA = 60ᵖ, (als ½ ΘN, vgl. S. 182, 32)

so wird ΔΦ = 3ᵖ 54′ und ΦΘ = 5ᵖ 16′.

Nun ist $\Delta A^2 - \Delta\Phi^2 = A\Phi^2$,

mithin AΦ = 59ᵖ 52′ in demselben Maße.

2. Es ist ferner (weil ΘΔ = ΔN)

ΦX = ΦΘ, NX = 2 ΔΦ (Eukl. VI. 2. 4)

mithin AX = AΦ + ΦX = 65ᵖ 8′, NX (= 2 ΔΦ) = 7ᵖ 48′ (wie ΔA = 60ᵖ).

(Nun ist $AX^2 + NX^2 = AN^2$)
mithin $h\,AN = 65^p 36'$ in demselben Maße.

Setzt man $h\,AN = 120^p$,
so wird $s\,NX = 14^p 16'$ in diesem Maße,
also $b\,NX = 13° 40'$ wie $\sphericalangle NXA = 360°$,
folglich $\angle NAX = 13° 40'$ wie $2R = 360°$.

3. Setzt man nun, wie oben (in dem Maße von $\Delta A = \Theta E$) nachgewiesen, Ha 223

$$\text{so wird} \begin{cases} NX = 7^p 48' & \text{wie } exhm\ \Theta E = 60^p, \\ X\Theta = 2\Phi\Theta = 10^p 32' \\ XE = X\Theta + \Theta E = 70^p 32' \end{cases} \text{in diesem Maße.}$$

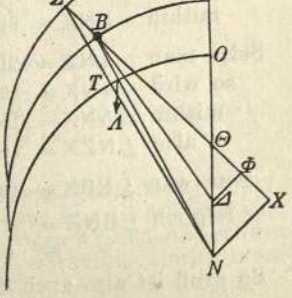
(Nun ist $XE^2 + NX^2 = NE^2$)
mithin $h\,NE = 71^p$ in demselben Maße.

Setzt man $h\,NE = 120^p$,
so wird $s\,NX = 13^p 10'$ in diesem Maße,
mithin $b\,NX = 12° 36'$ wie $\sphericalangle NXE = 360°$,
also $\angle NEX = 12° 36'$ wie $2R = 360°$.

Nun war $\angle NAX = 13° 40'$ wie $2R = 360°$, Hei 334
folglich $\angle ANE = 1° 4'$ als Differenz, (Eukl. I. 32)
$= 0° 32'$ wie $4R = 360°$.

So groß ist also auch der Ekliptikbogen $K\Sigma$.

B. Es sei die ähnliche Figur mit der Zeichnung der zweiten Opposition vorgelegt.



1. $b\,\Xi Z = 45°13'$,
(s. S. 183, 26 $b\,B\Lambda$)
mithin $\angle Z\Theta\Xi = 45°13'$
wie $4R = 360°$,
$= 90°26'$
wie $2R = 360°$;
folglich $\angle \Delta\Theta\Phi = 90°26'$
als Scheitelwinkel,

$$\text{mithin} \begin{cases} b\,\Delta\Phi = 90°26' \\ b\,\Phi\Theta = 89°34' \end{cases}$$
wie $\sphericalangle \Delta\Phi\Theta = 360°$,

also $\left\{\begin{array}{l} s\,\Delta\Phi = 85^{\mathrm{p}}\,10' \\ s\,\Phi\Theta = 84^{\mathrm{p}}\,32' \end{array}\right\}$ wie $h\,\Delta\Theta = 120^{\mathrm{p}}$.

Hei 335 Ha 224 Setzt man $\Delta\Theta = 6^{\mathrm{p}}33'30''$ wie *exhm* $\Delta B = 60^{\mathrm{p}}$,
so wird $\Delta\Phi = 4^{\mathrm{p}}39'$ und $\Phi\Theta = 4^{\mathrm{p}}38'$.

Nun ist $\Delta B^2 - \Delta\Phi^2 = B\Phi^2$,
mithin $B\Phi = 59^{\mathrm{p}}49'$ in demselben Maße.

2. Es ist ferner (weil $\Theta\Delta = \Delta N$)

$$\left.\begin{array}{l} \Phi X = \Phi\Theta \\ NX = 2\Delta\Phi \end{array}\right\} \text{(Eukl. VI. 2. 4)}$$

mithin $\left\{\begin{array}{ll} BX = B\Phi + \Phi X = & 64^{\mathrm{p}}\,27' \\ NX\,(= 2\Delta\Phi) = & 9^{\mathrm{p}}\,18' \end{array}\right\}$ (wie $\Delta B = 60^{\mathrm{p}}$).

(Nun ist $BX^2 + NX^2 = BN^2$)
mithin $h\,BN = 69^{\mathrm{p}}\ 6'$ in demselben Maße.

Setzt man $h\,BN = 120^{\mathrm{p}}$,
so wird $s\,NX = 17^{\mathrm{p}}\ 9'$ in diesem Maße,
mithin $b\,NX = 16^{\circ}26'$ wie $\ominus\, NXB = 360^{\circ}$,
folglich $\angle\, NBX = 16^{\circ}26'$ wie $2R = 360^{\circ}$.

3. Setzt man, wie oben (in dem Maße von $\Delta B = \Theta Z$) nachgewiesen,

$NX = 9^{\mathrm{p}}18'$ wie *exhm* $\Theta Z = 60^{\mathrm{p}}$,

so wird $\left\{\begin{array}{ll} X\Theta = 2\Phi\Theta = & 9^{\mathrm{p}}16' \\ XZ = X\Theta + \Theta Z = & 69^{\mathrm{p}}16' \end{array}\right\}$ in diesem Maße.

(Nun ist $XZ^2 + NX^2 = NZ^2$)
mithin $h\,NZ = 69^{\mathrm{p}}52'$ in demselben Maße.

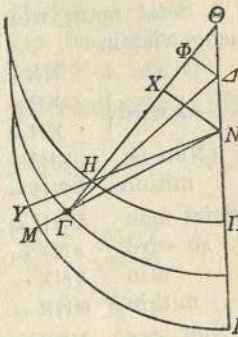
Setzt man $h\,NZ = 120^{\mathrm{p}}$,
so wird $s\,NX = 16^{\mathrm{p}}$ in diesem Maße,
mithin $b\,NX = 15^{\circ}20'$ wie $\ominus\, NXZ = 360^{\circ}$,
also $\angle\, NZX = 15^{\circ}20'$ wie $2R = 360^{\circ}$.

Hei 336 Nun war $\angle\, NBX = 16^{\circ}26'$ wie $2R = 360^{\circ}$,
folglich $\angle\, BNZ = 1^{\circ}\ 6'$ als Differenz, (Eukl. I. 32)
$= 0^{\circ}33'$ wie $4R = 360^{\circ}$.

So groß ist also auch der Ekliptikbogen ΛT.

Bei der ersten Opposition hatten wir den Bogen $K\Sigma$ mit $0^0 32'$ gefunden. Es ist demnach klar, daß das theoretisch Ha 225 auf den Exzenter bezogene erste Intervall (EZ) um die beiden Bogenstücke ($K\Sigma + \Lambda T$), d. i. um $1^0 5'$, größer sein muß als das scheinbare ($K\Lambda = 67^0 50'$) und somit $68^0 55'$ betragen wird.[a]

C. Es sei nun auch die Figur der dritten Opposition vorgelegt.



1. $b\,\Pi H = 39^0 19'$, (s. S. 183, 15 $b\,\Gamma M$)

folglich $\angle\,\Pi\Theta H = 39^0 19'$ wie $4R = 360^0$,

$= 78^0 38'$ wie $2R = 360^0$,

mithin $\left\{ \begin{array}{l} b\,\Delta\Phi = 78^0 38' \\ ,b\,\Phi\Theta = 101^0 22' \end{array} \right\}$ wie $\ominus\,\Delta\Phi\Theta = 360^0$,

also $\left\{ \begin{array}{l} s\,\Delta\Phi = 76^p 2' \\ ,s\,\Phi\Theta = 92^p 50' \end{array} \right\}$ wie $h\,\Delta\Theta = 120^p$.

Setzt man $vbl\,\Delta\Theta = 6^p 33' 30''$ wie $exhm\,\Delta\Gamma = 60^p$, Hei 337
so wird $\Delta\Phi = 4^p 9'$ und $\Phi\Theta = 5^p 4'$.

Nun ist $\Delta\Gamma^2 - \Delta\Phi^2 = \Gamma\Phi^2$,
mithin $\Gamma\Phi = 59^p 51'$ in demselben Maße.

2. Es ist ferner (weil $\Theta\Delta = \Delta N$)

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi X = \Phi\Theta \\ NX = 2\Delta\Phi \end{array} \right\} \text{(Eukl. VI. 2. 4)}$$

$$\text{mithin} \left\{ \begin{array}{l} \Gamma X = \Gamma\Phi - \Phi X = 54^p 47' \\ NX = 2\Delta\Phi \quad\quad = 8^p 18' \end{array} \right\} \text{(wie } \Delta\Gamma = 60^p\text{)}.$$

a) Der Exzenterbogen EZ des mittleren Laufs (s. Fig. S. 177), welcher in der Ekliptik gemessen unter dem $\angle\,\Sigma NT$ erscheint, muß um die beiderseitigen Differenzbogen $K\Sigma$ und ΛT größer erscheinen als das unter dem $\angle\,KN\Lambda$ erscheinende erste Intervall AB.

(Nun ist $\Gamma X^2 + NX^2 = \Gamma N^2$)
mithin $h\,\Gamma N = 55^p 25'$ in demselben Maße.

Setzt man $h\,\Gamma N = 120^p$,
so wird $s\,NX = 17^p 59'$ in diesem Maße,
also $b\,NX = 17^0 14'$ wie $\ominus\, NX\Gamma = 360^0$,
folglich $\angle\, N\Gamma X = 17^0 14'$ wie $2R = 360^0$.

Ha 226 3. Setzt man, wie oben (in dem Maße von $\Delta\Gamma = \Theta H$) nachgewiesen,

so wird $\begin{cases} NX = 8^p 18' & \text{wie } exhm\,\Theta H = 60^p, \\ X\Theta = 2\Phi\Theta = 10^p\ 8' \\ XH = \Theta H - X\Theta = 49^p 52' \end{cases}$ in diesem Maße.

(Nun ist $XH^2 + NX^2 = NH^2$)
Hei 338 mithin $h\,NH = 50^p 33'$ in demselben Maße.

Setzt man $h\,NH = 120^p$,
so wird $s\,NX = 19^p 42'$ in diesem Maße,
also $b\,NX = 18^0 54'$ wie $\ominus\, NXH = 360^0$,
mithin $\angle\, NHX = 18^0 54'$ wie $2R = 360^0$.

Nun war $\angle\, N\Gamma X = 17^0 14'$ wie $2R = 360^0$,
folglich $\angle\, \Gamma NH = 1^0 40'$ als Differenz, (Eukl. I. 32)
$= 0^0 50'$ wie $4R = 360^0$.

So groß ist also auch der Ekliptikbogen MY.

Bei der zweiten Opposition hatten wir den Bogen AT mit $0^0 33'$ gefunden. Es ist demnach klar, daß das theoretisch auf den Exzenter bezogene zweite Intervall (ZH) um die beiden Bogenstücke $(AT + MY)$, d. i. um $1^0 23'$, kleiner sein muß als das scheinbare $(AM = 93^0 44')$ und somit $92^0 21'$ betragen wird.[a]

III. Wiederaufnahme des Beweisverfahrens.

A. Unter Einsetzung der für die beiden (scheinbaren) Intervalle gewonnenen Ekliptikbogen (ΣT und TY) und der

a) Der Exzenterbogen des mittleren Laufs ZH (s. Fig. S. 177), in der Ekliptik von dem $\angle$ TNY gemessen, muß um die beiderseitigen Differenzbogen AT und MY kleiner erscheinen als das unter dem $\angle$ ANM erscheinende zweite Intervall BΓ.

auf dem Exzenter (für die beiden periodischen Intervalle) natürlich wieder von vornherein gegebenen Bogen (EZ und ZH) nahmen wir das oben (S. 179) erklärte Verfahren (I), mit welchem wir das Apogeum und das Verhältnis der Exzentrizität nachweisen, wieder auf und fanden folgende Endergebnisse, auf deren Mitteilung wir uns beschränken, um nicht durch Wiederholung derselben Beweisgänge den Kommentar zu stark zu belasten. Wir erhielten

1. Die Verbindungslinie zwischen den Zentren Hei 339
$\Delta K = 11^p 50'$ wie $exhm = 60^p$ (statt $13^p 7'$ S. 182,32);

2. die Entfernung von dem Orte der dritten Opposition bis zum Perigeum, d. i.
$exb\,\Gamma M = 45°33'$ (statt $39°19'$ S. 183,15).

Hieraus ergibt sich weiter Ha 227

3. $exb\,B\Lambda = 38°59'$ (statt $45°13'$ S. 183,26),
4. $exb\,A\Lambda = 42°45'$ (statt $36°31'$ S. 183,31).

B. Dadurch, daß wir nun wieder diese Werte bei den Nachweisen (II ABC) für jede Opposition einsetzten, fanden wir schließlich die genauen Größenbeträge eines jeden der gesuchten (Differenz-)Bogen, und zwar

1. $b\,K\Sigma = 0°28'$ (statt $0°32'$ S. 185,20),
2. $b\,\Lambda T = 0°28'$ (statt $0°33'$ S. 186,31),
3. $b\,MY = 0°40'$ (statt $0°50'$ S. 188,20).

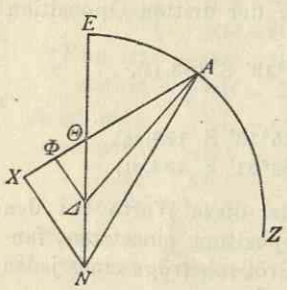
Nun addierten wir die Beträge für die erste und die zweite Opposition und fügten die erhaltene Summe $0°56'$ zu den $67°50'$ des Ekliptikbogens (KΛ) des ersten (scheinbaren) Intervalls. Somit erhielten wir das theoretisch auf den Exzenter bezogene Intervall (EZ) genau mit $68°46'$ (statt $68°55'$ S. 187,5).

Ebenso addierten wir die Beträge für die zweite und die dritte Opposition und zogen den erhaltenen Betrag $1°8'$ ab von den scheinbaren $93°44'$ des Ekliptikbogens (ΛM) des zweiten Intervalls. Somit fanden wir wieder das theoretisch auf den Exzenter bezogene Intervall (ZH) genau mit $92°36'$ (statt $92°21'$ S. 188,27).

C. Von diesen Werten ausgehend, schritten wir schließlich unter nochmaliger Anwendung desselben Beweisverfahrens (I) zu der endgültig genauen Bestimmung des Verhältnisses der Exzentrizität und des Apogeums und fanden

Hei 340 1. *vbl* $\Delta K = 12^p$ wie *exhm* $\Lambda K = 60^p$ (statt $11^p 50'$ S. 189, 10),
6 2. *exb* $\Gamma M = 44°21'$ (statt $45°33'$ S. 189, 13),
3. *exb* $B\Lambda = 40°11'$ (statt $38°59'$ S. 189, 15), (s. Fig. S. 182)
4. *exb* $A\Lambda = 41°33'$ (statt $42°45'$ S. 189, 16).

IV. Probe der Endergebnisse.



Auf demselben Wege werden wir schließlich klarlegen, daß die durch die Beobachtung gewonnenen scheinbaren Intervalle mit den vorstehend ermittelten zahlenmäßigen Beträgen in Einklang gefunden werden.

Ha 228 A. Es sei die Figur der ersten Opposition vorgelegt, beschränkt auf den Exzenter EZ, auf welchem sich jederzeit der Mittelpunkt des Epizykels bewegt.[a]

1. Es ist (s. oben Z. 8 *b* AΛ)

$$\angle A\Theta E = 41°33' \text{ wie } 4R = 360°,$$
$$= 83°\ 6' \text{ wie } 2R = 360°;$$

folglich auch $\angle \Delta\Theta\Phi = 83°\ 6'$ als Scheitelwinkel,

mithin $\left\{ \begin{array}{l} b\,\Delta\Phi = 83°\ 6' \\ ,b\,\Phi\Theta = 96°54' \end{array} \right\}$ wie $\ominus\, \Delta\Phi\Theta = 360°$,

also $\left\{ \begin{array}{l} s\,\Delta\Phi = 79^p 35' \\ ,s\,\Phi\Theta = 89^p 50' \end{array} \right\}$ wie $h\,\Delta\Theta = 120^p$.

Setzt man $\Delta\Theta = 6^p$ wie $hm\,\Delta A = 60^p$, (s. Z. 5)
Hei 341 so wird $\Delta\Phi = 3^p 58' 30''$ und $\Phi\Theta = 4^p 30'$.

a) Der hier mit EZ bezeichnete Exzenter ist an der Hauptfigur S. 177 der mittelste Kreis, an dem die scheinbaren Örter der drei Oppositionen mit A, B und Γ bezeichnet sind.

Nun ist $\Delta A^2 - \Delta\Phi^2 = A\Phi^2$,
mithin $A\Phi = 59^p 50'$ in demselben Maße.

2. Es ist ferner (weil $\Theta\Delta = \Delta N$)

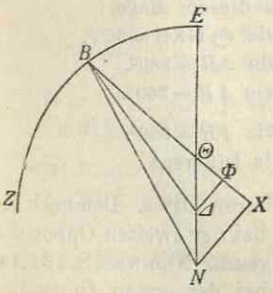
$$\left.\begin{array}{l} \Phi\Theta = \Phi X \\ NX = 2\Delta\Phi \end{array}\right\} \text{(Eukl. VI. 2. 4)}$$

$$\text{mithin} \left\{\begin{array}{ll} AX = A\Phi + \Phi X = & 64^p 20' \\ NX\,(= 2\Delta\Phi) = & 7^p 57' \end{array}\right\} \text{(wie } \Delta A = 60^p\text{)}.$$

(Nun ist $AX^2 + NX^2 = NA^2$)
mithin $h\,NA = 62^p 52'$ in demselben Maße.

Setzt man $h\,NA = 120^p$,
so wird $s\,NX = 14^p 44'$ in diesem Maße,
mithin $b\,NX = 14^\circ\ 6'$ wie $\ominus NXA = 360^\circ$,
also $\angle NAX = 14^\circ\ 6'$ wie $2R = 360^\circ$,
$= 7^\circ\ 3'$ wie $4R = 360^\circ$.

Nun war $\angle A\Theta E = 41^\circ 33'$ wie $4R = 360^\circ$,
folglich $\angle ANE = 34^\circ 30'$ als Differenz. Ha 229



Das ist der Winkel des scheinbaren Ortes, um welchen der Planet bei der ersten Opposition vor dem Apogeum stand.

B. Es sei die entsprechende Figur der zweiten Opposition vorgelegt. Hei 342

1. Es ist (s. S. 190, 7 $b\,B\Lambda$) der Winkel des mittleren Laufs des Epizykels[a])

$\angle B\Theta E = 40^\circ 11'$ wie $4R = 360^\circ$,
$= 80^\circ 22'$ wie $2R = 360^\circ$,
folglich auch $\angle N\Theta X = 80^\circ 22'$ als Scheitelwinkel,

a) Insofern der Epizykelmittelpunkt von der Leitlinie ΘB auf dem die Anomalie bewirkenden Exzenter gleichförmig herumgeführt wird.

mithin $\left\{\begin{array}{l} b\,\Delta\Phi = 80^\circ 22' \\ ,b\,\Phi\Theta = 99^\circ 38' \end{array}\right\}$ wie $\ominus\,\Delta\Phi\Theta = 360^\circ$,

also $\left\{\begin{array}{l} s\,\Delta\Phi = 77^\mathrm{p} 26' \\ ,s\,\Phi\Theta = 91^\mathrm{p} 41' \end{array}\right\}$ wie $h\,\Delta\Theta = 120^\mathrm{p}$.

Setzt man $\Delta\Theta = 6^\mathrm{p}$ wie $hm\,\Delta B = 60^\mathrm{p}$,
so wird $\Delta\Phi = 3^\mathrm{p} 52'$ und $\Phi\Theta = 4^\mathrm{p} 35'$.

Nun ist $\Delta B^2 - \Delta\Phi^2 = B\Phi^2$,
mithin $B\Phi = 59^\mathrm{p} 53'$ in demselben Maße.

2. Es ist ferner (weil $\Theta\Delta = \Delta N$)

Hei 343 11 $\left\{\begin{array}{l} \Phi\Theta = \Phi X \\ NX = 2\Delta\Phi \end{array}\right\}$ (Eukl. VI. 2. 4)

mithin $\left\{\begin{array}{ll} BX = B\Phi + \Phi X = & 64^\mathrm{p} 28' \\ NX\,(= 2\Delta\Phi) = & 7^\mathrm{p} 44' \end{array}\right\}$ (wie $\Delta B = 60^\mathrm{p}$).

(Nun ist $BX^2 + NX^2 = NB^2$)
mithin $h\,NB = 64^\mathrm{p} 56'$ in demselben Maße.

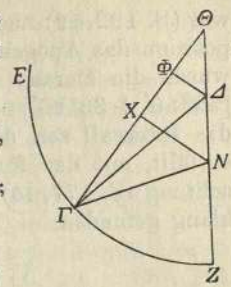
Setzt man $h\,NB = 120^\mathrm{p}$,
so wird $s\,NX = 14^\mathrm{p} 19'$ in diesem Maße,
mithin $b\,NX = 13^\circ 42'$ wie $\ominus\,NXB = 360^\circ$,
also $\angle\,NBX = 13^\circ 42'$ wie $2R = 360^\circ$,
$= 6^\circ 51'$ wie $4R = 360^\circ$.

Ha 230 Nun war $\angle\,B\Theta E = 40^\circ 11'$ wie $4R = 360^\circ$,
folglich $\angle\,BNE = 33^\circ 20'$ als Differenz.

Das ist der Winkel des scheinbaren Ortes. Demnach lag der scheinbare Ort des Planeten bei der zweiten Opposition ebensoviel Grade hinter dem Apogeum. Nun war (S. 191,16) nachgewiesen, daß der Planet bei der ersten Opposition $34^\circ 30'$ vor dem Apogeum stand. Folglich beläuft sich das Intervall von der ersten Opposition bis zur zweiten in Übereinstimmung mit den durch die Beobachtung (S. 177,15) festgestellten Graden in Summa auf $67^\circ 50'$.

C. Es sei nun ebenso die Figur der dritten Opposition vorgelegt.

1. Hier ist (s. S. 190, 6 *b* ΓM) der Winkel des gleichförmigen Laufs des Epizykels[a])



Hei 344

$$\angle \Gamma\Theta Z = 44^\circ 21' \quad \text{wie } 4R = 360^\circ,$$
$$= 88^\circ 42' \quad \text{wie } 4R = 360^\circ;$$

mithin $\left\{ \begin{array}{l} b\,\Delta\Phi = 88^\circ 42' \\ b\,\Phi\Theta = 91^\circ 18' \end{array} \right\}$ wie $\circlearrowleft \Delta\Phi\Theta = 360^\circ$,

also $\left\{ \begin{array}{l} s\,\Delta\Phi = 83^{\mathrm{p}}\,53' \\ s\,\Phi\Theta = 85^{\mathrm{p}}\,49' \end{array} \right\}$ wie $h\,\Delta\Theta = 120^{\mathrm{p}}$.

Setzt man $\Delta\Theta = 6^{\mathrm{p}}$ wie *exhm* $\Delta\Gamma = 60^{\mathrm{p}}$,
so wird $\Delta\Phi = 4^{\mathrm{p}}\,11'\,30''$ und $\Phi\Theta = 4^{\mathrm{p}}\,17'$.

Nun ist $\Delta\Gamma^2 - \Delta\Phi^2 = \Gamma\Phi^2$,
mithin $\Gamma\Phi = 59^{\mathrm{p}}\,51'$ in demselben Maße.

2. Es ist ferner (weil $\Theta\Delta = \Delta N$)

$\left\{ \begin{array}{l} \Phi\Theta = \Phi X \\ NX = 2\,\Delta\Phi \end{array} \right\}$ (Eukl. VI. 2. 4)

mithin $\left\{ \begin{array}{l} \Gamma X = \Gamma\Phi - \Phi X = 55^{\mathrm{p}}\,34' \\ NX\,(= 2\,\Delta\Phi) \quad = 8^{\mathrm{p}}\,23' \end{array} \right\}$ (wie $\Delta\Gamma = 60^{\mathrm{p}}$). Ha 231

(Nun ist $\Gamma X^2 + NX^2 = \Gamma N^2$)
mithin $h\,\Gamma N = 56^{\mathrm{p}}\,12'$ in demselben Maße.

Setzt man $h\,\Gamma N = 120^{\mathrm{p}}$,
so wird $s\,NX = 17^{\mathrm{p}}\,55'$ in diesem Maße,
mithin $b\,NX = 17^\circ 10'$ wie $\circlearrowleft NX\Gamma = 360^\circ$, Hei 345
also $\angle\,\Theta\Gamma N = 17^\circ 10'$ wie $2R = 360^\circ$,
$= 8^\circ 35'$ wie $4R = 360^\circ$.

Nun war $\angle\,\Gamma\Theta Z = 44^\circ 21'$ wie $4R = 360^\circ$,
folglich $\angle\,\Gamma NZ = 52^\circ 56'$ als Summe.

So viel Grade lag demnach der scheinbare Ort des Planeten bei der dritten Opposition vor dem Perigeum. Nun

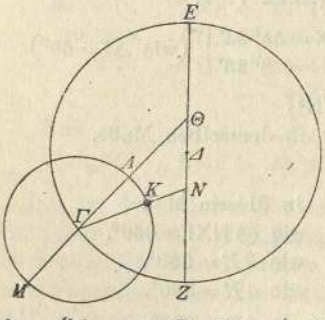
a) D. i. der Zentriwinkel des die Anomalie bewirkenden Exzenters um das Zentrum Θ.

war (S. 192, 22) nachgewiesen, daß er bei der zweiten Opposition das Apogeum $33^0 20'$ hinter sich hatte. Folglich wurde die hieraus sich ergebende Differenz von $(180^0 - [52^0 56' + 33^0 20'] =) 93^0 44'$, d. i. der Betrag, welcher auf das Intervall von der zweiten Opposition bis zur dritten entfällt, mit den für das zweite Intervall durch die Beobachtung (S. 177, 16) festgestellten Graden wieder in Einklang gefunden.

V. Lage des Apogeums.

Der Planet hatte, der Theorie nach auf der Geraden $N\Gamma$ stehend, bei der dritten Opposition den durch die Beobachtung (S. 176, 27) festgestellten Ort $\nearrow 2^0 34'$ inne. Nun wurde als Zentriwinkel der Ekliptik $\angle \Gamma N Z = 52^0 56'$ wie $4R = 360^0$ nachgewiesen; folglich ist klar[a]), daß das Perigeum der Exzentrizität, Punkt Z, in $\bar{\sigma}\ 25^0 30'$ lag und das Apogeum diametral gegenüber in $\mathfrak{S}\ 25^0 30'$.

VI. Feststellung der mittleren Länge und der Anomalie.



Hei 346
Ha 232

Wenn wir um den Mittelpunkt Γ den Epizykel KΛM des Mars beschreiben und die Gerade ΘΓ (bis M) verlängern, so ergibt sich zur Zeit der dritten Opposition

1. die Entfernung des mittleren Ortes des Epizykels von dem Apogeum des Exzenters (um Θ) mit $(180^0 - 44^0 21' =) 135^0 39'$, weil $\angle \Gamma\Theta Z$, welcher (bis zum Perigeum) die Ergänzung zu 180^0 bildet, (S. 190, 6) mit $44^0 21'$ nachgewiesen worden ist;

2. die Entfernung des mittleren Ortes des Planeten von dem Apogeum M des Epizykels, d. i. der Bogen MK, mit $(180^0 - 8^0 35' =) 171^0 25'$, weil (S. 193, 25) $\angle \Theta\Gamma N = 8^0 35'$

a) Weil $52^0 56' - 27^0 26'$ des Schützen $= \bar{\sigma}\ 25^0 30'$.

wie $4R = 360^0$ nachgewiesen worden ist. Da dies ein Zentriwinkel des Epizykels ist, so muß auch der Bogen KΛ, d. i. der Bogen von dem Planeten in K bis zu dem Perigeum Λ, gleich $8^0 35'$ in demselben Maße werden; folglich beträgt der Bogen von dem Apogeum M bis zu dem Planeten als Ergänzung zu 180^0, wie oben gesagt, $171^0 25'$.

So ist uns denn einschließlich der anderen Ergebnisse klar geworden, daß zur Zeit der dritten Opposition, d. i. im zweiten Jahre Antonins am 12/13. ägyptischen Epiphi 2 Äquinoktialstunden vor Mitternacht (27. Mai 139 n. Chr. 10^h abends), der Planet Mars in sog. mittlerer Länge von dem Apogeum ($\leftleftarrows 25^0 30'$) des Exzenters $135^0 39'$ entfernt stand[a], während er in Anomalie von dem Apogeum des Epizykels $171^0 25'$ entfernt war, was nachzuweisen war. Hei 347

Achtes Kapitel.

Nachweis der zahlenmäßigen Größe des Epizykels des Mars.

Da es unsere nächste Aufgabe ist, das zahlenmäßige Größenverhältnis des Epizykels nachzuweisen, so wählten wir für diesen Zweck eine Beobachtung, welche wir ungefähr drei Tage nach der dritten Opposition, d. i. im zweiten Jahre Antonins am 15/16. ägyptischen Epiphi 3 Äquinoktialstunden vor Mitternacht (30. Mai 139 n. Chr. 9^h abends) am Diopter angestellt haben: nach Maßgabe des Astrolabs kulminierte $\simeq 20^0$, während der mittlere Ort der Sonne damals[b] $\Pi 5^0 27'$ war. Als der Stern in der Kornähre (Spika) mit Bezug auf seinen eigenen Ort ($\mathfrak{M} 26^0 40'$) anvisiert wurde, ergab sich als der scheinbare Ort des Mars $\nearrow 1^0 36'$. Gleichzeitig hatte der Planet von dem Zentrum des Mondes in der Richtung der Zeichen einen scheinbaren (östlichen) Ha 233 16 20 25

a) Der mittlere Ort war demnach der scheinbare Ort (S. 176 27) $\nearrow 2^0 34' + \angle \Theta\Gamma N$, d. i. $\nearrow 11^0 9'$.

b) Für $885^a 314^d 9^h$ ergibt die Nachprüfung $\Pi 5^0 27' 31''$, d. i. im Apogeum, wo die Anomaliedifferenz $= 0$.

Abstand von ebenfalls $1^0 36'$. Es war damals[a] (nach den Mondtafeln berechnet)

der mittlere Ort des Mondes	♐ $4^0 20'$
Hei 348 seine Entfernung in Anomalie vom Apogeum des Epizykels	$92^0\ 0'$
demnach der genaue Ort	♏ $29^0 20'$
der scheinbare Ort[b]	♐ $0^0\ 0'$.

Mithin stand auch von dieser (rechnerischen) Seite betrachtet damals der Mars im Einklang mit der durch die Anvisierung gefundenen Stelle in ♐ $1^0 36'$, so daß natürlich seine Entfernung von dem Perigeum gegen die Richtung der Zeichen (von ♉ $25^0 30'$ bis ♐ $1^0 36'$) $53^0 54'$ betrug.

Nun beträgt in der Zwischenzeit (von $2^d 23^h$) zwischen der dritten Opposition (27. Mai 10^h abends) und dieser Beobachtung seine Bewegung in Länge $1^0 32'$, in Anomalie Ha 234 etwa $1^0 21'$.[c] Wenn wir diese Beträge zu den Örtern, welche wir für die zugrunde gelegte Opposition (S. 194, 28.33) nachgewiesen hatten, addieren, so werden wir zur Zeit dieser (späteren) Beobachtung die Entfernung des Mars von dem Apogeum des Exzenters in Länge mit $(135^0 39' + 1^0 32' =)$ $137^0 11'$ und die Entfernung von dem Apogeum des Epizykels in Anomalie mit $(171^0 25' + 1^0 21' =) 172^0 46'$ erhalten.

Diese Zahlen sollen gegeben sein. Der den Mittelpunkt des Epizykels tragende Exzenter sei der Kreis ABΓ um das Zentrum Δ und den Durchmesser AΔΓ, auf welchem als der Mittelpunkt der Ekliptik der Punkt E und als das Zentrum der größeren Exzentrizität der Punkt Z angenommen

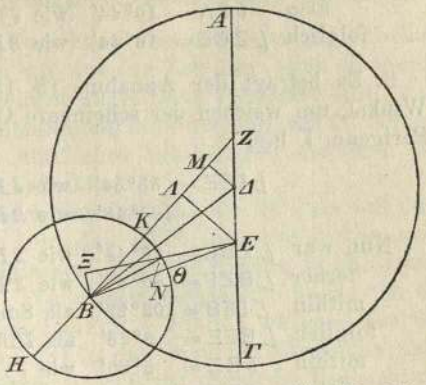
---

a) Die Nachprüfung ergibt als den mittleren Ort in Länge ♐ $4^0 33' 21''$, in Anomalie $92^0 12' 30''$ (vgl. S. 147 Anm. a)). Der Mond stand bei der mittleren Elongation von $178^0 55'$ kurz vor der Phase des Vollmondes. Da die Differenz der einfachen Anomalie bei 92^0 Entfernung vom Apogeum ihrem negativen Maximum nahekommt, so ist sie mit rund -5^0 angenommen.

b) Da der Mond östlich des Meridians stand, so wirkte die Längenparallaxe in der Richtung der Zeichen.

c) Die Nachprüfung ergibt für $2^d 23^h$ in Länge $1^0 33' 1''$, in Anomalie $1^0 21' 55''$.

sei. Nachdem man um B den Epizykel HΘK beschrieben, ziehe man die Geraden ZKBH, EΘB, ΔB und fälle auf die Gerade ZB die Lote EΛ, ΔM. Der Planet soll in Punkt N des Epizykels angenommen sein. Nun ziehe man noch die Verbindungslinien EN, BN und fälle auf die Verlängerung von EN von B aus das Lot BΞ.



Hei 349 5

10

15

1. Da die (mittlere) Entfernung des Planeten von dem Apogeum des Exzenters $137^0\,11'$ beträgt, so ist als die Ergänzung zu 180^0

$$\begin{aligned} \angle BZ\Gamma &= 42^0\,49' && \text{wie } 4R = 360^0, \\ &= 85^0\,38' && \text{wie } 2R = 360^0; \end{aligned}$$

20

$$\text{mithin} \left\{ \begin{array}{l} b\,\Delta M = 85^0\,38' \\ {}_b MZ = 94^0\,22' \end{array} \right\} \text{ wie } \ominus \Delta MZ = 360^0,$$

$$\text{also} \left\{ \begin{array}{l} s\,\Delta M = 81^p\,34' \\ {}_s MZ = 88^p\ 1' \end{array} \right\} \text{ wie } h\,\Delta Z = 120^p.$$

Ha 235 Hei 350

Setzt man $vbl\,\Delta Z = 6^p$ wie $exhm\,\Delta B = 60^p$, 26

so wird $\Delta M = 4^p 5'$ und $MZ = 4^p 24'$.

Nun ist $\Delta B^2 - \Delta M^2 = BM^2$,

mithin $BM = 59^p 52'$ in demselben Maße.

2. Es ist ferner (weil $Z\Delta = \Delta E$)

30

$$\left. \begin{array}{l} MZ = M\Lambda \\ E\Lambda = 2\,\Delta M \end{array} \right\} \text{ (Eukl. VI. 2. 4)}$$

$$\text{mithin} \left\{ \begin{array}{ll} B\Lambda = BM - M\Lambda = 55^p 28' \\ E\Lambda\ (= 2\Delta M) \quad = 8^p 10' \end{array} \right\} \text{ (wie } \Delta B = 60^p).$$

(Nun ist $B\Lambda^2 + E\Lambda^2 = BE^2$)

35

mithin $hBE = 56^p\ 4'$ in demselben Maße.

Setzt man $hBE = 120^p$,
so wird $sE\Lambda = 17^p 28'$ in diesem Maße,
also $bE\Lambda = 16^\circ 44'$ wie $\ominus E\Lambda B = 360^\circ$,
folglich $\angle ZBE = 16^\circ 44'$ wie $2R = 360^\circ$.

3. Es beträgt der Annahme (S. 196, 12) nach als der Winkel, um welchen der scheinbare Ort des Mars vor dem Perigeum Γ lag,

$\angle \Gamma E\Xi = 53^\circ 54'$ wie $4R = 360^\circ$,
$= 107^\circ 48'$ wie $2R = 360^\circ$.

Nun war $\angle ZBE = 16^\circ 44'$ wie $2R = 360^\circ$,
ferner $\angle BZ\Gamma = 85^\circ 38'$ wie $2R = 360^\circ$ nach Annahme,
mithin $\angle \Gamma EB = 102^\circ 22'$ als Summe,
folglich $\angle BE\Xi = 5^\circ 26'$ als Differenz, $(\angle \Gamma E\Xi - \angle \Gamma EB)$
Hei 351 mithin $bB\Xi = 5^\circ 26'$ wie $\ominus B\Xi E = 360^\circ$,
also $sB\Xi = 5^p 41'$ wie $hBE = 120^p$.

Setzt man $BE = 56^p\ 4'$ wie $exhm = 60^p$, (s. S. 197, 35)
so wird $B\Xi = 2^p 39'$ in diesem Maße.

Ha 236 4. Da der Punkt N von dem Apogeum H des Epizykels $172^\circ 46'$, mithin von dem Perigeum K $7^\circ 14'$ entfernt lag, so ist

$\angle KBN = 7^\circ 14'$ wie $4R = 360^\circ$,
$= 14^\circ 28'$ wie $2R = 360^\circ$.

Nun war $\angle KB\Theta = 16^\circ 44'$ wie $2R = 360^\circ$; (s. Z. 10)
mithin $\angle NB\Theta = 2^\circ 16'$ als Differenz.

(Es war ferner $\angle BE\Xi = 5^\circ 26'$ wie $2R = 360^\circ$)
folglich $\angle \Xi NB = 7^\circ 42'$ als Summe,
mithin $bB\Xi = 7^\circ 42'$ wie $\ominus B\Xi N = 360^\circ$,
also $sB\Xi = 8^p\ 3'$ wie $hBN = 120^p$.

Setzt man $B\Xi = 2^p 39'$ wie $exhm = 60^p$,
so wird $BN = 39^p 30'$ als $ephm$.

Folglich beträgt das Verhältnis des Exzenterhalbmessers zu dem Epizykelhalbmesser $60_p : 39^p 30'$, was zu finden als Aufgabe gestellt war.

Neuntes Kapitel.

Korrektion der periodischen Bewegungen des Mars.

Zum Zweck der Korrektion der mittleren periodischen Bewegungen wählten wir aus der Zahl der alten Beobachtungen eine, nach welcher zuverlässig versichert wird, daß im 13ten Jahre der Zeitrechnung des Dionysius, am 26. Ägon[a] früh, der Mars den nördlichen Stern (β) in der Stirn des Skorpions scheinbar bedeckte. Hei 352

Die Zeit der Beobachtung fällt in das 52te Jahr seit dem Tode Alexanders, d. i. in das 476te Jahr seit Nabonassar, auf den 20/21. ägyptischen Athyr frühmorgens (18. Januar 272 v. Chr. 6^h früh). Zu diesem Zeitpunkt[b] finden wir die Sonne nach mittlerem Lauf in $\approx 23^0 54'$, während der Ort des nördlichen Sterns (β) in der Stirn des Skorpions nach unseren Anfangspunkten in $\mathfrak{m}\, 6^0 20'$ durch die Beobachtung festgestellt worden ist. Da die 409 Jahre von der Beobachtung bis zum Regierungsantritt Antonins (476 bis 885 Nab.) einen Fortschritt der Fixsternsphäre von ungefähr $4^0 5'$ bedingen, so mußte zur Zeit der mitgeteilten Beobachtung der (bezeichnete) Fixstern (β), und somit natürlich auch der Mars, in $\mathfrak{m}\, 2^0 15'$ (d. i. $4^0 5'$ zurück) stehen. Da ferner zu unserer Zeit, d. i. bei dem Regierungsantritt Antonins, das Apogeum des Mars in $\mathfrak{S}\, 25^0 30'$ lag, so mußte es zur Zeit der Beobachtung in $\mathfrak{S}\, 21^0 25'$ liegen. Somit ist klar, daß der scheinbare Planet damals von dem Apogeum eine Entfernung ($\mathfrak{S}\, 21^0 25'$ bis $\mathfrak{m}\, 2^0 15'$) von $100^0 50'$ hatte, während die mittlere Sonne von demselben Apogeum ($\mathfrak{S}\, 21^0 25'$ bis $\approx 23^0 54'$) $182^0 29'$, mithin von dem Perigeum natürlich $2^0 29'$ entfernt war. Ha 237 Hei 353

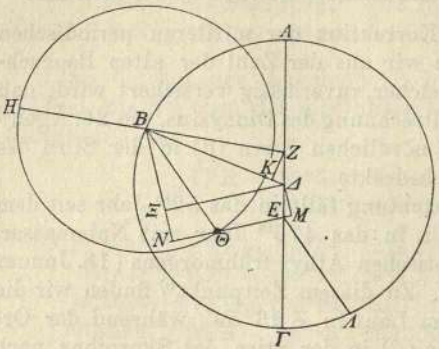
Diese Zahlen sollen gegeben sein. Der den Mittelpunkt des Epizykels tragende Exzenter sei der Kreis ABΓ um das

---

a) So mit Böckh statt 25. Ägon; s. Anm. 6.

b) Für $475^a 79^d 18^h$ ergibt die Nachprüfung nur $\approx 23^0 52' 13''$. Aber die Stunde 6^h früh wird nicht nur S. 202, 32 durch die Zwischenzeit bis zur dritten Opposition bedingt, sondern auch S. 203, 12 durch die seit der Epoche verflossene Zeit.

Zentrum Δ und den Durchmesser $A\Delta\Gamma$, auf welchem als der Mittelpunkt der Ekliptik der Punkt E und als das Zentrum der größeren Exzentrizität der Punkt Z angenommen sei. Nachdem man um B den Epizykel $H\Theta$ beschrieben, ziehe man die Verbindungslinien ZBH, ΔB und fälle von Z auf ΔB das Lot ZK. Der Planet soll in dem Punkt Θ des Epizykels angenommen sein. Nun ziehe man die Verbindungslinie $B\Theta$ und parallel zu ihr von E aus die Gerade $E\Lambda$, auf welcher natürlich nach den früher (S. 175, 1) gegebenen Erläuterungen der Theorie nach der mittlere Ort der Sonne liegen wird. Nachdem man noch die Verbindungslinie $E\Theta$ gezogen, fälle man auf dieselbe (bzw. auf ihre Verlängerung) von Δ und B aus die Lote ΔM und BN, sowie endlich von Δ aus auf BN das Lot $\Delta\Xi$, so daß die Figur $\Delta MN\Xi$ ein rechtwinkliges Parallelogramm wird.[a]



Hei 354
Ha 238

1. Als der Winkel des scheinbaren Ortes des Planeten von dem Apogeum aus, sowie (Zeile 29) als der Winkel des mittleren Ortes der Sonne ist (s. S. 199, 24. 27)

$$\begin{aligned} \angle AE\Theta &= 100^\circ 50' \text{ wie } 4R = 360^\circ, \\ \angle \Gamma E\Lambda &= 2^\circ 29' \text{ wie } 4R = 360^\circ; \\ \text{mithin } \angle \Theta E\Lambda &= 81^\circ 39' \text{ wie } 4R = 360^\circ,^{b)} \\ &= 163^\circ 18' \text{ wie } 2R = 360^\circ, \end{aligned}$$

a) Damit bei M ein rechter Winkel möglich werde, muß der Epizykel an der Figur das gegebene Maß überschreiten. Die Figur des Originals zeigt, daß dies bei einem kleineren Epizykel nicht möglich ist. Zur Fig. s. Anm. 9.

b) $\angle \Theta E\Lambda = (180^\circ - \angle AE\Theta) + \angle \Gamma E\Lambda$, d. i. $79^\circ 10' + 2^\circ 29'$.

folglich auch $\angle B\Theta E = 163^\circ 18'$, (Eukl. I. 29)
mithin $b\,BN = 163^\circ 18'$ wie $\odot\, BN\Theta = 360^\circ$,
also $s\,BN = 118^p 43'$ wie $h\,B\Theta = 120^p$.[9]

Setzt man *ephm* $B\Theta = 39^p 30'$ wie *vbl* $\Delta E = 6^p$,
so wird $BN = 39^p 3'$ in demselben Maße.

2. Es ist ferner (wie oben)

$$\angle AE\Theta = 100^\circ 50' \text{ wie } 4R = 360^\circ,$$
$$= 201^\circ 40' \text{ wie } 2R = 360^\circ;$$

folglich $\angle \Delta EM = 158^\circ 20'$ als Nebenwinkel, Hei 355
mithin $b\,\Delta M = 158^\circ 20'$ wie $\odot\, \Delta ME = 360^\circ$,
also $s\,\Delta M = 117^p 52'$ wie $h\,\Delta E = 120^p$.

Setzt man $\Delta E = 6^p$ wie $BN = 39^p 3'$, (s. Z. 5) Ha 239
so wird $\Delta M = 5^p 54'$ in demselben Maße.

Nun ist $\Delta M = N\Xi$, (Eukl. I. 34)
mithin $B\Xi = BN - N\Xi = 33^p 9'$ wie *exhm* $\Delta B = 60^p$.

Setzt man $h\,\Delta B = 120^p$,
so wird $s\,B\Xi = 66^p 18'$ in diesem Maße,
mithin $b\,B\Xi = 67^\circ 4'$ wie $\odot\, B\Xi\Delta = 360^\circ$,
also $\angle B\Delta\Xi = 67^\circ 4'$ wie $2R = 360^\circ$.

(Nun ist $\angle \Xi\Delta M = 180^\circ$ wie $2R = 360^\circ$)
mithin $\angle B\Delta M = 247^\circ 4'$ als Summe.

Nun war $\angle \Delta EM = 158^\circ 20'$ wie $2R = 360^\circ$,
mithin $\angle M\Delta E = 21^\circ 40'$ als Komplementwinkel,
demnach $\angle B\Delta E = 225^\circ 24'$ als Differenz, $(\angle B\Delta M - \angle M\Delta E)$
folglich $\angle B\Delta A = 134^\circ 36'$ als Nebenwinkel,

mithin $\left\{ \begin{array}{l} b\,ZK = 134^\circ 36' \\ ,b\,\Delta K = 45^\circ 24' \end{array} \right\}$ wie $\odot\, ZK\Delta = 360^\circ$,

also $\left\{ \begin{array}{l} s\,ZK = 110^p 42' \\ ,s\,\Delta K = 46^p 18' \end{array} \right\}$ wie $h\,\Delta Z = 120^p$. Hei 356

Setzt man $\Delta Z = 6^p$ wie *exhm* $\Delta B = 60^p$,
so wird $ZK = 5^p 32'$ und $\Delta K = 2^p 19'$;
mithin $KB = \Delta B - \Delta K = 57^p 41'$.

(Nun ist $KB^2 + ZK^2 = ZB^2$)
mithin $\mathit{h}\,ZB = 57^p57'$ in demselben Maße.

Setzt man $\mathit{h}\,ZB = 120^p$,
so wird $\mathit{s}\,ZK = 11^p28'$ in diesem Maße,
also $\mathit{b}\,ZK = 10^\circ58'$ wie $\circlearrowleft ZKB = 360^\circ$,
mithin $\angle ZB\Delta = 10^\circ58'$ wie $2R = 360^\circ$.

Ha 240 Nun war $\angle B\Delta A = 134^\circ36'$ wie $2R = 360^\circ$,
mithin $\angle BZA = 145^\circ34'$ als Summe,
$= 72^\circ47'$ wie $4R = 360^\circ$.

Folglich war zur Zeit der mitgeteilten Beobachtung der mittlere Ort des Planeten in Länge, d. i. der Mittelpunkt B des Epizykels, von dem Apogeum ($\mathfrak{S}$ $21^\circ25'$) $72^\circ47'$ entfernt und befand sich somit in $\simeq 4^\circ12'$.

Nun ist in demselben Maße der Annahme nach (S. 199, 27) mit $2^\circ29'$ der $\angle \Gamma E\Lambda$ gegeben, welcher zusammen mit den $2R$ des Halbkreises $AB\Gamma$ (als mittlerer Ort der Sonne nach S. 174, 15) gleich wird der Summe des $\angle BZA$ der mittleren Länge und des $\angle HB\Theta$ der Anomalie, d. i. der Bewegung des Planeten auf dem Epizykel. Wir erhalten

($\mathit{b}\,AB\Gamma + \angle \Gamma E\Lambda = \angle BZA + \angle HB\Theta$
$180^\circ + 2^\circ29' = 72^\circ47' + \angle HB\Theta$)
Hei 357 somit $\angle HB\Theta = 109^\circ42'$ als Differenz.

Folglich war zu derselben Zeit der Beobachtung der Planet in Anomalie vorstehende $109^\circ42'$ von dem Apogeum des Epizykels entfernt, was zu finden als Aufgabe gestellt war.

Nun war von uns (S. 194, 33) der Nachweis geführt worden, daß zur Zeit der dritten Opposition der Planet in Anomalie von dem Apogeum des Epizykels $171^\circ25'$ entfernt war. Er hat demnach in der zwischen den beiden Beobachtungen (vom 20/21. Athyr 476 Nab. 6^h früh bis zum 12/13. Epiphi 886 Nab. 10^h abends) verflossenen Zeit, welche 410 ägyptische Jahre und ($10^d + 210^d + 11^d + 16^h =$) $231^2/_3$ Tage ohne merklichen Fehler beträgt, nach Abzug

ganzer Kreise $61^{\circ}43'$ zugesetzt.[a] Das ist rund[b] der Überschuß, welchen wir in den von uns bearbeiteten Tafeln der mittleren Bewegungen des Mars finden, weil der tägliche Betrag der Bewegung auf Grund des vorliegenden Materials von uns dadurch festgestellt worden ist, daß mit der Anzahl der aus der Zwischenzeit gewonnenen Tage dividiert wurde in die aus der Zahl der Kreise und dem Überschuß gewonnenen Grade.

Zehntes Kapitel.

Epoche der periodischen Bewegungen des Mars.

Es beträgt wieder die seit dem Mittag des 1. ägyptischen Thoth des ersten Jahres Nabonassars bis zu der (S. 199, 7) mitgeteilten Beobachtung (20/21. Athyr 476 Nab. 6^{h} früh) verflossene Zeit ohne merklichen Fehler 475 ägyptische Jahre und $(60^{d} + 19^{d} + 18^{h} =)\ 79^{3}/_{4}$ Tage. Diese Zeit umfaßt an Überschuß $180^{\circ}40'$ in Länge und $142^{\circ}29'$ in Anomalie.[c] Wenn wir diese Beträge von den beiden Örtern, welche nach der Beobachtung (S. 202, 13. 24) festgestellt worden sind, d. i. von der Länge $\simeq\ 4^{\circ}12'$ und von den $109^{\circ}42'$ in Anomalie zugehöriger Weise abziehen, so werden wir für den Mittag des 1. ägyptischen Thoth des ersten Jahres Nabonassars als Epoche der periodischen Bewegungen des Mars erhalten: Ha 24 Hei 35

1. in Länge ($180^{\circ}40'$ rückwärts von $\simeq\ 4^{\circ}12'$) $\gamma\ 3^{\circ}32'$
2. von dem Apogeum des Epizykels in Anomalie[d] $327^{\circ}13'$
3. für das Apogeum (der Exzentrizität) $\mathfrak{S}\ 16^{\circ}40'$.

---

a) Zum ganzen Kreis fehlten dem früheren Ort $360^{\circ} - 109^{\circ}42' = 250^{\circ}18'$; kommen hierzu $171^{\circ}25'$, so ist von der Summe $421^{\circ}43'$ wieder ein ganzer Kreis abzuziehen, was $61^{\circ}43'$ gibt.

b) Für $410^{a}\,231^{d}\,16^{h}$ ergibt die Nachprüfung in Länge $61^{\circ}42'6''$. Zur Stunde 6^{h} früh der ersten Beobachtung vgl. S. 199, Anm. b).

c) Für $475^{a}\,79^{d}\,18^{h}$ ergibt die Nachprüfung in Länge $180^{\circ}38'43''$ und in Anomalie $142^{\circ}28'27''$, für 19^{h} in Länge genau $180^{\circ}40'$, in Anomalie $142^{\circ}29'36''$.

d) Addiert man zu der späteren Anomaliezahl $109^{\circ}42'$ einen ganzen Umlauf, um von der Summe $469^{\circ}42'$ die von der Epoche bis zur Beobachtung zurückgelegten $142^{\circ}29'$ abziehen, d. i. rückwärts zählen zu können, so erhält man $327^{\circ}13'$.

An dieser Stelle wird letzteres natürlich liegen, weil der Fortschritt der Apogeen in 475 Jahren $4^0 45'$ beträgt, und weil (S. 199, 22) das Apogeum des Mars der (zugrunde gelegten) Beobachtung gemäß in ♋ $21^0 25'$ lag.

Elftes Buch.

Erstes Kapitel.

Nachweis der Exzentrizität und des Apogeums des Jupiter.

[a 243] [ei 360] Nachdem die periodischen Bewegungen und Anomalien des Planeten Mars und ihre Epochen nachgewiesen sind, werden wir der Reihe nach für den Planeten Jupiter auf die nämliche Weise dieselben Aufgaben in Angriff nehmen. Zuerst stellten wir wieder zum Nachweis des Apogeums und der Exzentrizität drei dem mittleren Ort der Sonne diametral gegenüber eingetretene Oppositionen fest. Wir beobachteten an den astrolabischen Instrumenten

die erste im 17^{ten} Jahre Hadrians am 1/2. ägyptischen Epiphi 1 Stunde vor Mitternacht (17. Mai 133 n. Chr. 11^h abends) in ♏ $23^0 11'$ [a)];

die zweite im 21^{ten} Jahre am 13/14. Phaophi 2 Stunden vor Mitternacht (31. August 136 n. Chr. 10^h abends) in ♌ $7^0 54'$ [b)];

[a 244] die dritte im 1^{ten} Jahre Antonins am 20/21. Athyr 5 Stunden nach Mitternacht (8. Oktober 137 n. Chr. 5^h früh) in ♈ $14^0 23'$ [c)].

Die Zwischenzeiten betragen
zwischen erster und zweiter: $3^a 106^d 23^h$;
zwischen zweiter und dritter: $1^a\ 37^d\ 7^h$.

---

a) Für $879^a 300^d 11^h$ ergibt die Nachprüfung als mittleren Ort der Sonne ♉ $23^0 12' 11''$.

b) Für $883^a 42^d 10^h$ ergibt die Nachprüfung als mittleren Ort der Sonne ♍ $7^0 52' 43''$.

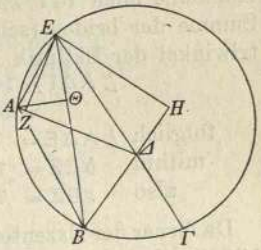
c) Für $884^a 79^d 17^h$ ergibt die Nachprüfung als mittleren Ort der Sonne ♎ $14^0 23' 30''$.

Der scheinbare Lauf des Planeten beträgt in der
ersten Zwischenzeit (von ♏ 23°11′ bis ♐ 7°54′) 104°43′;
zweiten Zwischenzeit (von ♐ 7°54′ bis ♈ 14°23′) 36°29′.

Endlich beträgt der mittlere Lauf in Länge Hei 36
für die erste Zwischenzeit[a] 99°55′; 5
für die zweite Zwischenzeit[b] 33°26′.

Von diesen Intervallen ausgehend, haben wir nach der für den Mars von uns entwickelten Methode zuerst den Nachweis der Verhältnisse geliefert, welche zu finden als Aufgabe vorliegt, (zunächst) wieder unter der Annahme, als ob es sich nur 10 um den einen Exzenter (des gleichförmigen Laufs) handelte.

I. Vorläufiger Nachweis der Exzentrizität und des Apogeums.



Der Exzenter sei der Kreis ABΓ; A sei als der Punkt angenommen, in welchem der Mittelpunkt des Epizykels bei der ersten Opposition stand, B als der Punkt der zweiten und Γ als der Punkt der dritten Opposition. Nachdem man innerhalb des Exzenters ABΓ den Mittelpunkt Δ der Ekliptik angesetzt, ziehe man die Verbindungslinien AΔ, BΔ, ΓΔ. Nach Verlängerung von ΓΔ bis E ziehe man die Verbindungslinien AE, EB, BA und fälle von E aus auf AΔ und BΔ (bzw. die Verlängerung) die Lote EZ und EH, von A aus auf EB das Lot AΘ. 15 20 25 Hei

A. 1. Da der Exzenterbogen BΓ der (vorläufigen) Annahme nach (oben Z. 3) 36°29′ der Ekliptik unterspannt, Ha so ist als Zentriwinkel der Ekliptik 30

$$\angle B\Delta\Gamma = 36^\circ 29' \text{ wie } 2R = 360^\circ,$$
$$= 72^\circ 58' \text{ wie } 4R = 360^\circ,$$

a) Für $3^a 106^d 23^h$ ergibt die Nachprüfung 99°54′32″.
b) Für $1^a 37^d 7^h$ ergibt die Nachprüfung 33°26′20″.

folglich auch $\angle E\Delta H = 72^\circ 58'$ (als Scheitelwinkel),
mithin $b\,EH = 72^\circ 58'$ wie $\ominus EH\Delta = 360^\circ$,
also $s\,EH = 71^p 21'$ wie $h\,\Delta E = 120^p$.

Da ferner der (Exzenter-) Bogen $B\Gamma$ (S. 205, 6) $33^\circ 26'$ beträgt, so ist als Peripheriewinkel

$\angle BE\Gamma = 33^\circ 26'$ wie $2R = 360^\circ$.
(Nun war $\angle B\Delta\Gamma = 72^\circ 58'$ wie $2R = 360^\circ$)
folglich $\angle EBH = 39^\circ 32'$ als Differenz,
mithin $b\,EH = 39^\circ 32'$ wie $\ominus EHB = 360^\circ$,
also $s\,EH = 40^p 35'$ wie $h\,BE = 120^p$.
Setzt man $EH = 71^p 21'$ wie $h\,\Delta E = 120^p$, (Z. 3)
so wird $BE = 210^p 58'$ in demselben Maße.

2. Da der ganze Exzenterbogen $AB\Gamma$ (S. 205, 2. 3) der Annahme nach $141^\circ 12'$ der Ekliptik unterspannt, d. i. die Summe der beiden (scheinbaren) Intervalle, so ist als Zentriwinkel der Ekliptik

$\angle A\Delta\Gamma = 141^\circ 12'$ wie $4R = 360^\circ$,
Hei 363 $= 282^\circ 24'$ wie $2R = 360^\circ$,
folglich $\angle A\Delta E = 77^\circ 36'$ als Nebenwinkel,
mithin $b\,EZ = 77^\circ 36'$ wie $\ominus EZ\Delta = 360^\circ$,
also $s\,EZ = 75^p 12'$ wie $h\,\Delta E = 120^p$.

Da ferner der Exzenterbogen $AB\Gamma$ (S. 205, 5. 6) in Summa $133^\circ 21'$ beträgt, so ist als Peripheriewinkel

Ha 246 $\angle AE\Gamma = 133^\circ 21'$ wie $2R = 360^\circ$.
Nun war $\angle A\Delta E = 77^\circ 36'$ wie $2R = 360^\circ$,
folglich $\angle EAZ = 149^\circ\ 3'$ als Ergänzung zu 360° (im Dreieck),
mithin $b\,EZ = 149^\circ\ 3'$ wie $\ominus EZA = 360^\circ$,
also $s\,EZ = 115^p 39'$ wie $h\,AE = 120^p$.
Setzt man $EZ = 75^p 12'$ wie $h\,\Delta E = 120^p$, (Z. 21)
so wird $AE = 78^p\ 2'$ in demselben Maße.

3. Da der Exzenterbogen AB (S. 205, 5) $99^\circ 55'$ beträgt, so ist als Peripheriewinkel

$\angle AEB = 99^\circ 55'$ wie $2R = 360^\circ$,
mithin $\left\{\begin{array}{l} b\,A\Theta = 99^\circ 55' \\ ,b\,E\Theta = 80^\circ\ 5' \end{array}\right\}$ wie $\ominus A\Theta E = 360^\circ$,

Hei 364

also $\left\{\begin{matrix} s\,A\Theta = 91^p 52' \\ s\,E\Theta = 77^p 12' \end{matrix}\right\}$ wie $h\,AE = 120^p$.

Setzt man $AE = 78^p\ 2'$ wie $h\,\Delta E = 120^p$, (S. 206, 30)

so wird $A\Theta = 58^p 44'$ und $E\Theta = 50^p 12'$.

Nun war $BE = 210^p 58'$ in demselben Maße,

folglich $\Theta B = BE - E\Theta = 160^p 46'$ wie $A\Theta = 59^p 44'$.

Ferner ist $\Theta B^2 = 25845^{p^2} 55'$ und $A\Theta^2 = 3568^{p^2} 4'$,

folglich $AB^2 = 29413^{p^2} 59'$ als Summe,

mithin $AB = 171^p\ 30'$ wie $\left\{\begin{matrix} \Delta E = 120^p \\ AE = 78^p 2'. \end{matrix}\right.$

4. Setzt man als Sehne, die den Bogen (AB) von $99^0 55'$ unterspannt,

Ha 247

$s\,AB = 91^p 52'$ wie $exdm = 120^p$,

so wird $\left\{\begin{matrix} \Delta E = 64^p 17' \\ AE = 41^p 47' \end{matrix}\right\}$ in demselben Maße,

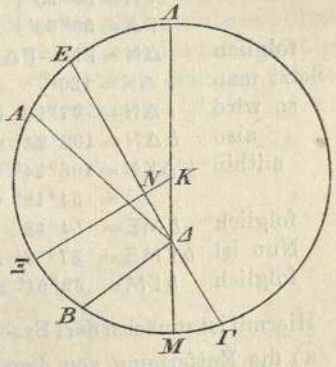
also $exb\,AE = 40^0 45'$ (wie $\bigcirc AB\Gamma = 360^0$),

mithin $b\,AE + b\,AB\Gamma = 174^0 6'$, (s. S. 206, 22)

Hei 365

also $s\,\Gamma E = 119^p 50'$ wie $exdm = 120^p$.

B. Da das Segment $EAB\Gamma$ kleiner als ein Halbkreis ist und deshalb das Zentrum des Exzenters außerhalb dieses Segments liegen muß, so sei Punkt K als dieses Zentrum angenommen. Durch K und Δ ziehe man den durch die beiden Zentren gehenden Durchmesser $\Lambda K \Delta M$, fälle von K aus auf die Sehne ΓE das Lot KN und verlängere es bis Ξ. Nach dem ebengeführten Beweise war



$\left\{\begin{matrix} s\,\Gamma E = 119^p 50' \\ \Delta E = 64^p 17' \end{matrix}\right\}$ wie $dm\,\Lambda M = 120^p$,

mithin $\Gamma\Delta = 55^p 33'$ als Differenz.

Nun ist (nach Eukl. III. 35) das aus den Geraden ΔE und $\Gamma\Delta$ gebildete Rechteck gleich dem Rechteck, welches aus den Geraden $\Lambda\Delta$ und ΔM gebildet wird, also

$$\Delta E \cdot \Gamma\Delta = \Lambda\Delta \cdot \Delta M,$$

mithin $\Lambda\Delta \cdot \Delta M = 3570^{p^2}\,56'$ wie $dm\,\Lambda M = 120^p$.

Hei 366 Es ist ferner (nach Eukl. II. 5) die Summe des aus $\Lambda\Delta$ und ΔM gebildeten Rechtecks und des Quadrats von ΔK gleich dem Quadrat des halben Durchmessers, d. i gleich dem Quadrat von ΛK (d. i. $= 3600^{p^2}$), also

$$\Lambda\Delta \cdot \Delta M + \Delta K^2 = \Lambda K^2.$$

Ha 248 Nun ist $\Delta K^2 = 3600^{p^2} - 3570^{p^2}\,56' = 29^{p^2}\,4'$,

folglich $\Delta K = 5^p\,23'$ wie $exhm\,\Lambda K = 60^p$.

Hiermit ist die Verbindungslinie zwischen den Zentren (der Ekliptik und des Exzenters) gefunden.

C. Es war nachgewiesen worden, daß (ΓE gleich $119^p\,50'$, also) die Hälfte von ΓE, d. i. (nach Eukl. III. 5)

$$\left.\begin{aligned}\Gamma N &= 59^p\,55'\\ \Gamma\Delta &= 55^p\,33'\end{aligned}\right\} \text{ wie } dm\,\Lambda M = 120^p,$$

folglich $\Delta N = \Gamma N - \Gamma\Delta = 4^p\,22'$ wie $\Delta K = 5^p\,23'$.

Setzt man $h\,\Delta K = 120^p$,

so wird $s\,\Delta N = 97^p\,20'$ in diesem Maße,

also $b\,\Delta N = 108^\circ\,24'$ wie $\circlearrowleft\,\Delta NK = 360^\circ$,

mithin $\angle\,\Delta KN = 108^\circ\,24'$ wie $2R = 360^\circ$,

$= 54^\circ\,12'$ wie $4R = 360^\circ$,

Hei 367 folglich $b\,M\Xi = 54^\circ\,12'$, weil ΔKN Zentriwinkel.

Nun ist $b\,\Gamma M\Xi = 87^\circ\ 3'$ als $\frac{1}{2}\,b\,\Gamma\Xi E$, (S. 207, 17)

folglich $b\,\Gamma M = 32^\circ\,51'$ als Differenz.

Hiermit ist zunächst der (Exzenter-) Bogen gefunden, welcher

a) die Entfernung von dem Perigeum bis zu dem Ort der dritten Opposition ($\Upsilon\,14^\circ\,23'$) mißt. Weiter ergibt sich

b) die Entfernung des Ortes der zweiten Opposition ($\Omega\,7^\circ\,54'$) bis zu dem Perigeum. Da (S. 205, 6) der Annahme nach das Intervall

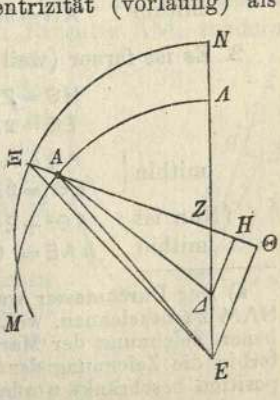
$$\angle B\Gamma = 33^\circ 26' \text{ (und } \angle \Gamma M = 32^\circ 51'),$$
$$\text{so ist } \angle BM = \angle B\Gamma - \angle \Gamma M,$$
$$= 0^\circ 35';$$

c) die Entfernung von dem Apogeum bis zu dem Ort der ersten Opposition ($\mathfrak{m}\ 23^\circ 11'$). Da (S. 205,5) der Annahme nach das Intervall

$$\angle AB = 99^\circ 55' \text{ (und } \angle BM = 0^\circ 35'),$$
$$\text{so ist } \angle A\Lambda = 180^\circ - [\angle AB + \angle BM],$$
$$= 79^\circ 30'.$$

II. Nachweis der Differenzbogen.

Wenn der Mittelpunkt des Epizykels sich auf diesem Exzenter bewegte, so würde es ausreichend sein, die gefundenen zahlenmäßigen Beträge als zweifellos richtige Werte (zur weiteren Berechnung) zu benutzen. Da er sich aber der Hypothese gemäß auf einem anderen Kreise bewegt, Ha 249
d.h. auf demjenigen, welcher um den Halbierungspunkt der 16
Strecke ΔK als Zentrum mit dem Abstand $K\Lambda$ beschrieben wird, so wird es, wie bei dem Mars, zuerst wieder nötig sein, die sich ergebenden Differenzen der scheinbaren Intervalle zu berechnen, d. h. nachzuweisen, was der zahlenmäßige Betrag dieser Intervalle sein würde, wenn man die bisher gefundenen Verhältnisse der Exzentrizität (vorläufig) als ohne wesentlichen Fehler richtig annimmt, wenn sich der Mittelpunkt des Epizykels nicht auf dem zweiten Exzenter, sondern auf dem ersten, d. i. auf dem um Punkt K beschriebenen bewegte, welcher die auf die Ekliptik bezogene Anomalie bewirkt.



Hei 368

Es sei demnach der den Mittelpunkt des Epizykels tragende Exzenter der Kreis ΛM um das Zentrum Δ und der Exzenter der gleichförmigen Bewegung (des

Epizykelmittelpunktes) der mit ΛM gleichgroße Kreis NΞ um das Zentrum Z. Nachdem man den durch die Zentren gehenden Durchmesser NΛE gezogen[a]), sei auf demselben E als der Mittelpunkt der Ekliptik angesetzt.

A. Zuerst sei bei der ersten Opposition der Mittelpunkt des Epizykels in Punkt A angenommen. Man ziehe die Verbindungslinien ΔA, EA, ZAΞ, EΞ und fälle von den Punkten Δ und E aus auf die Verlängerung von AZ die Lote ΔH und EΘ.

1. Nachgewiesen wurde (s. S. 209, 9 *b* AΛ) als der Winkel des gleichförmigen Laufs in Länge

$$\angle NZ\Xi = 79^\circ 30' \quad \text{wie } 4R = 360^\circ;$$

folglich auch $\angle \Delta ZH = 79^\circ 30'$ als Scheitelwinkel,

$$= 159^\circ \quad \text{wie } 2R = 360^\circ;$$

Hei 369
Ha 250

$$\text{mithin} \left\{ \begin{array}{l} {}^b\Delta H = 159^\circ \\ {}_b ZH = 21^\circ \end{array} \right\} \quad \text{wie } \ominus \Delta HZ = 360^\circ,$$

17

$$\text{also} \left\{ \begin{array}{l} {}^s\Delta H = 117^p 59' \\ {}_s ZH = 21^p 52' \end{array} \right\} \text{wie } h\,\Delta Z = 120^p.$$

Setzt man $\Delta Z = 2^p 42'$ wie *exhm* $\Delta A = 60^p$ als $\frac{1}{2}$ EZ, (vgl. $\frac{1}{2}$ ΔK S. 208, 12)

so wird $\Delta H = 2^p 39'$ und $ZH = 0^p 30'$.

Nun ist $\Delta A^2 - \Delta H^2 = AH^2$,

mithin $AH = 59^p 56'$ in demselben Maße.

2. Es ist ferner (weil $Z\Delta = \Delta E$)

$$\left. \begin{array}{l} H\Theta = \angle ZH \\ E\Theta = 2\Delta H \end{array} \right\} \text{(Eukl. VI. 2. 4)}$$

$$\text{mithin} \left\{ \begin{array}{l} A\Theta = AH + H\Theta = 60^p 26' \\ E\Theta\,(= 2\Delta H) \quad = 5^p 18' \end{array} \right\} \text{(wie } \Delta A = 60^p\text{)}.$$

(Nun ist $A\Theta^2 + E\Theta^2 = AE^2$)

mithin $h\,AE = 60^p 40'$ in demselben Maße.

a) Der Durchmesser war mit NΛE statt wie im Original mit NΛM zu bezeichnen, weil nach dem Beispiel der herausgehobenen Zeichnung der Marsfiguren S. 184 ff. auch hier und weiterhin die Zeichnung der Exzenter auf die herausgehobene Opposition beschränkt worden ist, so daß Punkt M wegfällt.

Setzt man $h\,AE = 120^p$,
so wird $s\,E\Theta = 10^p 29'$ in diesem Maße,
also $b\,E\Theta = 10^0\ 1'$ wie $\ominus E\Theta A = 360^0$,
folglich $\angle EA\Theta = 10^0\ 1'$ wie $2R = 360^0$.

3. Setzt man (wie oben in dem Maße von $\Delta A = Z\Xi$ Hei 370 nachgewiesen) 6

$E\Theta = 5^p 18'$ wie *exhm* $Z\Xi = 60^p$,

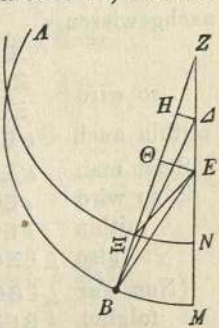
so wird $\left\{ \begin{array}{l} Z\Theta\,(=2ZH) = 1^p \\ \Xi\Theta = Z\Xi + Z\Theta = 61^p \end{array} \right\}$ in diesem Maße.

(Nun ist $\Xi\Theta^2 + E\Theta^2 = \Xi E^2$) 10
mithin $h\,\Xi E = 61^p 14'$ in demselben Maße.

Setzt man $h\,\Xi E = 120^p$,
so wird $s\,E\Theta = 10^p 23'$ in diesem Maße,
mithin $b\,E\Theta = 9^0 55'$ wie $\ominus E\Theta\Xi = 360^0$,
also $\angle E\Xi\Theta = 9^0 55'$ wie $2R = 360^0$. 15

Nun war $\angle EA\Theta = 10^0\ 1'$ wie $2R = 360^0$,
folglich $\angle AE\Xi = 0^0\ 6'$ als Differenz, Ha 251
$= 0^0\ 3'$ wie $4R = 360^0$.

Das ist der Winkel der gesuchten Differenz. Nun hatte der Planet bei der ersten Opposition, der Theorie nach auf 20 der Geraden EA stehend, als scheinbaren Ort $\mathfrak{m}\ 23^0 11'$ inne. Hieraus ergibt sich folgendes. Wenn der Mittelpunkt des Epizykels sich nicht auf dem Exzenter ΛM, sondern auf dem Exzenter $N\Xi$ bewegte, so würde er sich in Punkt Ξ des letzteren befinden, mithin würde der scheinbare Ort des Planeten (nicht in $\mathfrak{m}\ 23^0 11'$, sondern) mit dem Unterschied von $0^0 3'$ auf der Geraden $E\Xi$ (weiter vorwärts) in $\mathfrak{m}\ 23^0 14'$ liegen.



B. Ferner sei an der (sonst) gleichen Figur auch die Zeichnung der zweiten Opposition vorgelegt, und zwar soll sie gegen die Richtung der Zeichen ein wenig vor dem Perigeum eingezeichnet sein. Hei 371 35

1. Nachgewiesen wurde (s. S. 209, 3 bBM) der Bogen des Exzenters (des gleichförmigen Laufs)

$$\begin{aligned} b\,\Xi N &= 0^\circ 35', \\ \text{folglich } \angle\,\Xi ZN &= 0^\circ 35' \text{ wie } 4R = 360^\circ, \\ &= 1^\circ 10' \text{ wie } 2R = 360^\circ, \end{aligned}$$

$$\text{mithin} \left\{ \begin{aligned} b\,\Delta H &= 1^\circ 10' \\ {}_b\,ZH &= 178^\circ 50' \end{aligned} \right\} \text{ wie } \ominus \Delta HZ = 360^\circ,$$

$$\text{also} \left\{ \begin{aligned} s\,\Delta H &= 1^p 13' \\ {}_s\,ZH &= \text{rund } 120^p \end{aligned} \right\} \text{ wie } h\,\Delta Z = 120^p.$$

Setzt man $\Delta Z = 2^p 42'$ wie *exhm* $\Delta B = 60^p$,
so wird $\Delta H = 0^p\ 2'$ und $ZH = 2^p 42'$,
mithin auch $BH = 60^p$, weil unbetr. versch. von $h\,\Delta B$.

2. Es ist ferner (weil $Z\Delta = \Delta E$)

Ha 252
Hei 372

$$\left. \begin{aligned} H\Theta &= ZH \\ E\Theta &= 2\Delta H \end{aligned} \right\} \text{ (Eukl. VI. 2. 4)}$$

$$\text{mithin} \left\{ \begin{aligned} B\Theta &= BH - H\Theta = 57^p 18' \\ E\Theta\ (&= 2\Delta H) \quad = 0^p\ 4' \end{aligned} \right\} \text{ (wie } \Delta B = 60^p),$$

folglich auch $h\,BE = 57^p 18'$ (weil unbetr. $> B\Theta$).

Setzt man $h\,BE = 120^p$,
so wird $s\,E\Theta = 0^p\ 8'$ in diesem Maße,
also $b\,E\Theta = 0^\circ\ 8'$ wie $\ominus E\Theta B = 360^\circ$,
folglich $\angle\,EB\Theta = 0^\circ\ 8'$ wie $2R = 360^\circ$.

3. Setzt man, wie oben (in dem Maße von $\Delta B = Z\Xi$) nachgewiesen,

$$E\Theta = 0^p 4' \text{ wie } \textit{exhm}\ Z\Xi = 60^p,$$

$$\text{so wird} \left\{ \begin{aligned} Z\Theta\ (&= 2ZH) \quad = 5^p 24' \\ \Xi\Theta &= Z\Xi - Z\Theta = 54^p 36' \end{aligned} \right\} \text{ in diesem Maße,}$$

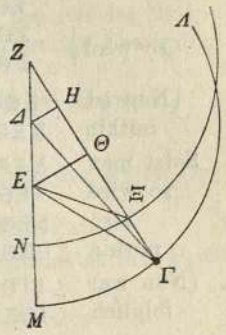
mithin auch $h\,\Xi E = 54^p 36'$ (weil unbetr. $> \Xi\Theta$).

Setzt man $h\,\Xi E = 120^p$,
so wird $s\,E\Theta = 0^p 10'$ in diesem Maße,
mithin $b\,E\Theta = 0^\circ 10'$ wie $\ominus E\Theta\Xi = 360^\circ$,
also $\angle\,E\Xi\Theta = 0^\circ 10'$ wie $2R = 360^\circ$.

(Nun war $\angle\,EB\Theta = 0^\circ\ 8'$ wie $2R = 360^\circ$)
folglich $\angle\,BE\Xi = 0^\circ\ 2'$ als Differenz,
$= 0^\circ\ 1'$ wie $4R = 360^\circ$.

Der scheinbare Planet hatte bei der zweiten Opposition auf der Geraden EB in ☽ 7° 54′ gestanden. Wenn sein scheinbarer Ort wieder auf der Geraden EΞ läge, so ist auch hier klar, daß der Planet (0° 1′ zurück) in ☽ 7° 53′ stehen würde. Hei 373

C. Es sei nun auch die Zeichnung der dritten Opposition vorgelegt, und zwar in der Richtung der Zeichen jenseits des Perigeums eingezeichnet.



1. Der Annahme nach (s. S. 208, 27 *b* ΓM) ist der Bogen des Exzenters (des gleichförmigen Laufs)

$$b\,\Xi N = 32^\circ 51',$$

folglich $\angle\,\Xi ZN = 32^\circ 51'$ wie $4R = 360^\circ$,

$= 65^\circ 42'$ wie $2R = 360^\circ$, Ha 253

mithin $\left\{\begin{array}{ll} b\,\Delta H = & 65^\circ 42' \\ {}_b Z H = & 114^\circ 18' \end{array}\right\}$ wie $\odot\,\Delta HZ = 360^\circ$,

also $\left\{\begin{array}{ll} s\,\Delta H = & 65^{\mathrm{p}}\ 6' \\ {}_s Z H = & 100^{\mathrm{p}} 49' \end{array}\right\}$ wie $h\,\Delta Z = 120^{\mathrm{p}}$.

Setzt man $\Delta Z = 2^{\mathrm{p}} 42'$ wie *exhm* $\Delta\Gamma = 60^{\mathrm{p}}$,

so wird $\Delta H = 1^{\mathrm{p}} 28'$ und $ZH = 2^{\mathrm{p}} 16'$. Hei 374

Nun ist $\Delta\Gamma^2 - \Delta H^2 = \Gamma H^2$,

mithin $\Gamma H = 59^{\mathrm{p}} 59'$ in demselben Maße.

2. Es ist ferner (weil $Z\Delta = \Delta E$)

$$\left.\begin{array}{l} H\Theta = ZH \\ E\Theta = 2\Delta H \end{array}\right\} \text{(Eukl. VI. 2. 4)}$$

mithin $\left\{\begin{array}{ll} \Gamma\Theta = \Gamma H - H\Theta = & 57^{\mathrm{p}} 43' \\ E\Theta\ (= 2\Delta H) = & 2^{\mathrm{p}} 56' \end{array}\right\}$ (wie $\Delta\Gamma = 60^{\mathrm{p}}$).

(Nun ist $\Gamma\Theta^2 + E\Theta^2 = \Gamma E^2$)

mithin $h\,\Gamma E = 57^{\mathrm{p}} 47'$ in demselben Maße.

Setzt man $h\,\Gamma E = 120^{\mathrm{p}}$,

so wird $s\,E\Theta = 6^{\mathrm{p}}\ 5'$ in diesem Maße,

mithin $b\,E\Theta = 5^\circ 48'$ wie $\ominus E\Theta\Gamma = 360^\circ$,
folglich $\angle E\Gamma\Theta = 5^\circ 48'$ wie $2R = 360^\circ$.

3. Setzt man (wie oben in dem Maße von $\Delta\Gamma = Z\Xi$ nachgewiesen)

$E\Theta = 2^p 56'$ wie $exhm\, Z\Xi = 60^p$,

so wird $\left\{ \begin{array}{ll} Z\Theta\,(=2ZH) & = 4^p 32' \\ \Xi\Theta = Z\Xi - Z\Theta & = 55^p 28' \end{array} \right\}$ in diesem Maße.

(Nun ist $\Xi\Theta^2 + E\Theta^2 = \Xi E^2$)
mithin $h\,\Xi E = 55^p 33'$ in demselben Maße.

Setzt man $h\,\Xi E = 120^p$,
Ha 254 so wird $s\,E\Theta = 6^p 20'$ in diesem Maße,
also $b\,E\Theta = 6^\circ 2'$ wie $\ominus E\Theta\Xi = 360^\circ$,
mithin $\angle E\Xi\Theta = 6^\circ 2'$ wie $2R = 360^\circ$.

(Nun war $\angle E\Gamma\Theta = 5^\circ 48'$ wie $2R = 360^\circ$)
folglich $\angle \Gamma E\Xi = 0^\circ 14'$ als Differenz,
Hei 375 $= 0^\circ 7'$ wie $4R = 360^\circ$.

Bei der dritten Opposition hatte der Planet, der Theorie nach auf der Geraden $E\Gamma$ stehend, als (scheinbaren) Ort $\Upsilon 14^\circ 23'$ inne. Wenn er also wieder (scheinbar) auf der Geraden $E\Xi$ stünde, so ist klar, daß sein Ort ($0^\circ 7'$ weiter vorwärts) in $\Upsilon 14^\circ 30'$ liegen müßte.

Es war bewiesen worden, daß der Jupiter (theoretisch auf die Gerade $E\Xi$ bezogen) bei der ersten Opposition in $\mathfrak{m}\, 23^\circ 14'$ und bei der zweiten in $\text{)(}\, 7^\circ 53'$ gestanden hat. Wenn also die scheinbaren Intervalle des Planeten theoretisch nicht auf den Exzenter bezogen werden, welcher den Mittelpunkt des Epizykels trägt, sondern auf denjenigen, welcher die gleichförmige Bewegung des Epizykelmittelpunktes bewirkt, so betragen sie

1. von der ersten bis zur zweiten Opposition
(von $\mathfrak{m}\, 23^\circ 14'$ bis $\text{)(}\, 7^\circ 53'$)
$104^\circ 39'$ (statt $104^\circ 43'$ S. 205, 2),
2. von der zweiten bis zur dritten Opposition
(von $\text{)(}\, 7^\circ 53'$ bis $\Upsilon 14^\circ 30'$)
$36^\circ 37'$ (statt $36^\circ 29'$ S. 205, 3).

III. Wiederaufnahme des Beweisverfahrens.

Unter Einsetzung dieser Beträge fanden wir bei (nochmaliger) Durchführung des oben (S. 205 ff.) angewendeten Beweisverfahrens (I)

1. die Verbindungslinie zwischen den Zentren der Ekliptik und des Exzenters, welcher die gleichförmige Bewegung des Epizykels bewirkt,

$(\Delta K) = 5^p\,30'$ wie $exdm = 120^p$ (statt $5^p\,23'$ S. 208, 12);

2. die Exzenterbogen

a) von dem Apogeum bis zu dem Orte der ersten Opposition

$(b\,A\Lambda) = 77^0\,15'$ (statt $79^0\,30'$ S. 209, 9);

b) von dem Orte der zweiten Opposition bis zum Perigeum

$(b\,BM) = 2^0\,50'$ (statt $0^0\,35'$ S. 209, 3);

c) von dem Perigeum bis zum Orte der dritten Opposition Ha 255

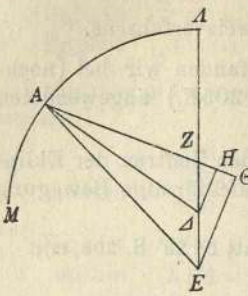
$(b\,\Gamma M) = 30^0\,36'$ (statt $32^0\,51'$ S. 208, 27).

IV. Probe der Endergebnisse.

Daß diese zahlenmäßigen Beträge zufällig gleich als die genau richtigen auf dem eingeschlagenen Wege ermittelt sind, geht schon daraus hervor, daß mit ihrer Hilfe nahezu die nämlichen Differenzen der (scheinbaren) Intervalle wie Hei 376 vorher (S. 214, 32. 35) errechnet werden.[a] Nun werden aber auch die scheinbaren Intervalle des Planeten auf Grund der gefundenen Verhältnisse als dieselben befunden, wie sie (S. 205, 2. 3) durch die Beobachtung festgestellt worden sind. Dies wird uns auf folgendem Wege klar werden.

---

a) Daher fehlen hier bei dem Jupiter die Abschnitte B und C des Absatzes III S. 189 f. Die Unterschiede in den Entfernungen der drei Oppositionen vom Apogeum oder Perigeum gegen die vorher gefundenen betragen nur je $2^0\,15'$, während sie bei dem Mars (S. 189, 13—16) je $6^0\,14'$ ausmachten.



A. Es sei wieder die Zeichnung der ersten Opposition vorgelegt, jedoch mit der Beschränkung auf den Exzenter[a], welcher den Mittelpunkt des Epizykels trägt.

1. Es wurde nachgewiesen (s. S. 215, 12 *b* AΛ), daß

$$\angle AZ\Lambda = 77^\circ 15' \text{ wie } 4R = 360^\circ,$$
$$= 154^\circ 30' \text{ wie } 2R = 360^\circ;$$

folglich auch $\angle \Delta ZH = 154^\circ 30'$ als Scheitelwinkel;

$$\text{mithin} \left\{ \begin{array}{l} b\,\Delta H = 154^\circ 30' \\ b\,ZH = 25^\circ 30' \end{array} \right\} \text{ wie } \ominus \Delta HZ = 360^\circ,$$

$$\text{also} \left\{ \begin{array}{l} s\,\Delta H = 117^p\ 2' \\ s\,ZH = 26^p 29' \end{array} \right\} \text{ wie } h\,\Delta Z = 120^p.$$

Hei 377 Setzt man $\Delta Z = 2^p 45'$ wie *exhm* $\Delta A = 60^p$, (s. S. 215, 8)

16 so wird $\Delta H = 2^p 41'$ und $ZH = 0^p 36'$.

(Nun ist $\Delta A^2 - \Delta H^2 = AH^2$)

mithin $AH = 59^p 56'$ in demselben Maße.

2. Es ist zunächst (weil $Z\Delta = \Delta E$)

$$\left. \begin{array}{l} (H\Theta = ZH) \\ E\Theta = 2\Delta H \end{array} \right\} \text{ (Eukl. VI. 2. 4)}$$

$$\text{mithin} \left\{ \begin{array}{l} A\Theta = AH + H\Theta = 60^p 32' \\ E\Theta\,(= 2\Delta H) \quad = 5^p 22' \end{array} \right\} \text{ (wie } \Delta A = 60^p).$$

(Nun ist $A\Theta^2 + E\Theta^2 = AE^2$)

mithin $h\,AE = 60^p 46'$ in demselben Maße.

Setzt man $h\,AE = 120^p$,

Ha 256 so wird $s\,E\Theta = 10^p 36'$ in diesem Maße,

also $b\,E\Theta = 10^\circ 8'$ wie $\ominus E\Theta A = 360^\circ$,

mithin $\angle EA\Theta = 10^\circ 8'$ wie $2R = 360^\circ$.

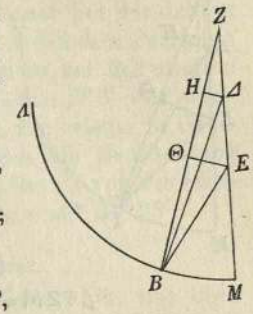
---

a) Es ist an den drei voranstehenden Figuren der Exzenter um Δ, auf dem die scheinbaren Örter der drei Oppositionen ebenfalls mit A, B und Γ bezeichnet wurden.

(Nun war $\angle AZ\Lambda = 154^\circ 30'$ wie $2R = 360^\circ$)
folglich $\angle AE\Lambda = 144^\circ 22'$ als Differenz,
$= 72^\circ 11'$ wie $4R = 360^\circ$.

So viel Grade stand demnach der Planet bei der ersten Opposition von dem Apogeum in der Ekliptik entfernt.

B. Es sei nun auch die Figur der zweiten Opposition vorgelegt.



1. Es ist der Annahme nach (s. S. 215, 15 *b* BM)

$\angle BZM = 2^\circ 50'$ wie $4R = 360^\circ$,
$= 5^\circ 40'$ wie $2R = 360^\circ$;

mithin $\left\{ \begin{array}{l} b\,\Delta H = 5^\circ 40' \\ {}_b ZH = 174^\circ 20' \end{array} \right\}$ wie $\ominus\, \Delta HZ = 360^\circ$, Hei 378

also $\left\{ \begin{array}{l} s\,\Delta H = 5^p 55' \\ {}_s ZH = 119^p 51' \end{array} \right\}$ wie $h\,\Delta Z = 120^p$.

Setzt man $\Delta Z = 2^p 45'$ wie *exhm* $\Delta B = 60^p$,
so wird $\Delta H = 0^p\ 8'$ und $ZH = 2^p 45'$,
mithin auch $BH =$ rund 60^p (weil unbetr. $< h\,\Delta B$).

2. Es ist (zunächst wieder, weil $Z\Delta = \Delta E$,

$H\Theta = ZH$
$E\Theta = 2\Delta H$ } Eukl. VI. 2. 4)

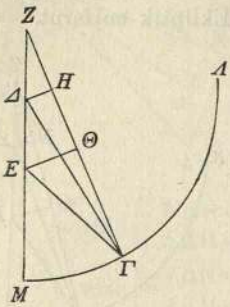
mithin $\left\{ \begin{array}{ll} B\Theta = BH - H\Theta = & 57^p 15' \\ E\Theta\ (= 2\Delta H) = & 0^p 16' \end{array} \right\}$ (wie $\Delta B = 60^p$),

folglich auch $h\,BE = 57^p 15'$ (weil unbetr. $> B\Theta$).

Setzt man $h\,BE = 120^p$,
so wird $s\,E\Theta = 0^p 33'$ in diesem Maße,
also $b\,E\Theta = 0^\circ 32'$ wie $\ominus\, E\Theta B = 360^\circ$, Ha 257
mithin $\angle EB\Theta = 0^\circ 32'$ wie $2R = 360^\circ$.

(Nun war $\angle BZM = 5^\circ 40'$ wie $2R = 360^\circ$)
folglich $\angle BEM = 6^\circ 12'$ als Summe,
$= 3^\circ\ 6'$ wie $4R = 360^\circ$.

Hei 379 Demnach stand der Planet bei der zweiten Opposition gegen die Richtung der Zeichen $3^0 6'$ vor dem Perigeum. Nun war (S. 217, 3) nachgewiesen, daß er bei der ersten Opposition in der Richtung der Zeichen $72^0 11'$ von dem Apogeum entfernt war. Folglich beläuft sich in Übereinstimmung mit dem (S. 205, 2) aus den Beobachtungen gewonnenen Intervall das scheinbare Intervall von der ersten bis zur zweiten Opposition auf



$$180^0 - [72^0 11' + 3^0 6'] = 104^0 43'.$$

C. Es sei nun auch die Figur der dritten Opposition vorgelegt.

1. Es war nachgewiesen worden, (s. S. 215, 18 *b* ΓM), daß

$$\angle \Gamma Z M = 30^0 36' \text{ wie } 4R = 360^0,$$
$$= 61^0 12' \text{ wie } 2R = 360^0;$$

$$\text{mithin} \left\{ \begin{array}{l} b\,\Delta H = 61^0 12' \\ ,b\,ZH = 118^0 48' \end{array} \right\} \text{ wie } \circlearrowleft \Delta HZ = 360^0,$$

$$\text{also} \left\{ \begin{array}{l} s\,\Delta H = 61^p\ 6' \\ ,s\,ZH = 103^p 17' \end{array} \right\} \text{ wie } h\,\Delta Z = 120^p.$$

Setzt man $\Delta Z = 2^p 45'$ wie *exhm* $\Delta\Gamma = 60^p$,
so wird $\Delta H = 1^p 24'$ und $ZH = 2^p 22'$.
(Nun ist $\Delta\Gamma^2 - \Delta H^2 = \Gamma H^2$)
mithin $\Gamma H = 59^p 59'$ in demselben Maße.

2. Es ist (zunächst wieder, weil $Z\Delta = \Delta E$,

$$\left. \begin{array}{l} H\Theta = ZH \\ E\Theta = 2\,\Delta H \end{array} \right\} \text{ Eukl. VI. 2. 4)}$$

Hei 380 $$\text{mithin} \left\{ \begin{array}{ll} \Gamma\Theta = \Gamma H - H\Theta = & 57^p 37' \\ E\Theta (= 2\,\Delta H) & 2^p 48' \end{array} \right\} \text{ (wie } \Delta\Gamma = 60^p).$$

31 (Nun ist $\Gamma\Theta^2 + E\Theta^2 = \Gamma E^2$)
mithin $h\,\Gamma E = 57^p 41'$ in demselben Maße.

Ha 258 Setzt man $h\,\Gamma E = 120^p$,
so wird $s\,E\Theta = 5^p 50'$ in diesem Maße,

also $\delta E\Theta = 5^0 34'$ wie $\Theta E\Theta\Gamma = 360^0$,
mithin $\angle E\Gamma\Theta = 5^0 34'$ wie $2R = 360^0$.

(Nun war $\angle \Gamma ZM = 61^0 12'$ wie $2R = 360^0$)
folglich $\angle \Gamma EM = 66^0 46'$ als Summe,
$= 33^0 23'$ wie $4R = 360^0$.

So viel Grade stand demnach der Planet bei der dritten Opposition in der Richtung der Zeichen von dem Perigeum entfernt. Nun war nachgewiesen, daß er bei der zweiten Opposition gegen die Richtung der Zeichen $3^0 6'$ vor demselben Perigeum stand. Folglich beläuft sich wieder in Übereinstimmung mit den (S. 205, 3) durch die Beobachtung festgestellten Graden das scheinbare Intervall von der zweiten bis zur dritten Opposition in Summa auf $36^0 29'$.

V. Lage des Apogeums.

Der Planet hatte bei der dritten Opposition, wie oben (Z. 5) nachgewiesen, in dem durch die Beobachtung (S. 204, 21) festgestellten Orte $\Upsilon 14^0 23'$ in der Richtung der Zeichen $33^0 23'$ von dem Perigeum entfernt gestanden. Folglich ist ohne weiteres klar[a], daß damals das Perigeum der Exzentrizität in $\chi 11^0$ lag und das Apogeum diametral gegenüber in $\mathfrak{m} 11^0$. Hei 381

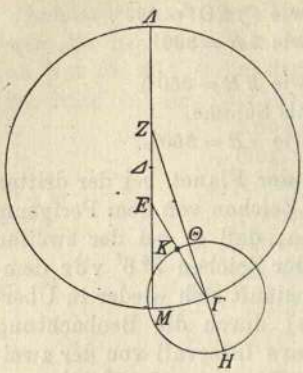
VI. Nachweis der mittleren Länge und der Anomalie.

Wenn wir um den Mittelpunkt Γ den Epizykel $H\Theta K$ beschreiben, werden wir ohne weiteres erhalten:

1. von dem Apogeum Λ des Exzenters[b] ab den mittleren Ort in Länge mit $(180^0 + 30^0 36' =) 210^0 36'$, weil (oben S. 215, 18) nachgewiesen worden ist, daß $\angle \Gamma ZM = 30^0 36'$ wie $4R = 360^0$;

2. den Epizykelbogen ΘK von dem Perigeum Θ bis zu dem Planeten in K mit $2^0 47'$, weil (oben Z. 2) nachgewiesen Ha 259

a) Weil $14^0 23'$ des Widders $+19^0$ der Fische $= 33^0 23'$.
b) Es ist der Exzenter des gleichförmigen Laufs um das Zentrum Z, dessen Apogeum natürlich auf der Verlängerung des Halbmessers $\Delta\Lambda$ liegt.



worden ist, daß $\angle E\Gamma Z = 5^0 34'$ wie $2R = 360^0$ oder $= 2^0 47'$ wie $4R = 360^0$.

Zur Zeit der dritten Opposition, d. i. im ersten Jahre Antonins am 20/21. ägyptischen Athyr 5 Stunden nach Mitternacht (8. Oktober 137 n. Chr. 5^h früh), stand demnach der Planet Jupiter, theoretisch auf die mittleren Örter bezogen, in Länge von dem Apogeum ($\eta\psi\ 11^0$) des Exzenters $210^0 36'$ entfernt, d. h. sein mittlerer Ort[a] war ($\gamma\ 14^0 23' - \angle E\Gamma Z =$) $\gamma\ 11^0 36'$, während er in Anomalie von dem Apogeum H des Epizykels $182^0 47'$ entfernt war.

Hei 382

Zweites Kapitel.

Nachweis der zahlenmäßigen Größe des Epizykels des Jupiter.

Zum Nachweis der zahlenmäßigen Größe des Epizykels wählten wir weiterhin wieder eine Beobachtung, welche wir mit dem Diopter im 2^{ten} Jahre Antonins am 26/27. ägyptischen Mesore vor Sonnenaufgang anstellten, d. i. ungefähr 5 Äquinoktialstunden nach Mitternacht (11. Juli 139 n. Chr. 5^h früh), als der mittlere Ort der Sonne $\Leftrightarrow\ 16^0 11'$ war[b] und am Astrolab $\gamma\ 2^0$ kulminierte. Mit Bezug auf den glänzenden Stern (Aldebaran) der Hyaden anvisiert, hatte der Jupiter damals als scheinbaren Ort $\Pi\ 15^0 45'$ inne und die gleiche scheinbare Länge wie das Zentrum des südlicher stehenden Mondes. Für jene Stunde[c] fanden wir auf Grund der früher dargelegten Berechnungen

Ha 260

a) D. i. der auf der Leitlinie $Z\Gamma$ liegende Ort.

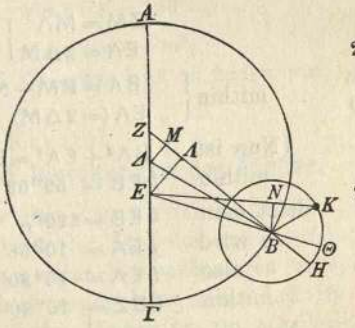
b) Für $885^a 355^d 17^h$ ergibt die Nachprüfung $\Leftrightarrow\ 16^0 11' 2''$.

c) Für dieselbe Zeit ergibt die Nachprüfung nach den Mondtafeln: $\Pi\ 9^0 10' 47''$ in Länge, $272^0 13' 39''$ in Anomalie und

den mittleren Ort des Mondes in Länge ♈ 9° 0′
die Entfernung vom Apogeum des Epizykels in Anomalie 272° 5′ Hei 383
den genauen Ort des Mondes[8] ♈ 14°50′
den scheinbaren Ort für Alexandria[a] ♈ 15°45′.

Da ferner die Zeit von der dritten Opposition bis zur vorliegenden Beobachtung (vom 20/21. Athyr 5^h früh 885 Nab bis 26/27. Mesore 5^h früh 886 Nab.) 1 ägyptisches Jahr und (10 + 240 + 26) 276 Tage beträgt, so bringt sie (für den Jupiter) — es wird keinen merkbaren Unterschied machen, wenn hierbei mit etwas abgerundeten Zahlen gerechnet wird[b] — in Länge 53°17′ und in Anomalie 218°31′. Wenn wir diese Beträge zu den für die dritte Opposition (S. 220, 13. 16) nachgewiesenen Örtern addieren, so werden wir zur Zeit dieser (zweiten) Beobachtung in Länge von nahezu demselben Apogeum (♍ 11°) (210°36′ + 53°17′=) 263°53′ erhalten, in Anomalie von dem Apogeum des Epizykels (182°47′ + 218°31′ − 360° =) 41°18′.

Diese Zahlen sollen gegeben sein. Es sei wieder die ähnliche Figur vorgelegt wie (S. 197) bei der Beweisführung für den Mars, nur daß sie den hier vorliegenden mittleren Örtern in Länge und in Anomalie entsprechend die Lage des Epizykels nach Passierung des Perigeums des



231°8′44″ in Breite, woraus sich die wahre südliche Breite mit etwa 2°40′ ergibt. Die Mondörter in Länge und in Anomalie zeigen wieder dieselben auffallenden Differenzen wie S. 147 Anm. a).

a) Da der Mond östlich des Meridians stand, so wirkt die Längenparallaxe in der Richtung der Zeichen.

b) Für $1^a 276^d$ ergibt die Nachprüfung in Länge 53°16′52″ in Anomalie 218°30′37″.

Exzenters und die Stellung des Planeten nach Passierung des Apogeums des Epizykels zeigen muß.

1. Da die Entfernung des mittleren Ortes in Länge von
Ha 261) Hei 384 dem Apogeum des Exzenters $263^0 53'$ beträgt, so ist (als die um 180^0 gekürzte Entfernung von dem Perigeum)

$$\angle BZ\Gamma = 83^0 53' \text{ wie } 4R = 360^0,$$
$$= 167^0 46' \text{ wie } 2R = 360^0;$$

$$\text{mithin} \left\{ \begin{array}{l} b\,\Delta M = 167^0 46' \\ ,b\,ZM = 12^0 14' \end{array} \right\} \text{ wie } \ominus \Delta MZ = 360^0,$$

$$\text{also} \left\{ \begin{array}{l} s\,\Delta M = 119^p 19' \\ ,s\,ZM = 12^p 47' \end{array} \right\} \text{ wie } h\,\Delta Z = 120^p.$$

Setzt man $\Delta Z = 2^p 45'$ wie *exhm* $\Delta B = 60^p$,
so wird $\Delta M = 2^p 44'$ und $ZM = 0^p 18'$.

Nun ist $\Delta B^2 - \Delta M^2 = BM^2$,
mithin $BM = 59^p 56'$ in demselben Maße.

2. Es ist ferner (weil $Z\Delta = \Delta E$)

$$\left. \begin{array}{l} ZM = M\Lambda \\ E\Lambda = 2\Delta M \end{array} \right\} \text{ (Eukl. VI. 2. 4)}$$

Hei 385
$$\text{mithin} \left\{ \begin{array}{l} B\Lambda = BM - M\Lambda = 59^p 38' \\ E\Lambda\,(= 2\Delta M) \quad = 5^p 28' \end{array} \right\} \text{ (wie } \Delta B = 60^p).$$

(Nun ist $B\Lambda^2 + E\Lambda^2 = EB^2$)
mithin $h\,EB = 59^p 52'$ in demselben Maße.

Setzt man $h\,EB = 120^p$,
so wird $s\,E\Lambda = 10^p 58'$ in diesem Maße,
also $b\,E\Lambda = 10^0 30'$ wie $\ominus E\Lambda B = 360^0$,
mithin $\angle EBZ = 10^0 30'$ wie $2R = 360^0$.

Nun war $\angle BZ\Gamma = 167^0 46'$ wie $2R = 360^0$,
folglich $\angle BE\Gamma = 178^0 16'$ als Summe.

3. Da das Perigeum Γ in)(11^0 liegt und der Planet (S. 220, 26) seinen scheinbaren Ort auf der Geraden EK in ♊ $15^0 45'$ hatte, so ist (von)(11^0 bis ♊ $15^0 45'$)

Ha 262
$$\angle KE\Gamma = 94^0 45' \text{ wie } 4R = 360^0,$$
$$= 189^0 30' \text{ wie } 2R = 360^0.$$

(Nun war $\angle BE\Gamma = 178^\circ 16'$ wie $2R = 360^\circ$)
folglich $\angle BEK = 11^\circ 14'$ als Differenz;
mithin $\flat BN = 11^\circ 14'$ wie $\ominus BNE = 360^\circ$,
also $s BN = 11^p 44'$ wie $h EB = 120^p$.

Setzt man $EB = 59^p 52'$ wie *exhm* $= 60^p$, (s. S. 222, 22)
so wird $BN = 5^p 50'$ in diesem Maße.

4. Ferner ist (nach Annahme S. 221, 19 gegeben)

$\flat HK = 41^\circ 18'$,
mithin $HBK = 41^\circ 18'$ wie $4R = 360^\circ$,
$= 82^\circ 36'$ wie $2R = 360^\circ$. Hei 386

Nun war $\angle EBZ = 10^\circ 30'$ wie $2R = 360^\circ$,
folglich auch $\angle HB\Theta = 10^\circ 30'$ als Scheitelwinkel,
mithin $\angle \Theta BK = 72^\circ 6'$ als Differenz.

Nun war $\angle KE\Theta = 11^\circ 14'$ wie $2R = 360^\circ$, (s. oben Z. 2)
folglich $\angle BKN = 60^\circ 52'$ als Differenz,
mithin $\flat BN = 60^\circ 52'$ wie $\ominus BNK = 360^\circ$,
also $s BN = 60^p 47'$ wie $h BK = 120^p$.

Setzt man $BN = 5^p 50'$ wie *exhm* $= 60^p$,
so wird $BK = 11^p 30'$ als *ephm*, was zu finden war.

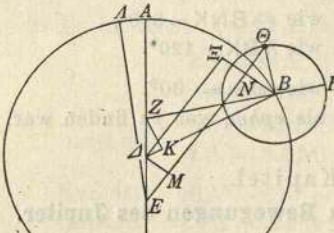
Drittes Kapitel.

Korrektion der periodischen Bewegungen des Jupiter.

Weiter wählten wir wieder zum Zweck (der Korrektion) Ha 263
der periodischen Bewegungen aus der Zahl der mit zweifel- 21
loser Sicherheit aufgezeichneten alten Beobachtungen eine,
nach welcher mit Bestimmtheit angegeben wird, daß im
45ten Jahre[a] der Zeitrechnung des Dionysius am 10. Par-
thenon früh der Jupiter den südlichen Esel (δ Cancri) be-
deckte. Der Zeitpunkt fällt in das 83te Jahr nach dem
Tode Alexanders (507 Nab.) auf den 17/18. Epiphi in der

a) Daß dieses mit dem 26. Juni 241 v. Chr. beginnende Jahr in das Jahr 507 Nab. fällt, geht aus der Nachprüfung des mittleren Sonnenortes hervor, welcher sich für $506^a 316^d 18^h$ mit $\mathrm{mp}\ 9^\circ\ 55' 32''$ ergibt.

Morgendämmerung (4. September 241 v. Chr. 6^h früh). Für diese Stunde fanden wir die Sonne nach mittlerem Lauf in
Hei 387 ♍ $9^0 56'$. Nun stand von den Sternen ($\gamma\delta\eta\vartheta$) um den Nebelfleck (die Krippe) im Krebs der sog. südliche Esel (δ) zur Zeit unserer Beobachtung (im ersten Jahre Antonins 885 Nab. S. 199, 15) in ♋ $11^0 20'$, zur Zeit der herangezogenen Beobachtung natürlich ($3^0 47'$ weiter zurück) in ♋ $7^0 33'$, weil auf die (507 bis 885 Nab.) 378 Jahre, welche zwischen den Beobachtungen liegen, $3^0 47'$ Zunahme entfallen. Folglich stand damals auch der Jupiter, weil er diesen Fixstern bedeckte, in ♋ $7^0 33'$. Demnach mußte auch das Apogeum, da es zu unserer Zeit in ♍ 11^0 lag, zur Zeit der (alten) Beobachtung in ♍ $7^0 13'$, liegen. Somit ist klar, daß der scheinbare Planet von dem damaligen Apogeum des Exzenters $300^0 20'$ entfernt stand, während der mittlere Ort der Sonne von demselben Apogeum $2^0 43'$ entfernt war.



Ha 264

Diese Zahlen sollen gegeben sein. Vorgelegt sei wieder die ähnliche Figur wie (S. 200) bei der Beweisführung für den Mars. Nur muß sie die hier nach der Beobachtung gegebenen Örter zeigen, d. i. erstens die Lage des Epizykels in B vor dem Apogeum A, zweitens die Lage des mittleren Ortes der Sonne in Λ kurz nach demselben Apogeum, und deshalb drittens die Stellung des Planeten in Θ nach dem Apogeum H des Epizykels. Man ziehe jedenfalls in ähnlicher Weise die Verbindungslinien ZBH, ΔB,
Hei 388 BΘ, ΘE und fälle auf ΔB das Lot ZK, auf ΘE die Lote ΔM, BN, endlich das Lot ΔΞ auf die hier nötige Verlängerung von BN, welche das rechtwinklige Parallelogramm ΔMNΞ fertig macht.

1. Als Erfüllung eines Kreislaufs in der Ekliptik zu $300^0 20'$ ist

$\angle AE\Theta = 59^\circ 40'$ wie $4R = 360^\circ$,
ferner $\angle AE\Lambda = 2^\circ 43'$ wie $4R = 360^\circ$, (s. S. 224, 16)
mithin $\angle \Lambda E\Theta = 62^\circ 23'$ als Summe,
folglich auch $\angle BE\Theta = 62^\circ 23'$, (Eukl. I. 29)
$= 124^\circ 46'$ wie $2R = 360^\circ$,
mithin $b\,BN = 124^\circ 46'$ wie $\ominus BN\Theta = 360^\circ$,
also $s\,BN = 106^p 20'$ wie $h\,B\Theta = 120^p$. Hei 389

Setzt man *ephm* $B\Theta = 11^p 30'$,
so wird $BN = 10^p 12'$ in demselben Maße.

2. Es ist ferner (als derselbe wie $\angle AE\Theta$)
$\angle \Delta EM = 59^\circ 40'$ wie $4R = 360^\circ$,
$= 119^\circ 20'$ wie $2R = 360^\circ$, Ha 265
folglich $\angle M\Delta E = 60^\circ 40'$ als Komplementwinkel,
mithin $b\,\Delta M = 119^\circ 20'$ wie $\ominus \Delta ME = 360^\circ$,
also $s\,\Delta M = 103^p 34'$ wie $h\,\Delta E = 120^p$.
Setzt man $\Delta E = 2^p 45'$ wie *exhm* $\Delta B = 60^p$,
so wird $\Delta M = 2^p 23'$ in demselben Maße.
(Nun ist $\Delta M = N\Xi$) (Eukl. I. 34)
mithin $B\Xi = BN + N\Xi = 12^p 35'$ in demselben Maße.
Setzt man $h\,\Delta B = 120^p$,
so wird $s\,B\Xi = 25^p 10'$ in diesem Maße,
mithin $b\,B\Xi = 24^\circ 14'$ wie $\ominus B\Xi\Delta = 360^\circ$,
also $\begin{cases} \angle B\Delta\Xi = 24^\circ 14' \text{ wie } 2R = 360^\circ, \\ \angle B\Delta M = 155^\circ 46' \text{ als Komplementwinkel.} \end{cases}$
(Nun war $\angle M\Delta E = 60^\circ 40'$ wie $2R = 360^\circ$)
folglich $\angle B\Delta E = 216^\circ 26'$ als Summe,
endlich $\angle B\Delta Z = 143^\circ 34'$ als Nebenwinkel,
mithin $\left\{ \begin{array}{l} b\,ZK = 143^\circ 34' \\ b\,\Delta K = 36^\circ 26' \end{array} \right\}$ wie $\ominus ZK\Delta = 360^\circ$,
also $\left\{ \begin{array}{l} s\,ZK = 113^p 59' \\ s\,\Delta K = 37^p 31' \end{array} \right\}$ wie $h\,\Delta Z = 120^p$. Hei 390 31
Setzt man $\Delta Z = 2^p 45'$ wie *exhm* $\Delta B = 60^p$,
so wird $ZK = 2^p 37'$ und $\Delta K = 0^p 52'$,
mithin $KB = \Delta B - \Delta K = 59^p 8'$.

(Nun ist $KB^2 + ZK^2 = ZB^2$)
mithin $\hbar ZB = 59^p 12'$ in demselben Maße.

Setzt man $\hbar ZB = 120^p$,
so wird $s ZK = 5^p 18'$ in diesem Maße,
Ha 266 6 also $\flat ZK = 5^\circ 4'$ wie $\measuredangle ZKB = 360^\circ$,
mithin $\angle ZB\Delta = 5^\circ 4'$ wie $2R = 360^\circ$.

(Nun war $\angle B\Delta Z = 143^\circ 34'$ wie $2R = 360^\circ$)
folglich $\angle AZB = 148^\circ 38'$ als Summe,
$= 74^\circ 19'$ wie $4R = 360^\circ$.

Hiermit ist der Winkel der gleichförmigen Länge (welcher an einem Umlauf fehlt) gefunden.

Nun bildet (s. S. 173, 31) der $\angle HB\Theta$ (der Anomalie) zusammen mit dem Winkel von $180^\circ + \angle BZ\Gamma$ (der Länge vom Apogeum ab) — d. h. hier unter Abzug des $\angle AZB$[a] — den $\angle AE\Lambda$ der Sonne, welcher mit $2^\circ 43'$ (S. 224, 16) gegeben ist. Wir erhalten

$(\angle HB\Theta - \angle AZB = \angle AE\Lambda$
$\angle HB\Theta - 74^\circ 19' = 2^\circ 43')$
demnach $\angle HB\Theta = 77^\circ 2'$ wie $4R = 360^\circ$.

Damit ist der Winkel gefunden, welcher den Lauf des Planeten von dem Apogeum des Epizykels ab mißt.

Hei 391 Es ist demnach von uns der Beweis erbracht worden, daß zur Zeit der vorgelegten Beobachtung der Jupiter, theoretisch nach dem mittleren Lauf betrachtet, in Länge von dem Apogeum ($\mathfrak{m}\ 7^\circ 13'$) des Exzenters ($360^\circ - 74^\circ 19' =$) $285^\circ 41'$ entfernt stand, d. h. daß sein mittlerer Ort $\Pi\ 22^\circ 54'$ war, während er von dem Apogeum des Epizykels in Anomalie $77^\circ 2'$ entfernt war.

Nun war aber von uns (S. 220, 16) der Nachweis geführt worden, daß er zu der Zeit der dritten Opposition von dem Apogeum des Epizykels $182^\circ 47'$ entfernt war; er hat also in der zwischen den beiden Beobachtungen (vom 17/18. Epiphi 6^h früh 507 Nab. bis 20/21. Athyr 5^h früh 885 Nab.)

a) D. i. unter Abzug der Länge bis zum Apogeum.

verflossenen Zeit, welche 377 ägyptische Jahre und (12 + 5 + 90 + 21 =) 128 Tage weniger eine Stunde beträgt, nach Abzug von 345 ganzen Kreisen in Anomalie einen Überschuß von (182°47′ — 77°2′ =) 105°45′ gewonnen. Das ist rund[a] wieder der Überschuß an Graden der Anomalie, welcher aus den von uns bearbeiteten (Tafeln der) mittleren Bewegungen gewonnen wird, weil wir direkt aus dem hier vorliegenden Material die Feststellung des täglichen Betrags der Bewegung dadurch erzielt haben, daß mit der Anzahl der aus der Zwischenzeit gewonnenen Tage dividiert wurde Ha 267 in die aus der Zahl der Kreise und dem Überschuß gewonnenen Grade. 11

Viertes Kapitel.

Epoche der periodischen Bewegungen des Jupiter.

Die seit dem Mittag des 1. ägyptischen Thoth des ersten Jahres Nabonassars bis zu der (S. 223, 27) vorgelegten alten Beobachtung (am 17/18. Epiphi 6^h früh 507 Nab.) verflossene Zeit beträgt ohne wesentlichen Fehler 506 ägyptische Jahre und ($300^d + 16^d + 18^h =$) $316\frac{3}{4}$ Tage. Diese Zeit umfaßt an Überschuß 258°13′ in Länge und 290°58′ in Anomalie.[b] Daher werden wir auch hier wieder, wenn wir diese Grade von den nach der Beobachtung (S. 226, 26. 28) festgestellten Örtern (285°41′ in Länge und 77°2′ in Anomalie) zugehörigerweise abziehen, für dieselbe Zeit der Hei 392 Epoche wie bei den anderen Planeten als mittleren Ort für den Planeten Jupiter erhalten

1. in Länge (258°13′ rückwärts von ♈ 22°54′) ♎ 4°41′
2. von dem Apogeum des Epizykels in Anomalie[c] 146° 4′
3. für das Apogeum der Exzentrizität ♍ 2°9′.

An dieser Stelle wird letzteres aus demselben Grunde[d] (5°4′ rückwärts von ♍ 7°13′) gelegen sein.

a) Die Nachprüfung ergibt für $377^a 127^d 23^h$ in Anomalie 105°45′46″.

b) Die Nachprüfung ergibt für $506^a 316^d 18^h$ in Länge 258° 12′40″, in Anomalie 290°58′0″.

c) 360° + 77°2′ — 290°58′ = 146°4′.

d) Aus dem bei dem Mars S. 204, 1 angegebenen Grunde.

Fünftes Kapitel.

Nachweis der Exzentrizität und des Apogeums des Saturn.

Da für die vorliegende Aufgabe noch übrig bleibt, auch die an dem Planeten Saturn theoretisch betrachteten Anomalien und ihre Epochen nachzuweisen, so wählten wir, zunächst wieder zur Feststellung des Apogeums und der Exzentrizität,
Ha 268 wie bei den anderen Planeten, drei dem mittleren Orte der
6 Sonne diametral gegenüber eingetretene Oppositionen. An den astrolabischen Instrumenten beobachteten wir

die erste im 11ten Jahre Hadrians am 7/8. ägyptischen Pachon abends (26. März 127 n. Chr. 6^h abends) in $\simeq 1^0 13'$;[a]

10 die zweite im 17ten Jahre Hadrians am 18. ägyptischen Epiphi; hier berechneten wir Zeit und Ort der genauen
Hei 393 Opposition mit Hilfe der vor und nach derselben angestellten Beobachtungen auf 4 Stunden nach dem Mittag des 18. Epiphi (3. Juni 133 n. Chr. 4^h nachmittags) in $\nearrow 9^0 40'$;[b]

15 die dritte im 20ten Jahre Hadrians am 24. ägyptischen Mesore; auch hier berechneten wir wieder die Zeit der genauen Opposition: sie hatte genau am Mittag des 24 Mesore (8. Juli 136 n. Chr. 12^h mittags) stattgefunden, ihr Ort war $\eqsim 14^0 14'$.[c]

20 Die beiden Zwischenzeiten betragen

zwischen erster und zweiter: $6^a 70^d 22^h$;
zwischen zweiter und dritter: $3^a 35^d 20^h$.

Der scheinbare Lauf des Planeten beträgt in der
ersten Zwischenzeit (von $\simeq 1^0 13'$ bis $\nearrow 9^0 40'$) $68^0 27'$;
25 zweiten Zwischenzeit (von $\nearrow 9^0 40'$ bis $\eqsim 14^0 14'$) $34^0 34'$.

---

a) Für $873^a 246^d 6^h$ ergibt die Nachprüfung als mittleren Ort der Sonne $\gamma 1^0 12' 54''$.

b) Für $879^a 317^d 4^h$ ergibt die Nachprüfung als mittleren Ort der Sonne $\Pi 9^0 39' 16''$.

c) Für $882^a 353^d 0^h$ ergibt die Nachprüfung als mittleren Ort der Sonne $\Omega 14^0 14' 38''$.

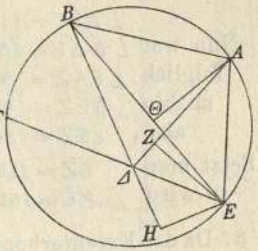
Endlich beträgt der mittlere Lauf in Länge (auf Minuten) abgerundet

für die erste Zwischenzeit[a] $75^0 43'$,
für die zweite Zwischenzeit[b] $37^0 52'$.

Unter Zugrundelegung dieser Intervalle weisen wir wieder die in Frage stehenden Verhältnisse vermittelst desselben Beweisverfahrens, als ob es sich zunächst nur um einen Exzenter handelte, auf folgende Weise nach.

I. Vorläufiger Nachweis der Exzentrizität und des Apogeums.

Um unnötige Wiederholungen zu vermeiden, sei (ohne weiteres) die demselben Beweisgang entsprechende Figur vorgelegt.



Ha 269
Hei 394

A. 1. Da der Exzenterbogen BΓ (S. 228, 25) nach der Annahme $34^0 34'$ in der Ekliptik unterspannt, so ist als Zentriwinkel der Ekliptik

$$\angle B\Delta\Gamma = 34^0 34' \text{ wie } 4R = 360^0,$$
$$= 69^0\ 8' \text{ wie } 2R = 360^0,$$

folglich auch $\angle E\Delta H = 69^0\ 8'$ (als Scheitelwinkel),
mithin $b\,EH = 69^0\ 8'$ wie $\ominus EH\Delta = 360^0$,
also $s\,EH = 68^p\ 5'$ wie $h\,\Delta E = 120^p$.

Da ferner der Bogen BΓ (oben Z. 4) $37^0 52'$ beträgt, so ist als Peripheriewinkel

$\angle BE\Gamma = 37^0 52'$ wie $2R = 360^0$.
(Nun war $\angle B\Delta\Gamma = 69^0\ 8'$ wie $2R = 360^0$)
folglich $\angle EBH = 31^0 16'$ als Differenz,
mithin $b\,EH = 31^0 16'$ wie $\ominus EHB = 360^0$,
also $s\,EH = 32^p 20'$ wie $h\,BE = 120^p$.
Setzt man $EH = 68^p\ 5'$ wie $h\,\Delta E = 120^p$,
so wird $BE = 252^p 41'$ in demselben Maße.

Hei 395

a) Für $6^s 70^d 22^h$ ergibt die Nachprüfung $75^0 42' 51''$.
b) Für $3^s 35^d 20^h$ ergibt die Nachprüfung $37^0 52' 19''$.

2. Da der ganze (Exzenter-) Bogen ABΓ (S. 228, 24. 25) $103^0 1'$ in der Ekliptik unterspannt, d i. die Summe der beiden Intervalle, so ist als Zentriwinkel der Ekliptik

$$\angle A\Delta\Gamma = 103^0\ 1' \text{ wie } 4R = 360^0,$$
folglich $\angle A\Delta E = 76^0 59'$ als Nebenwinkel,
$$= 153^0 58' \text{ wie } 2R = 360^0,$$
Ha 270 mithin $b\,EZ = 153^0 58'$ wie $\ominus EZ\Delta = 360^0$,
also $s\,EZ = 116^p 55'$ wie $h\,\Delta E = 120^p$.

Da ferner der Exzenterbogen ABΓ (S. 229, 3. 4) in Summa $113^0 35'$ beträgt, so ist als Peripheriewinkel

$$\angle AE\Gamma = 113^0 35' \text{ wie } 2R = 360^0.$$
Nun war $\angle A\Delta E = 153^0 58'$ wie $2R = 360^0$,
folglich $\angle EAZ = 92^0 27'$ als Ergänzung zu 360^0 (im Dreieck),
mithin $b\,EZ = 92^0 27'$ wie $\ominus EZA = 360^0$,
also $s\,EZ = 86^p 39'$ wie $h\,AE = 120^p$.

Setzt man $EZ = 116^p 55'$ wie $h\,\Delta E = 120^p$,
so wird $AE = 161^p 55'$ in demselben Maße.

3. Da der Exzenterbogen (AB) (S. 229, 3) $75^0 43'$ beträgt, so ist als Peripheriewinkel

Hei 396
21 $\angle AEB = 75^0 43'$ wie $2R = 360^0$,

mithin $\left\{\begin{array}{l} b\,A\Theta = 75^0 43' \\ ,b\,E\Theta = 104^0 17' \end{array}\right\}$ wie $\ominus A\Theta E = 360^0$,

also $\left\{\begin{array}{l} s\,A\Theta = 73^p 39' \\ ,s\,E\Theta = 94^p 45' \end{array}\right\}$ wie $h\,AE = 120^p$.

Setzt man $AE = 161^p 55'$ wie $h\,\Delta E = 120^p$,
so wird $A\Theta = 99^p 43'$ und $E\Theta = 127^p 51'$.
Nun war $BE = 252^p 41'$ in demselben Maße,
Ha 271 folglich $\Theta B = BE - E\Theta = 124^p 50'$ wie $A\Theta = 99^p 43'$.
Ferner ist $\Theta B^2 = 15583^{p^2} 22'$ und $A\Theta^2 = 9877^{p^2} 3'$,
folglich $AB^2 = 25460^{p^2} 25'$ als Summe,

mithin $AB = 159^p 34'$ wie $\left\{\begin{array}{l} \Delta E = 120^p \\ AE = 161^p 55'. \end{array}\right.$

4. Setzt man nun als Sehne, die den Bogen AB von $75^0 43'$ unterspannt,

$s\,AB = 73^p 39'$ wie $exdm = 120^p$, Hei 397

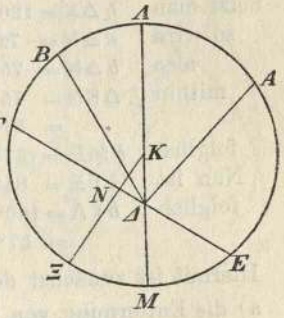
so wird $\left\{\begin{array}{l} \Delta E = 55^p 23' \\ AE = 74^p 43' \end{array}\right\}$ in demselben Maße,

also $exb\,AE = 77^0\ 1'$ (wie $\bigcirc AB\Gamma = 360^0$),

mithin $\left\{\begin{array}{l} b\,AE + b\,AB\Gamma = 190^0 36', \text{ (s. S. 230, 9)} \\ b\,\Gamma E = 169^0 24' \text{ als Ergänzung zu } 360^0, \end{array}\right.$

folglich $s\,\Gamma E = 119^p 28'$ wie $exdm = 120^p$.

B. Es sei demnach das Zentrum des Exzenters innerhalb des Segments $EA\Gamma$ angesetzt, weil letzteres größer als ein Halbkreis ist. Dieses Zentrum sei der Punkt K. Durch K und Δ ziehe man den durch beide Zentren gehenden Durchmesser $\Lambda K \Delta M$ des Exzenters, fälle von K auf ΓE das Lot KN und verlängere es bis Ξ. Nach dem ebengeführten Beweise war



$$\left.\begin{array}{l} s\,\Gamma E = 119^p 28' \\ \Delta E = 55^p 23' \end{array}\right\} \text{ wie } dm\ \Lambda M = 120^p,$$

mithin $\Gamma\Delta = 64^p 5'$ als Differenz.

Nun ist (nach Eukl. III. 35) das aus den Geraden ΔE und $\Gamma\Delta$ gebildete Rechteck gleich dem Rechteck, welches aus $\Lambda\Delta$ und ΔM gebildet wird, also Hei 398

$$\Delta E \cdot \Gamma\Delta = \Lambda\Delta \cdot \Delta M,$$

mithin $\Lambda\Delta \cdot \Delta M = 3549^{p^2} 9'$ wie $dm\,\Lambda M = 120^p$. Ha 272

Es ist ferner (nach Eukl. II. 5) die Summe des aus $\Lambda\Delta$ und ΔM gebildeten Rechtecks und des Quadrats von ΔK gleich dem Quadrat des halben Durchmessers, d. i. gleich dem Quadrat von ΛK (d. i. $= 3600^{p^2}$), also

$$\Lambda\Delta \cdot \Delta M + \Delta K^2 = \Lambda K^2.$$

Nun ist $\Delta K^2 = 3600^{p^2} - 3549^{p^2} 9' = 50^{p^2} 51'$,

folglich $\Delta K = 7^p 8'$ wie $exdm = 120^p$.

Hiermit ist die Verbindungslinie zwischen den Zentren (der Ekliptik und des Exzenters) gefunden.

C. Es ist ferner nachgewiesenermaßen (da ΓE gleich $119^p 28'$) die Hälfte von ΓE, d. i. (nach Eukl. III. 5)

$$\left.\begin{array}{l} EN = 59^p 44' \\ \Delta E = 55^p 23' \end{array}\right\} \text{ wie } dm\,\Lambda M_* = 120^p,$$

folglich $\Delta N = EN - \Delta E = 4^p 21'$ wie $\Delta K = 7^p 8'$.

Setzt man $h\,\Delta K = 120^p$,

so wird $s\,\Delta N = 73^p 11'$ in diesem Maße,

also $b\,\Delta N = 75^\circ 10'$ wie $\circlearrowleft \Delta NK = 360^\circ$,

mithin $\angle\,\Delta KN = 75^\circ 10'$ wie $2R = 360^\circ$.

$= 37^\circ 35'$ wie $4R = 360$,

folglich $b\,M\Xi = 37^\circ 35'$, weil ΔKN Zentriwinkel.

Hei 399 Nun ist $b\,\Gamma\Xi = 84^\circ 42'$ als $\frac{1}{2} b\,\Gamma\Xi E$, (S. 231, 6)

folglich $b\,\Gamma\Lambda = 180^\circ - [b\,M\Xi + b\,\Gamma\Xi]$,

$= 57^\circ 43'$.

Hiermit ist zunächst der Bogen gefunden, welcher

a) die Entfernung von dem Apogeum bis zu dem Ort der dritten Opposition ($\aleph\, 14^\circ 14'$) mißt. Weiter ergibt sich

b) die Entfernung von dem Apogeum bis zu dem Ort der zweiten Opposition ($\curlywedge\, 9^\circ 40'$). Da (S. 229,4) der Annahme nach

$$b\,B\Gamma = 37^\circ 52' \text{ (und } b\,\Gamma M = 57^\circ 43'),$$

so ist $b\,B\Lambda = b\,\Gamma\Lambda - b\,B\Gamma$,

$= 19^\circ 51'$;

Ha 273 c) die Entfernung des Ortes der ersten Opposition ($\simeq 1^\circ 13'$) bis zu dem Apogeum. Da (S. 229, 3) der Annahme nach

$$b\,AB = 75^\circ 43' \text{ (und } b\,B\Lambda = 19^\circ 51'),$$

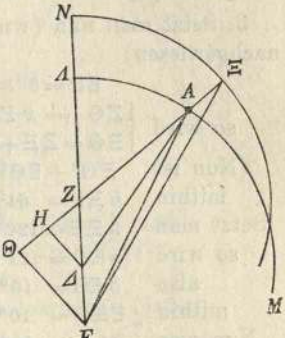
so ist $b\,A\Lambda = b\,AB - b\,B\Lambda$,

$= 55^\circ 52'$.

II. Nachweis der Differenzbogen.

Da nun wieder der Mittelpunkt des Epizykels sich nicht auf diesem Exzenter bewegt, sondern auf demjenigen, welcher mit dem Abstand $K\Lambda$ um den Halbierungspunkt der Strecke

ΔK als Zentrum beschrieben wird, so haben wir im weiteren Verfolg, wie schon bei den anderen Planeten, die Differenzen, welche sich für die in der Ekliptik gemessenen scheinbaren Intervalle ergeben, unter der (vorläufigen) Annahme berechnet, daß die gefundenen Verhältnisse annähernd die richtigen seien, wenn man den Lauf des Epizykels auf den (bisher) zugrunde gelegten Exzenter überträgt, welcher die Anomalie zur Ekliptik bewirkt.



A. Es sei die Figur für den ähnlichen Beweisgang bei der ersten Opposition vorgelegt, und zwar soll sie die Stellung vor Passierung des Apogeums Λ zeigen.

1. Nachgewiesen wurde (s. S. 232, 29 *b* $A\Lambda$) der Winkel des gleichförmigen Laufs in Länge

$$\begin{aligned} \angle NZ\Xi &= 55^\circ 52' \text{ wie } 4R = 360^\circ, \\ \text{folglich auch } \angle \Delta ZH &= 55^\circ 52' \text{ (als Scheitelwinkel)}, \\ &= 111^\circ 44' \text{ wie } 2R = 360^\circ, \end{aligned}$$

Hei 400

$$\text{mithin } \left\{ \begin{matrix} b\,\Delta H = 111^\circ 44' \\ ,b\,ZH = 68^\circ 16' \end{matrix} \right\} \text{ wie } \ominus\, \Delta HZ = 360^\circ,$$

$$\text{also } \left\{ \begin{matrix} s\,\Delta H = 99^p 20' \\ ,s\,ZH = 67^p 20' \end{matrix} \right\} \text{ wie } h\,\Delta Z = 120^p.$$

Setzt man *vbl* $\Delta Z = 3^p 34'$ wie *exhm* $\Delta A = 60^p$, (S. 231, 34)

so wird $\Delta H = 2^p 57'$ und $ZH = 2^p 0'$.

Ha 274

Nun ist $\Delta A^2 - \Delta H^2 = AH^2$,

mithin $AH = 59^p 56'$ in demselben Maße.

2. Es ist ferner (weil $Z\Delta = \Delta E$)

$$\left. \begin{matrix} ZH = H\Theta \\ E\Theta = 2\,\Delta H \end{matrix} \right\} \text{ (Eukl. VI. 2. 4)}$$

$$\text{mithin } \left\{ \begin{matrix} A\Theta = AH + H\Theta = 61^p 56' \\ E\Theta \ (= 2\,\Delta H) = 5^p 54' \end{matrix} \right\} \text{ (wie } \Delta A = 60^p).$$

(Nun ist $A\Theta^2 + E\Theta^2 = AE^2$)
mithin $\hbar\, AE = 62^p 13'$ in demselben Maße.
Setzt man $\hbar\, AE = 120^p$,
so wird $s\, E\Theta = 11^p 21'$ in diesem Maße,
also $b\, E\Theta = 10^0 51'$ wie $\ominus E\Theta A = 360^0$,
folglich $\angle EA\Theta = 10^0 51'$ wie $2R = 360^0$.

Hei 401 3. Setzt man nun (wie oben in dem Maße von $\Delta A = Z\Xi$ nachgewiesen)

$E\Theta = 5^p 54'$ wie *exhm* $Z\Xi = 60^p$,

so wird $\left\{\begin{array}{l} Z\Theta \ (= 2\, ZH) = 4^p \\ \Xi\Theta = Z\Xi + Z\Theta = 64^p \end{array}\right\}$ in diesem Maße.

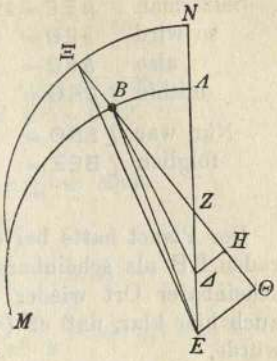
(Nun ist $\Xi\Theta^2 + E\Theta^2 = \Xi E^2$)
mithin $\hbar\, \Xi E = 64^p 16'$ in demselben Maße.
Setzt man $\hbar\, \Xi E = 120^p$,
so wird $s\, E\Theta = 11^p\ 2'$ in diesem Maße,
also $b\, E\Theta = 10^0 33'$ wie $\ominus E\Theta\Xi = 360^0$,
mithin $\angle E\Xi\Theta = 10^0 33'$ wie $2R = 360^0$.
Nun war $\angle EA\Theta = 10^0 51'$ wie $2R = 360^0$,
folglich $\angle AE\Xi = 0^0 18'$ als Differenz,
$= 0^0\ 9'$ wie $4R = 360^0$.

Das ist der Winkel der gesuchten Differenz. Nun hatte der Planet bei der ersten Opposition auf der Geraden EA als scheinbaren Ort ♎ $1^0 13'$ inne. Hieraus ergibt sich folgendes. Wenn sich der Mittelpunkt des Epizykels nicht auf
Ha 275 dem Exzenter $A\Lambda$, sondern auf dem Exzenter $N\Xi$ bewegte,
26 so würde er sich in dem Punkt Ξ des letzteren befinden, und der scheinbare Ort des Planeten würde auf der Geraden $E\Xi$ (nicht in ♎ $1^0 13'$, sondern) um $0^0 9'$ gegen die Richtung der Zeichen weiter rückwärts der Stellung in Punkt A in ♎ $1^0 4'$ liegen.

B. Es sei wieder auch die Figur der zweiten Opposition für denselben Beweisgang vorgelegt, und zwar soll sie die Stellung nach Passierung des Apogeums zeigen.

Hei 402 1. Nachgewiesen wurde (s. S. 232,24 $b\, B\Lambda$) als Bogen des Exzenters (des gleichförmigen Laufs)

$b\,\Xi N = 19^0\,51'$,
mithin $\angle\,\Xi ZN = 19^0\,51'$
wie $4R = 360^0$,
folglich auch $\angle\,\Delta ZH = 19^0\,51'$
als Scheitelwinkel,
$= 39^0\,42'$
wie $2R = 360^0$,
mithin $\left\{\begin{array}{l} b\,\Delta H = 39^0\,42' \\ {}_b Z H = 140^0\,18' \end{array}\right\}$
wie $\odot\,\Delta HZ = 360^0$,
also $\left\{\begin{array}{l} s\,\Delta H = 40^p\,45' \\ {}_s Z H = 112^p\,52' \end{array}\right\}$
wie $h\,\Delta Z = 120^p$.



Setzt man $\Delta Z = 3^p\,34'$ wie *exhm* $\Delta B = 60^p$,
so wird $\Delta H = 1^p\,13'$ und $ZH = 3^p\,21'$.
Nun ist $\Delta B^2 - \Delta H^2 = BH^2$,
mithin $BH = 59^p\,59'$ in demselben Maße.

2. Es ist ferner (weil $Z\Delta = \Delta E$)

$\left.\begin{array}{l} ZH = H\Theta \\ E\Theta = 2\,\Delta H \end{array}\right\}$ (Eukl. VI. 2. 4)

mithin $\left\{\begin{array}{l} B\Theta = BH + H\Theta = 63^p\,20' \\ E\Theta\,(= 2\,\Delta H) = 2^p\,26' \end{array}\right\}$ (wie $\Delta B = 60^p$).

(Nun ist $B\Theta^2 + E\Theta^2 = BE^2$)
mithin $h\,BE = 63^p\,23'$ in demselben Maße. Hei 403
Setzt man $h\,BE = 120^p$,
so wird $s\,E\Theta = 4^p\,36'$ in diesem Maße, Ha 276
also $b\,E\Theta = 4^0\,24'$ wie $\odot\,E\Theta B = 360^0$,
folglich $\angle\,EB\Theta = 4^0\,24'$ wie $2R = 360^0$.

3. Setzt man, wie oben (in dem Maße von $\Delta B = Z\Xi$) nachgewiesen,

$E\Theta = 2^p\,26'$ wie *exhm* $Z\Xi = 60^p$,

so wird $\left\{\begin{array}{l} Z\Theta\,(= 2\,ZH) = 6^p\,42' \\ \Xi\Theta = Z\Xi + Z\Theta = 66^p\,42' \end{array}\right\}$ in diesem Maße.

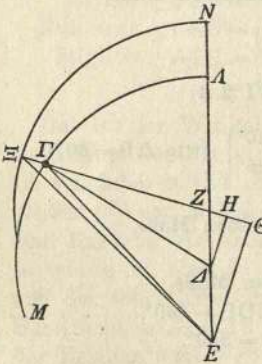
(Nun ist $\Xi\Theta^2 + E\Theta^2 = \Xi E^2$)
mithin $h\,\Xi E = 66^p\,45'$ in demselben Maße.

Setzt man $h\,\Xi E = 120^p$,
so wird $s\,E\Theta = 4^p 23'$ in diesem Maße,
also $b\,E\Theta = 4^\circ 12'$ wie $\ominus\, E\Theta\Xi = 360^\circ$,
mithin $\angle\, E\Xi\Theta = 4^\circ 12'$ wie $2R = 360^\circ$.

Nun war $\angle\, EB\Theta = 4^\circ 24'$ wie $2R = 360^\circ$,
folglich $\angle\, BE\Xi = 0^\circ 12'$ als Differenz,
$= 0^\circ\ 6'$ wie $4R = 360^\circ$.

Der Planet hatte bei der zweiten Opposition auf der Geraden EB als scheinbaren Ort $\curlywedge\, 9^\circ 40'$ inne. Wenn sein scheinbarer Ort wieder auf der Geraden EΞ läge, so ist
Hei 404 auch hier klar, daß er (weiter vorwärts) in $\curlywedge\, 9^\circ 46'$ stehen würde.

Nun war (S. 234, 30) nachgewiesen, daß der Planet bei der ersten Opposition unter der gleichen Voraussetzung in $\backsimeq\, 1^\circ 4'$ gestanden haben würde. Hieraus geht hervor, daß das scheinbare Intervall von der ersten bis zur zweiten Opposition, wenn es theoretisch auf den Exzenter NΞ bezogen würde, in der Ekliptik (von $\backsimeq\, 1^\circ 4'$ bis $\curlywedge\, 9^\circ 46'$) $68^\circ 42'$ (statt $68^\circ 27'$) betragen müßte.



C. Ebenso sei auch die Figur der
Ha 277 dritten Opposition in derselben Stellung, wie sie für die zweite Opposition (d. h. nach Passierung des Apogeums) angesetzt war, vorgelegt.

1. Es wurde nachgewiesen (s. S. 232, 16 $b\,\Gamma\Delta$), daß

$b\,N\Xi = 57^\circ 43'$,
mithin $\angle\, \Xi ZN = 57^\circ 43'$ wie $4R = 360^\circ$,
folglich auch $\angle\, \Delta ZH = 57^\circ 43'$ (als Scheitelwinkel),
$= 115^\circ 26'$ wie $2R = 360^\circ$,

mithin $\left\{\begin{array}{l} b\,\Delta H = 115^\circ 26' \\ b\,ZH = 64^\circ 34' \end{array}\right\}$ wie $\ominus\, \Delta HZ = 360^\circ$,

also $\left\{\begin{array}{l} s\,\Delta H = 101^p 27' \\ s\,ZH = 64^p 6' \end{array}\right\}$ wie $h\,\Delta Z = 120^p$. Hei 405

Setzt man $\Delta Z = 3^p 34'$ wie *exhm* $\Delta\Gamma = 60^p$,
so wird $\Delta H = 3^p 1'$ und $ZH = 1^p 54'$.

Nun ist $\Delta\Gamma^2 - \Delta H^2 = \Gamma H^2$,
mithin $\Gamma H = 59^p 56'$ in demselben Maße.

2. Es ist ferner (weil $Z\Delta = \Delta E$)

$\left.\begin{array}{l} ZH = H\Theta \\ E\Theta = 2\,\Delta H \end{array}\right\}$ (Eukl. VI. 2. 4)

mithin $\left\{\begin{array}{ll} \Gamma\Theta = \Gamma H + H\Theta = & 61^p 50' \\ E\Theta\ (= 2\Delta H) = & 6^p 2' \end{array}\right\}$ (wie $\Delta\Gamma = 60^p$).

(Nun ist $\Gamma\Theta^2 + E\Theta^2 = \Gamma E^2$)
mithin $h\,\Gamma E = 62^p 8'$ in demselben Maße.

Setzt man $h\,\Gamma E = 120^p$,
so wird $s\,E\Theta = 11^p 39'$ in diesem Maße,
also $b\,E\Theta = 11^\circ 9'$ wie $\measuredangle E\Theta\Gamma = 360^\circ$,
folglich $\angle E\Gamma\Theta = 11^\circ 9'$ wie $2R = 360^\circ$.

2. Setzt man (wie oben in dem Maße von $\Delta\Gamma = Z\Xi$ nachgewiesen)

$E\Theta = 6^p 2'$ wie *exhm* $Z\Xi = 60^p$,

so wird $\left\{\begin{array}{ll} Z\Theta\ (= 2ZH) = & 3^p 48' \\ \Xi\Theta = Z\Xi + Z\Theta = & 63^p 48' \end{array}\right\}$ in diesem Maße. Ha 278

(Nun ist $\Xi\Theta^2 + E\Theta^2 = \Xi E^2$)
mithin $h\,\Xi E = 64^p 5'$ in demselben Maße.

Setzt man $h\,\Xi E = 120^p$, Hei 406
so wird $s\,E\Theta = 11^p 18'$ in diesem Maße,
also $b\,E\Theta = 10^\circ 49'$ wie $\measuredangle E\Theta\Xi = 360^\circ$,
mithin $\angle E\Xi\Theta = 10^\circ 49'$ wie $2R = 360^\circ$.

Nun war $\angle E\Gamma\Theta = 11^\circ 9'$ wie $2R = 360^\circ$,
folglich $\angle \Gamma E\Xi = 0^\circ 20'$ als Differenz,
$= 0^\circ 10'$ wie $4R = 360^\circ$.

Da der scheinbare Ort des Planeten bei der dritten Opposition (S. 228, 19) auf der Geraden $E\Gamma$ in $\vec{\sigma}\,14^\circ 14'$ lag,

so geht hieraus hervor, daß er, wenn er sich auf der Geraden EΞ befände, (0°10′ weiter vorwärts) in ♌ 14°24′ liegen müßte. Es betrug somit wieder, theoretisch auf den Exzenter NΞ bezogen, das scheinbare Intervall von der zweiten bis zur dritten Opposition (d. i. von ♐ 9°46′ bis ♌ 14°24′) 34°38′ (statt 34°34′).

III. Wiederaufnahme des Beweisverfahrens.

Unter Einsetzung der (S. 231 f. und) vorstehend für diese Intervalle gewonnenen Werte fanden wir bei (nochmaliger) Durchführung desselben Beweisverfahrens (I)

1. die Verbindungslinie zwischen den Zentren der Ekliptik und des Exzenters, welcher die gleichförmige Bewegung des Epizykels bewirkt, d. i. die EZ gleiche Strecke[a])

$(\Delta K) = 6^p 50'$ wie $exdm = 120^p$ (statt $7^p 8'$ S. 231, 34);

2. die Bogen desselben Exzenters

a) von dem Ort der ersten Opposition bis zum Apogeum

$(b A \Lambda) = 57°5'$ (statt 55°52′ S. 232, 29);

b) von dem Apogeum bis zu dem Ort der zweiten Opposition

$(b B \Lambda) = 18°38'$ (statt 19°51′ S. 232, 24);

c) von dem Apogeum bis zu dem Ort der dritten Opposition

$(b \Gamma \Lambda) = 56°30'$ (statt 57°43′ S. 232, 16).

IV. Probe der Endergebnisse.

Ha 279
Hei 407

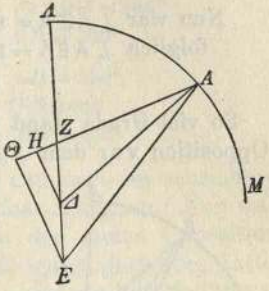
Auf diesem Wege sind die vorstehenden zahlenmäßigen Beträge wieder genau ermittelt.[b]) Denn erstens ergeben

---

a) EZ bezieht sich auf die bisherige Figur S. 236, die folgenden in Parenthese beigefügten Buchstaben auf die Figur S. 231.

b) Daher fehlen auch bei dem Saturn die Abschnitte B und C des Absatzes III S. 189 f. Die Unterschiede in den Entfernungen der drei Oppositionen vom Apogeum gegen die vorher ermittelten betragen nur je 1°13′.

sich vermittelst dieser Beträge die Differenzen der Ekliptikbogen ohne wesentlichen Fehler als dieselben wie die vorher (S. 236, 21; 238, 6) gewonnenen, zweitens lassen sich aus ihnen die scheinbaren Intervalle des Planeten berechnen und werden in Übereinstimmung gefunden mit den (S. 228, 24. 25) durch die Beobachtung festgestellten. Dies wird uns auf dem ähnlichen Wege klar werden.



A. Vorgelegt sei die Figur der ersten Opposition mit der Beschränkung auf den Exzenter, welcher den Mittelpunkt des Epizykels trägt.

1. Als Zentriwinkel des Exzenters (des gleichförmigen Laufs) ist

$$\angle AZA = 57^\circ\ 5' \quad \text{wie } 4R = 360^\circ,$$
$$= 114^\circ 10' \quad \text{wie } 2R = 360^\circ;$$

folglich auch $\angle \Delta ZH = 114^\circ 10'$ als Scheitelwinkel,

$$\text{mithin} \left\{ \begin{array}{l} b\,\Delta H = 114^\circ 10' \\ {}_b ZH = \ 65^\circ 50' \end{array} \right\} \text{wie } \ominus \Delta HZ = 360^\circ,$$

$$\text{also} \left\{ \begin{array}{l} s\,\Delta H = 100^p 44' \\ {}_s ZH = \ 65^p 13' \end{array} \right\} \text{wie } h\,\Delta Z = 120^p.$$

Setzt man $vbl\,\Delta Z = 3^p 25'$ wie $exhm\,\Delta A = 60^p$, Hei 408
so wird $\Delta H = 2^p 52'$ und $ZH = 1^p 51'$.

Nun ist $\Delta A^2 - \Delta H^2 = AH^2$,
mithin $AH = 59^p 56'$ in demselben Maße.

2. Es ist ferner (weil $Z\Delta = \Delta E$)

$$\left. \begin{array}{l} ZH = H\Theta \\ E\Theta = 2\Delta H \end{array} \right\} \text{(Eukl. VI. 2. 4)}$$

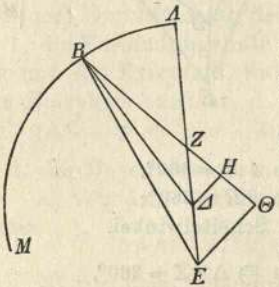
$$\text{mithin} \left\{ \begin{array}{l} A\Theta = AH + H\Theta = 61^p 57' \\ E\Theta\ (= 2\Delta H) \quad = \ 5^p 44' \end{array} \right\} \text{(wie } \Delta A = 60^p\text{)}.$$

(Nun ist $A\Theta^2 + E\Theta^2 = AE^2$)
mithin $h\,AE = 62^p\ 3'$ in demselben Maße. Ha 280

Setzt man $h\,AE = 120^p$,
so wird $s\,E\Theta = 11^p\ 5'$ in diesem Maße,
also $b\,E\Theta = 10^\circ 36'$ wie $\oplus\, E\Theta A = 360^\circ$,
mithin $\angle EAZ = 10^\circ 36'$ wie $2R = 360^\circ$.

Nun war $\angle AZ\Lambda = 114^\circ 10'$ wie $2R = 360^\circ$,
folglich $\angle AE\Lambda = 103^\circ 34'$ als Differenz,
$= 51^\circ 47'$ wie $4R = 360^\circ$.

So viel Grade stand demnach der Planet bei der ersten Opposition vor dem Apogeum.



B. Es sei ferner entsprechenderweise die Figur der zweiten Opposition vorgelegt.

1. Es wurde nachgewiesen (s. S. 238, 21 $b\,B\Lambda$), daß

$\angle BZ\Lambda = 18^\circ 38'$ wie $4R = 360^\circ$,
$= 37^\circ 16'$ wie $2R = 360^\circ$;

folglich auch

Hei 409 $\angle \Delta ZH = 37^\circ 16'$ als Scheitelwinkel,

mithin $\left\{ \begin{array}{l} b\,\Delta H = 37^\circ 16' \\ {}_b\,ZH = 142^\circ 44' \end{array} \right\}$ wie $\oplus\, \Delta HZ = 360^\circ$,

also $\left\{ \begin{array}{l} s\,\Delta H = 38^p 20' \\ {}_s\,ZH = 113^p 43' \end{array} \right\}$ wie $h\,\Delta Z = 120^p$.

Setzt man $\Delta Z = 3^p 25'$ wie $exhm\,\Delta B = 60^p$,
so wird $\Delta H = 1^p\ 5'$ und $ZH = 3^p 14'$.

Ha 281 Nun ist $\Delta B^2 - \Delta H^2 = BH^2$,
26 mithin $BH = 59^p 59'$ in demselben Maße.

2. Es ist ferner (weil $Z\Delta = \Delta E$)

$$\left. \begin{array}{l} ZH = H\Theta \\ E\Theta = 2\,\Delta H \end{array} \right\} \text{(Eukl. VI. 2. 4)}$$

mithin $\left\{ \begin{array}{l} B\Theta = BH + H\Theta = 63^p 13' \\ E\Theta\,(= 2\Delta H) \quad = 2^p 10' \end{array} \right\}$ (wie $\Delta B = 60^p$).

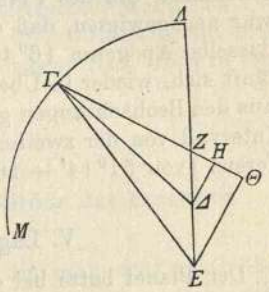
(Nun ist $B\Theta^2 + E\Theta^2 = BE^2$)
mithin $h\,BE = 63^p 15'$ in demselben Maße.

Setzt man $h\,BE = 120^p$,
so wird $s\,E\Theta = 4^p\ 7'$ in diesem Maße, Hei 410
also $b\,E\Theta = 3°56'$ wie $\odot\, E\Theta B = 360°$, 5
mithin $\angle\, EB\Theta = 3°56'$ wie $2R = 360°$.

Nun war $\angle\, BZ\Lambda = 37°16'$ wie $2R = 360°$,
folglich $\angle\, BE\Lambda = 33°20'$ als Differenz,
$= 16°40'$ wie $4R = 360°$.

Bei der zweiten Opposition lag demnach der scheinbare 10
Ort des Planeten $16°40'$ hinter dem Apogeum. Nun war (S. 240, 7) nachgewiesen, daß bei der ersten Opposition der Planet $51°47'$ vor demselben Apogeum gestanden hatte. Folglich beläuft sich in Übereinstimmung mit den (S. 228, 24) aus den Beobachtungen gewonnenen Graden das scheinbare 15
Intervall von der ersten Opposition bis zur zweiten in Summa auf $68°27'$.

C. Es sei nun auch die Figur der dritten Opposition vorgelegt.



1. Es war nachgewiesen (s. S. 238, 24 $b\,\Gamma\Lambda$), daß 20

$\angle\, \Gamma Z\Lambda = 56°30'$
wie $4R = 360°$,
$= 113°$
wie $2R = 360°$,

folglich auch $\angle\, \Delta ZH = 113°$
als Scheitelwinkel,

mithin $\left\{\begin{array}{l} b\,\Delta H = 113° \\ b\,ZH = 67° \end{array}\right\}$ wie $\odot\, \Delta HZ = 360°$, 25 Ha 282 Hei 411

also $\left\{\begin{array}{l} s\,\Delta H = 100^p\ 4' \\ s\,ZH = 66^p 14' \end{array}\right\}$ wie $h\,\Delta Z = 120^p$.

Setzt man $\Delta Z = 3^p 25'$ wie *exhm* $\Delta\Gamma = 60^p$,
so wird $\Delta H = 2^p 51'$ und $ZH = 1^p 53'$. 30

Nun ist $\Delta\Gamma^2 - \Delta H^2 = \Gamma H^2$,
mithin $\Gamma H = 59^p 56'$ in demselben Maße.

2. Es ist ferner (weil $Z\Delta = \Delta E$)

$$\left.\begin{matrix} ZH = H\Theta \\ E\Theta = 2\Delta H \end{matrix}\right\} \text{(Eukl. VI. 2. 4)}$$

mithin $\left\{\begin{matrix} \Gamma\Theta = \Gamma H + H\Theta = 61^p 49' \\ E\Theta\,(= 2\Delta H) \quad = 5^p 42' \end{matrix}\right\}$ (wie $\Delta\Gamma = 60^p$).

(Nun ist $\Gamma\Theta^2 + E\Theta^2 = \Gamma E^2$)

mithin $h\,\Gamma E = 62^p\ 5'$ in demselben Maße.

Setzt man $h\,\Gamma E = 120^p$,

so wird $s\,E\Theta = 11^p 10'$ in diesem Maße,

also $b\,E\Theta = 10^0 32'$ wie $\ominus E\Theta\Gamma = 360^0$,

mithin $\angle E\Gamma\Theta = 10^0 32'$ wie $2R = 360^0$.

Hei 412 Nun war $\angle \Gamma Z\Lambda = 113^0$ wie $2R = 360^0$,

folglich $\angle \Gamma E\Lambda = 102^0 28'$ als Differenz,

$= 51^0 14'$ wie $4R = 360^0$.

So viel Grade lag demnach bei der dritten Opposition der scheinbare Ort des Planeten hinter dem Apogeum. Nun war nachgewiesen, daß er auch bei der zweiten Opposition dasselbe Apogeum $16^0 40'$ hinter sich hatte. Folglich beläuft sich, wieder in Übereinstimmung mit den (S. 228, 25) aus den Beobachtungen gewonnenen Geraden, das scheinbare Intervall von der zweiten bis zur dritten Opposition als Differenz (von $51^0 14' - 16^0 40'$) auf $34^0 34'$.

V. Lage des Apogeums.

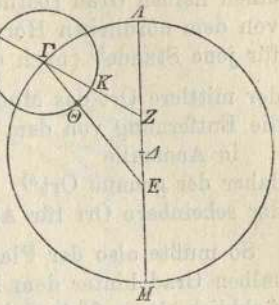
Ha 283 Der Planet hatte bei der dritten Opposition in $\bar{\sim} 14^0 14'$ das Apogeum, wie (eben) nachgewiesen wurde, $51^0 14'$ hinter sich. Folglich ist ohne weiteres klar, daß damals das Apogeum der Exzentrizität ($51^0 14'$ rückwärts) in $\mathfrak{m}\ 23^0$ lag und das Perigeum diametral gegenüber in $\mathfrak{V}\ 23^0$.

VI. Nachweis der mittleren Länge und der Anomalie.

Wenn wir um den Mittelpunkt Γ den Epizykel HK beschreiben, werden wir ohne weiteres erhalten

1. von dem Apogeum des Exzenters ab den mittleren Ort des Epizykels in Länge mit den (S. 238, 23) nachgewiesenen $56^0 30'$;

2. den Epizykelbogen ΘK (von dem Perigeum K bis zu dem Planeten in Θ) mit $5^0 16'$ (wie *epz* $= 360^0$), weil (S. 242, 11) nachgewiesen worden ist, daß $\angle E\Gamma Z = 10^0 32'$ wie $2R = 360^0$. Es bleibt somit für den Bogen HΘ von dem Apogeum des Epizykels bis zu dem Planeten $(180^0 - 5^0 16' =) 174^0 44'$ übrig.



5 Hei 413

10

Zur Zeit der dritten Opposition, d. i. im 20ten Jahre Hadrians am 24. ägyptischen Mesore mittags (8. Juli 136 n. Chr. 12^h mittags), stand demnach der Planet Saturn, theoretisch auf die mittleren Örter bezogen, in Länge von dem Apogeum ($\mathfrak{m}\, 23^0$) des Exzenters $56^0 30'$ entfernt, d. h. sein mittlerer Ort[a] war ($\mathfrak{z}\, 14^0 14' + \angle E\Gamma Z =$) $\mathfrak{z}\, 19^0 30'$, während er in Anomalie von dem Apogeum des Epizykels $174^0 44'$ entfernt war. Dies zu finden war als Aufgabe gestellt.

15

20

Sechstes Kapitel.

Nachweis der zahlenmäßigen Größe des Epizykels des Saturn.

Weiter wählten wir wieder, um die zahlenmäßige Größe des Epizykels nachzuweisen, eine Beobachtung, welche wir im 2ten Jahre Antonins am 6/7. ägyptischen Mechir 4 Äquinoktialstunden vor Mitternacht (22. Dezember 138 n. Chr. 8^h abends) angestellt hatten. Am Astrolab kulminierte $\Upsilon\, 30^0$, während die mittlere Sonne in $\mathfrak{x}\, 28^0 41'$ stand.[b] Damals hatte der Planet Saturn, mit Bezug auf den glänzenden Stern

{Ha 284 / Hei 414}

25

a) D. i. der auf der Leitlinie ZΓ liegende Ort.

b) Für $885^a 155^d 8^h$ ergibt die Nachprüfung $\mathfrak{x}\, 28^0 41' 14''$.

(Aldebaran) der Hyaden anvisiert, als scheinbaren Ort ♒ 9°4′ inne und blieb hinter dem Zentrum des Mondes ungefähr einen halben Grad (östlich) zurück; denn so weit stand er von dem nördlichen Horn des Mondes[a] entfernt. Nun war für jene Stunde[b] (nach den Mondtafeln berechnet)

der mittlere Ort des Mondes	♒ 8°55′
die Entfernung von dem Apogeum des Epizykels in Anomalie	174°15′
daher der genaue Ort[8]	♒ 9°40′
Hei 415 der scheinbare Ort für Alexandria[c]	♒ 8°34′.

So mußte also der Planet Saturn, da er ungefähr einen halben Grad hinter dem Zentrum des Mondes (östlich) zurückblieb, in ♒ 9°4′ stehen, war demnach von demselben Apogeum des Exzenters (d. i. von ♏ 23°), weil dieses auf eine so kurze Zeit keinen nennenswerten Fortschritt in Bewegung zeigt, 76°4′ entfernt.

Da ferner die von der dritten Opposition bis zu dieser Beobachtung (vom 24. Mesore mittags 883 Nab. bis zum
Ha 285 6. Mechir 8^h abends 886 Nab.) verflossene Zeit 2 ägyptische Jahre, (7 + 5 + 150 + 5 =) 167 Tage und 8 Stunden beträgt, und da sich der Saturn in dieser Zeit rund[d] 30°3′ in Länge und 134°24′ in Anomalie bewegt, so werden wir, wenn wir diese Grade zu den für die dritte Opposition (S. 243, 19.21) festgestellten Örtern addieren, zur Zeit der vorliegenden Beobachtung in Länge von dem Apogeum des Exzenters (56°30′ + 30°3′ =) 86°33′ erhalten, in Anomalie von dem Apogeum des Epizykels (174°44′ + 134°24′ =) 309°8′.

---

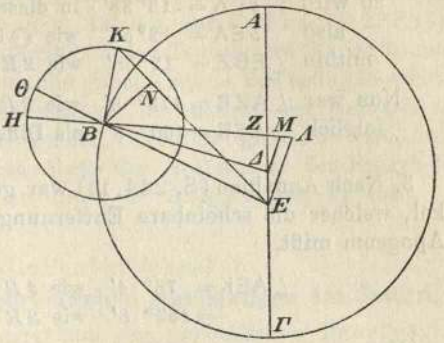
a) Der Mond stand in Sichelform etwa 5° vor dem ersten Oktanten und hatte 1°36′ südliche Breite. S. Anm. 22.1.

b) Die Nachprüfung ergibt ♒ 8°57′43″ und 174°19′53″ in Anomalie. Da der Mond 40° mittlere Elongation hatte, so machte sich die zweite Anomalie geltend. Hierzu s. Anm. 8.

c) Da der Mond westlich des Meridians stand, so wirkte die Längenparallaxe gegen die Richtung der Zeichen.

d) Die Nachprüfung ergibt 30°2′59″ in Länge und 134°23′33″ in Anomalie.

Diese Zahlen sollen gegeben sein. Es sei wieder die Figur (S. 221) für den ähnlichen Beweis vorgelegt. Nur muß sie (hier) den zugrunde gelegten Örtern entsprechend die Lage des Epizykels nach Passierung des Apogeums des Exzenters und den Planeten in der Stellung vor Passierung des Apogeums des Epizykels zeigen.



1. Als gegeben ist zugrunde gelegt

$$\angle AZB = 86^0\,33' \quad \text{wie } 4R = 360^0,$$
$$= 173^0\,6' \quad \text{wie } 2R = 360^0,$$

folglich auch $\angle \Delta ZM = 173^0\,6'$ (als Scheitelwinkel), Hei 416

mithin $\left\{ \begin{array}{l} b\,\Delta M = 173^0\,6' \\ {}_b ZM = 6^0\,54' \end{array} \right\}$ wie $\odot\, \Delta MZ = 360^0$,

also $\left\{ \begin{array}{l} s\,\Delta M = 119^p\,47' \\ {}_s ZM = 7^p\,13' \end{array} \right\}$ wie $h\,\Delta Z = 120^p$.

Setzt man $vbl\,\Delta Z = 3^p\,25'$ wie $exhm\,\Delta B = 60^p$,
so wird $\Delta M = 3^p\,25'$ und $ZM = 0^p\,12'$. Ha 286

Nun ist $\Delta B^2 - \Delta M^2 = BM^2$, Hei 417
mithin $BM = 59^p\,54'$ in demselben Maße. 27

2. Es ist ferner (weil $Z\Delta = \Delta E$)

$$\left. \begin{array}{l} ZM = M\Lambda \\ E\Lambda = 2\Delta M \end{array} \right\} \text{(Eukl. VI. 2. 4)}$$

mithin $\left\{ \begin{array}{l} B\Lambda = BM + M\Lambda = 60^p\,6' \\ E\Lambda\,(= 2\Delta M) \quad = 6^p\,50' \end{array} \right\}$ (wie $\Delta B = 60^p$).

(Nun ist $B\Lambda^2 + E\Lambda^2 = EB^2$)
mithin $h\,EB = 60^p\,29'$ in demselben Maße.

Setzt man $h\,EB = 120^p$,
so wird $s\,E\Lambda = 13^p 33'$ in diesem Maße,
also $b\,E\Lambda = 12°\,58'$ wie $\ominus\, E\Lambda B = 360°$,
mithin $\angle\, EBZ = 12°\,58'$ wie $2R = 360°$.

Nun war $\angle\, AZB = 173°\ 6'$ wie $2R = 360°$,
folglich $\angle\, AEB = 160°\ 8'$ als Differenz.

3. Nach Annahme (S. 244, 16) war gegeben als der Winkel, welcher die scheinbare Entfernung des Planeten vom Apogeum mißt,

$\angle\, AEK = 76°\ 4'$ wie $4R = 360°$,
$= 152°\ 8'$ wie $2R = 360°$.

(Nun war $\angle\, AEB = 160°\ 8'$ wie $2R = 360°$)
folglich $\angle\, KEB = 8°$ als Differenz,
mithin $b\,BN = 8°$ wie $\ominus\, BNE = 360°$,
Hei 418 also $s\,BN = 8^p 22'$ wie $h\,EB = 120^p$.

Setzt man $EB = 60^p 29'$ wie $exhm = 60^p$, (S. 245, 34)
so wird $BN = 4^p 13'$ in diesem Maße.

4. Da die Entfernung des Planeten von dem Apogeum des Epizykels (S. 244, 28) $309°\,8'$ betrug, so ist als Supplementbogen

$b\,HK = 50°\,52'$,
Ha 287 mithin $\angle\, HBK = 50°\,52'$ wie $4R = 360°$,
$= 101°\,44'$ wie $2R = 360°$.

Nun war $\angle\, EBZ = 12°\,58'$ wie $2R = 360°$,
mithin auch $\angle\, HB\Theta = 12°\,58'$ (als Scheitelwinkel),
folglich $\angle\, \Theta BK = 88°\,46'$ als Differenz.

Nun war $\angle\, KEB = 8°$ wie $2R = 360°$,
folglich $\angle\, BKN = 80°\,46'$ als Differenz,
mithin $b\,BN = 80°\,46'$ wie $\ominus\, BNK = 360°$,
also $s\,BN = 79^p 45'$ wie $h\,BK = 120^p$.

Setzt man $BN = 4^p 13'$ wie $exhm = 60^p$,
so wird $BK = 6^p 30'$ als $ephm$.

Somit sind wir zu dem Ergebnis gelangt, daß erstens (S. 242, 27) zur Zeit des Regierungsantrittes Antonins das Apogeum des Saturn in ♏ 23° lag, daß zweitens (S. 238,14) Hei 419 die Verbindungslinie zwischen den Zentren der Ekliptik und des Exzenters, welcher die gleichförmige Bewegung bewirkt, $6^p 50'$ in dem Maße beträgt, in welchem der Halbmesser des den Epizykel tragenden Exzenters gleich 60^p ist, daß endlich in demselben Maße der Halbmesser des Epizykels $6^p 30'$ beträgt, was zu finden als Aufgabe gestellt war.

Siebentes Kapitel.

Korrektion der periodischen Bewegungen des Saturn.

Da noch die Korrektion der periodischen Bewegungen nachzuweisen bleibt, so wählten wir auch für diesen Zweck wieder eine von den mit zweifelloser Sicherheit aufgezeich- Ha 288 neten alten Beobachtungen, nach welcher mit Bestimmtheit angegeben wird, daß im 82ten Jahre der Zeitrechnung der Chaldäer am 5. Xanthikos abends der Planet Saturn zwei Zoll unterhalb der südlichen Schulter (γ) der Jungfrau gestanden habe.

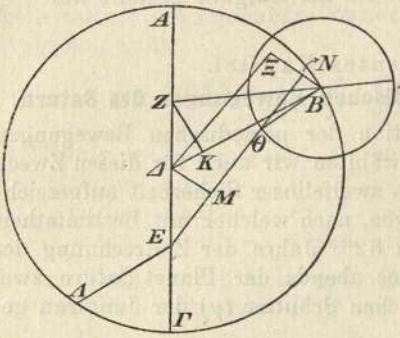
Der Zeitpunkt fällt in das 519te Jahr seit Nabonassar auf den 14. ägyptischen Tybi abends (1. März 229 v. Chr. 6^h abends). Für diese Stunde[a] fanden wir die mittlere Sonne in ♌ $6^0 10'$. Nun stand der Fixstern (γ) an der südlichen Schulter der Jungfrau[b] zur Zeit unserer Beobachtung[c] (885 Hei 420 Nab.) in ♍ $13^0 10'$, zur Zeit der vorgelegten Beobachtung, weil auf die Zwischenzeit von 366 Jahren ohne wesentlichen Fehler $3^0 40'$ Bewegung der Fixsterne entfallen, natürlich in ♍ $9^0 30'$, wo auch der Planet Saturn stehen mußte, weil

a) Für $518^a 133^d 6^h$ ergibt die Nachprüfung ♌ $6^0 8' 50''$, genauer für 7^h ♌ $6^0 11' 17''$. Vgl. jedoch S. 251, 10.

b) Im Sternkatalog wird dieser Stern (Nr. 7) bezeichnet als „von den vier Sternen im linken Flügel der dem vorangehenden (η) nachfolgende".

c) Gemeint ist das Jahr 137 n. Chr. des Regierungsantrittes Antonins, wie aus der Zwischenzeit von 366 Jahren (519 bis 885 Nab.) hervorgeht. Vgl. S. 15, 5; 167, 30; 199, 15. 20.

er ja zwei Zoll südlicher als der Fixstern stand. Aus demselben Grunde mußte sein Apogeum, da es zu unserer Zeit (S. 242, 27) in ♏ 23° nachgewiesen wurde, zur Zeit der vorgelegten Beobachtung in ♏ 19°20′ liegen. Hieraus ergibt sich, daß zu dem vorliegenden Zeitpunkt der scheinbare Planet von dem damaligen Apogeum (von ♏ 19°20′ bis ♍ 9°30′) in der Ekliptik 290°10′ entfernt stand, während die mittlere Sonne von demselben Apogeum (von ♏ 19°20′ bis ☌ 6°10′) 106°50′ entfernt war.



Diese Zahlen sollen gegeben sein. Vorgelegt sei wieder die (S. 224, 18) bei dem ähnlichen Nachweis angewendete Figur. Sie zeigt hier den Epizykel (gleichfalls) in der Lage vor Passierung des Apogeums, aber den Ort der Sonne vor Passierung des Perigeums. Parallel zu letzterem (d. h. zu EΛ) ziehe man
Ha 289 die Gerade (BΘ) von dem Mittelpunkte des Epizykels zum Planeten.

1. Da der scheinbare Ort des Saturn die (zu 290°10′) an einem Kreise fehlenden 69°50′ vor dem Apogeum stand, so ist als Zentriwinkel der Ekliptik

Hei 421

$\angle AE\Theta = 69°50'$ wie $4R = 360°$,
$= 139°40'$ wie $2R = 360°$.

Ferner ist $\angle AE\Lambda = 106°50'$ wie $4R = 360°$ als Abstand der Sonne,
$= 213°40'$ wie $2R = 360°$,
mithin $\angle \Lambda E\Theta = 353°20'$ als Summe.

Nun ist $\angle \Lambda E\Theta = \angle B\Theta E$, weil $B\Theta \parallel E\Lambda$, (Eukl. I. 29)
folglich auch $\angle B\Theta E = 353°20'$ wie $2R = 360°$,
sowie $\angle B\Theta N = 6°40'$ als Nebenwinkel,

mithin $b\,BN = 6^0\,40'$ wie $\odot\, BN\Theta = 360^0$,
also $s\,BN = 6^p\,58'$ wie $h\,B\Theta = 120^p$.

Setzt man *ephm* $B\Theta = 6^p\,30'$, Hei 422
so wird $BN = 0^p\,23'$ in demselben Maße.

2. Es ist ferner (wie oben) 5

$\angle\, AE\Theta = 139^0\,40'$ wie $2R = 360^0$,
folglich $\angle\, M\Delta E = 40^0\,20'$ als Komplementwinkel,
mithin $b\,\Delta M = 139^0\,40'$ wie $\odot\, \Delta ME = 360^0$,
also $s\,\Delta M = 112^p\,39'$ wie $h\,\Delta E = 120^p$.

Setzt man *vbl* $\Delta E = 3^p\,25'$ wie *exhm* $\Delta B = 60^p$, 10
so wird $\Delta M = 3^p\,12'$ in demselben Maße.

Nun ist $\Delta M = \Xi N$, (Eukl. I. 34)
mithin $B\Xi = BN + \Xi N = 3^p\,35'$ wie $h\,\Delta B = 60^p$.

Setzt man $h\,\Delta B = 120^p$,
so wird $s\,B\Xi = 7^p\,10'$ in diesem Maße, Ha 290
mithin $b\,B\Xi = 6^0\,52'$ wie $\odot\, B\Xi\Delta = 360^0$, 16
also $\begin{cases} \angle\, B\Delta\Xi = 6^0\,52' & \text{wie } 2R = 360^0, \\ \angle B\Delta M = 173^0\ 8' & \text{als Komplementwinkel.} \end{cases}$

(Nun war $\angle\, M\Delta E = 40^0\,20'$ wie $2R = 360^0$,
folglich $\angle\, B\Delta E = 213^0\,28'$ als Summe, 20
endlich $\angle\, B\Delta A = 146^0\,32'$ als Nebenwinkel,
mithin $\left.\begin{matrix} b\,ZK = 146^0\,32' \\ ,b\,\Delta K = 33^0\,28' \end{matrix}\right\}$ wie $\odot\, ZK\Delta = 360^0$,
also $\left.\begin{matrix} s\,ZK = 114^p\,55' \\ ,s\,\Delta K = 34^p\,33' \end{matrix}\right\}$ wie $h\,\Delta Z = 120^p$. Hei 423

Setzt man *vbl* $\Delta Z = 3^p\,25'$ wie *exhm* $\Delta B = 60^p$, 26
so wird $ZK = 3^p\,17'$ und $\Delta K = 0^p\,59'$,
mithin $KB = \Delta B - \Delta K = 59^p\,1'$ wie $ZK = 3^p\,17'$.

(Nun ist $KB^2 + ZK^2 = ZB^2$)
mithin $h\,ZB = 59^p\ 6'$ in demselben Maße. 30

Setzt man $h\,ZB = 120^p$,
so wird $s\,ZK = 6^p\,40'$ in diesem Maße,

also $\flat ZK = 6^\circ 22'$ wie $\ominus ZKB = 360^\circ$,
mithin $\angle ZBK = 6^\circ 22'$ wie $2R = 360^\circ$.

Nun war $\angle B\Delta A = 146^\circ 32'$ wie $2R = 360^\circ$,
folglich $\angle AZB = 152^\circ 54'$ als Summe,
$= 76^\circ 27'$ wie $4R = 360^\circ$.

Hiermit ist der Winkel gefunden, welcher den (an einem Umlauf fehlenden) gleichförmigen Lauf in Länge mißt.

Es stand demnach der Saturn zur Zeit der vorgelegten
Ha 291 Beobachtung in mittlerem Lauf in Länge ($360^\circ - 76^\circ 27' =$) $283^\circ 33'$ von dem Apogeum ($\mathfrak{m}\, 19^\circ 20'$) entfernt, d. h. sein (mittlerer) Ort war $\mathfrak{m}\, 2^\circ 53'$. Da aber auch der mittlere Ort der Sonne mit $106^\circ 50'$ gegeben ist, so werden wir, wenn wir die 360° eines Kreises dazu addieren und von der er-
Hei 424 haltenen Summe $466^\circ 50'$ die $283^\circ 33'$ der Länge abziehen, auch die Anomalie (d. i. den $\angle HB\Theta$) von dem Apogeum des Epizykels ab mit $183^\circ 17'$ erhalten.[a]

Es ist also nachgewiesen, daß der Planet zur Zeit der vorgelegten Beobachtung, welche in das 519^{te} Jahr seit Nabonassar auf den 14. Tybi abends (6^h) fällt, von dem Apogeum des Epizykels $183^\circ 17'$ entfernt war; es ist ferner (S. 243, 21) nachgewiesen, daß diese Entfernung zur Zeit der dritten Opposition, welche in das 883^{te} Jahr seit Nabonassar auf den 24. Mesore mittags fällt, $174^\circ 44'$ betrug. Hieraus geht hervor, daß sich der Planet Saturn in der zwischen den Beobachtungen verflossenen Zeit, welche 364 ägyptische Jahre und ($16^d + 180^d + 23^d + 18^h =$) $219\frac{3}{4}$ Tage umfaßt, nach Abzug von 351 ganzen Kreisen[10] $351^\circ 27'$ in Anomalie[b] bewegt hat. Das ist wieder rund[c] der Überschuß an Graden (der Anomalie), welcher aus den von uns be-

a) Weil Länge + Anomalie des Planeten = mittlerer Sonne. Vgl. S. 173, 31. Die Anomalie berechnet sich also nach der Formel: $x + 283^\circ 33' = 360^\circ + 106^\circ 50'$ mit $x = 466^\circ 50' - 283^\circ 33' = 183^\circ 17'$.

b) Zum ganzen Kreise fehlen dem früheren Orte $360^\circ - 183^\circ 17' = 176^\circ 43'$; hierzu kommen $174^\circ 44'$.

c) Die Nachprüfung ergibt für $364^a\, 219^d 18^h$ in Anomalie $351^\circ 26' 57''$.

arbeiteten (Tafeln der) mittleren Bewegungen gewonnen wird, weil die Feststellung des mittleren täglichen Laufs direkt auf Grund des hier vorliegenden Materials dadurch erzielt worden ist, daß in die aus der Zahl der Kreise und dem Überschuß gewonnenen Grade dividiert wurde mit der Anzahl der aus der Zeit gewonnenen Tage. Hei 425 6

Achtes Kapitel.

Epoche der periodischen Bewegungen des Saturn.

Die seit dem Mittag des 1. ägyptischen Thoth des ersten Jahres Nabonassars bis zu der vorgelegten alten Beobachtung (14. Tybi 6^h abends 519 Nab.) verflossene Zeit beträgt 518 ägyptische Jahre und $(120^d + 13^d + 6^h =) 133^1/_4$ Tage. Ha 292 Diese Zeit umfaßt an Überschuß $216^0 9'$ in Länge und $149^0 15'$ in Anomalie.[a] Daher werden wir, wenn wir diese Grade von den nach der Beobachtung (S. 250, 10. 16) festgestellten Örtern ($283^0 33'$ in Länge und $183^0 17'$ in Anomalie) abziehen, wieder für dieselbe Zeit der Epoche als mittleren Ort für den Saturn erhalten

1. in Länge ($216^0 9'$ rückwärts von ♍ $2^0 53'$) ♎ $26^0 44'$
2. von dem Apogeum des Epizykels in Anomalie $34^0 2'$
3. für das Apogeum der Exzentrizität ♍ $14^0 10'$.

An dieser Stelle wird letzteres aus demselben Grunde[b] ($5^0 10'$ rückwärts von ♍ $19^0 20'$) gelegen sein. Dies zu finden war als Aufgabe gestellt.

---

a) Die Nachprüfung ergibt für $518^a 133^d 6^h$ in Länge $216^0 8' 25''$, in Anomalie $149^0 15' 24''$.

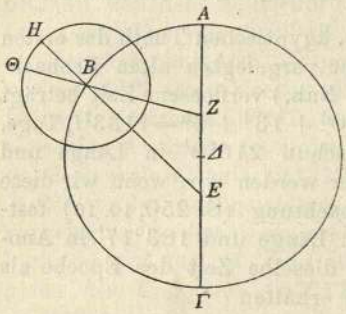
b) Aus dem bei dem Mars S. 204, 1 angegebenen Grunde.

Neuntes Kapitel.

Gewinnung der genauen Örter aus den periodischen Bewegungen auf dem Wege geometrischer Konstruktion.

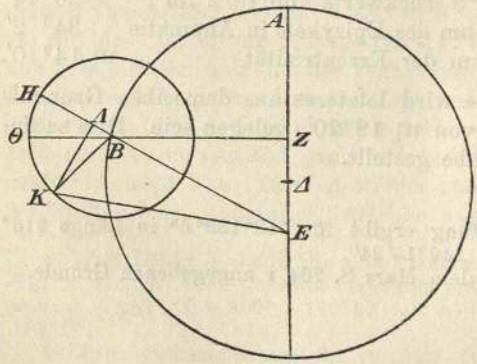
Hei 426 Daß umgekehrt auch die scheinbaren Örter der Planeten sich auf dem Wege geometrischer Konstruktion bequem gewinnen lassen, wenn die periodischen Bogen des die gleichförmige Bewegung bewirkenden Exzenters und des Epizykels[a] gegeben sind, wird uns auf Grund derselben Voraussetzungen klar werden.

Ha 293



Wenn wir an der einfachen Figur von Exzenter und Epizykel die Verbindungslinien ZBΘ und EBH ziehen, so wird, wenn der mittlere Ort in Länge, d. i. ∠AZB gegeben ist, nach beiden Hypothesen auf Grund der früher (I 173 f. und 175 f.) geführten Beweise erstens ∠AEB und ∠EBZ sich bestimmen lassen, und somit auch ∠HBΘ, zweitens das Verhältnis der Geraden EB zu dem Halbmesser (BH) des Epizykels.[b]

Hei 427



Weiter sei auch der Planet beispielshalber in Punkt K des Epizykels ange-

a) D. h. die Zahlen der mittleren Länge und der mittleren Anomalie. b) S. folgende Seite.

nommen. Man ziehe die Verbindungslinien EK und BK; der Bogen ΘK (d. i. der mittlere Ort in Anomalie) soll gegeben sein. Nun werden wir nicht mehr, wie (Fig. S. 245) bei dem umgekehrten Beweisgange, von dem Mittelpunkt B des Epizykels auf die Gerade EK ein Lot fällen, sondern von dem Planeten in K auf die Gerade EB, wie hier das Lot KΛ. Alsdann wird der ganze ∠HBK (als Summe von ∠ΘBK + ∠HBΘ) gegeben sein, deshalb auch das Verhältnis von (den Katheten) KΛ und ΛB zu (der Hypotenuse) BK (nach Eukl. Data 40) und natürlich (nach Eukl. Data 8) auch zu EB; demzufolge auch das Verhältnis der ganzen Strecke EΛ (= EB + BΛ) zu ΛK (nach Eukl. Data 6. 8). Folglich erhalten wir, nachdem (nach Eukl. Data 41) auch ∠ΛEK gegeben ist, auch den ganzen ∠AEK (= ∠AEB + ∠ΛEK), welcher die scheinbare Entfernung des Planeten von dem (derzeitigen) Apogeum mißt.

Zehntes Kapitel.

Praktische Anleitung zur Aufstellung von Tabellen der Anomalien.

Um nicht jedesmal auf dem Wege geometrischer Konstruktion die scheinbaren Örter berechnen zu müssen — dieses Verfahren ist zwar einzig und allein maßgebend für die absolut genaue Lösung der gestellten Aufgabe, aber doch etwas zu kompliziert zur raschen Erledigung der Ortsbestimmungen — so haben wir so praktisch wie möglich und zugleich mit größter Annäherung an die absolute Genauigkeit für jeden der fünf Planeten eine Tabelle bearbeitet, welche ihre von Fall zu Fall in Rechnung zu ziehenden Anomalien enthält, damit wir, wenn die periodischen Bewegungen von den betreffenden Apogeen aus gegeben sind, vermittelst dieser Anomalien ohne weitere Mühe jedesmal auch die scheinbaren Örter berechnen können. Ha 294 Hei 428 21

b) Wie dieses Verhältnis sich bestimmen läßt, wenn ∠AZB gegeben ist, wurde für jeden Planeten gehörigen Ortes (z. B. Buch X. Kap 2 u. Kap. 8) nachgewiesen.

Jede Tabelle ist wieder aus Rücksicht auf die Symmetrie der Anordnung zu je 45 Zeilen angelegt und enthält 8 Spalten.

Die ersten beiden Spalten werden, wie bei der Sonne und dem Monde, die Argumentzahlen des mittleren Laufs enthalten. Und zwar stehen in der ersten Spalte von oben nach unten die 180 Grade von dem Apogeum ab, in der zweiten von unten nach oben die übrigen 180 Grade des Halbkreises, so daß die Argumentzahl 180^0 in beiden Spalten in der letzten Zeile steht. Die Zunahme der Grade geht in den ersten 15 Zeilen von oben nach unten von 6 zu 6 Grad vor sich, in den übrigen 30 darunter befindlichen Zeilen dagegen von 3 zu 3 Grad, weil die Unterschiede der Anomalieabschnitte zu beiden Seiten der Apogeen auf eine größere
Hei 429 Strecke hin ganz unwesentlich voneinander abweichen, wäh-
16 rend sie zu beiden Seiten der Perigeen einem rascheren Wechsel unterliegen.

Von den folgenden zwei Spalten wird die dritte die Prosthaphäresisbeträge enthalten, welche sich zu den in den zugehörigen Zeilen stehenden Argumentzahlen des mittleren Laufs infolge der größeren Exzentrizität ergeben; indessen
Ha 295 sind sie schlechthin gewonnen, als ob sich der Mittelpunkt des Epizykels direkt auf dem Exzenter bewegte, welcher die gleichförmige Bewegung bewirkt.

Die vierte Spalte enthält die Differenzen der Prosthaphäresisbeträge, welche sich infolge des Umstandes ergeben müssen, daß sich der Mittelpunkt des Epizykels nicht auf dem vorbenannten Kreise, sondern auf einem anderen bewegt.[12]

Die Methode, nach welcher jede Art dieser beiden Beträge, sowohl zusammen als auch getrennt für sich, auf dem Wege geometrischer Konstruktion gewonnen wird, ist durch zahlreiche, vorher von uns ausführlich mitgeteilte Beweisgänge dem Verständnis zugänglich gemacht worden.[a] Hier

a) D. h. sowohl in den Berechnungen, denen die Figur mit beiden Exzentern beigegeben war (wie z. B. S. 209—214), als auch in denjenigen mit der Figur, welche nur den einen Exzenter zeigt, auf dem sich der Epizykel bewegt (S. 216—219).

nun war es, wie es sich für ein Lehrbuch gehört, geboten, dieses wichtige Berechnungsmaterial der auf die Ekliptik bezogenen Anomalie vor Augen zu stellen und deshalb in zwei Spalten anzuordnen. Für die Praxis selbst wird jedoch eine Spalte genügen, welche aus der Prosthaphäresis dieser beiden Spalten kombiniert sein würde.

Jede der drei nächsten Spalten wird die Prosthaphäresisbeträge enthalten, welche sich infolge der Bewegung auf dem Epizykel ergeben, wieder schlechthin gewonnen, als ob die Apogeen und Perigeen der Epizyklen theoretisch nach der Entfernung von unserem Auge betrachtet würden.[a] Außerdem setzen wir voraus, daß die Methode dieser Art des Nachweises durch die früher (I 175f. und 179f.) ausführlich mitgeteilten Beweisgänge dem Verständnis zugänglich gemacht worden ist. Hei 430

Die mittelste von diesen drei Spalten, die sechste von der ersten ab, wird die Prosthaphäresisbeträge enthalten, welche sich nach den Verhältnissen der mittleren Entfernungen ergeben, die fünfte die Differenzen, welche sich für dieselben Gradabschnitte zwischen den Prosthaphäresisbeträgen bei größter und den Beträgen bei mittlerer Entfernung ergeben, die siebente die Differenzen, welche sich zwischen den Prosthaphäresisbeträgen bei kleinster und den Beträgen bei mittlerer Entfernung ergeben. Nach den von uns geführten Beweisen beträgt nämlich

1. die mittlere Entfernung (vgl. Fig. S. 252), d. i. die theoretisch nach dem Halbmesser (AΔ) des den Epizykel tragenden Exzenters bemessene, bei allen Planeten 60^P in dem Maße, in welchem bei jedem Planeten — es empfiehlt sich mit den obersten anzufangen — Ha 296

bei dem Saturn der Halbmesser des Epizykels = $6^P 30'$
bei dem Jupiter „ „ „ „ = $11^P 30'$
bei dem Mars „ „ „ „ = $39^P 30'$

a) D. h. der Lauf auf dem Epizykel wird nicht von dem mittleren, sondern von dem genauen Apogeum aus gerechnet. S. Anm. 13.2.

bei der Venus der Halbmesser des Epizykels $= 43^{p}10'$
bei dem Merkur „ „ „ „ $= 22^{p}30'$.

2. Die größte Entfernung, d. i. die auf den Mittelpunkt der Ekliptik bezogene $(A\Delta + \Delta E)$, beträgt dagegen

bei dem Saturn $(60^{p} + 3^{p}25' =) 63^{p}25'$
bei dem Jupiter $(60^{p} + 2^{p}45' =) 62^{p}45'$
bei dem Mars $(60^{p} + 6^{p}\ 0' =) 66^{p}\ 0'$
Hei 431 bei der Venus $(60^{p} + 1^{p}15' =) 61^{p}15'$
bei dem Merkur $(60^{p} + 3 \times 3^{p} =) 69^{p}\ 0'$;

3. die kleinste in demselben Sinne $(A\Delta - \Delta E)$

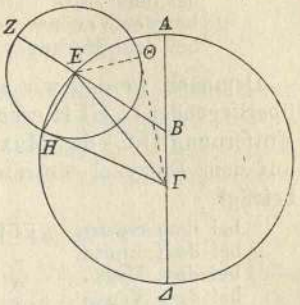
bei dem Saturn $(60^{p} - 3^{p}25' =) 56^{p}35'$
bei dem Jupiter $(60^{p} - 2^{p}45' =) 57^{p}15'$
bei dem Mars $(60^{p} - 6^{p}\ 0' =) 54^{p}\ 0'$
bei der Venus $(60^{p} - 1^{p}15' =) 58^{p}45'$
bei dem Merkur $(60^{p} - 4^{p}26' =) 55^{p}34'$.[a]

Die achte und letzte Spalte ist von uns aufgestellt worden zur Gewinnung der Bruchteile der angesetzten Differenzen, welche fällig werden, wenn die Epizyklen der Planeten nicht direkt in der mittleren, größten oder kleinsten Entfernung stehen, sondern in den zwischenliegenden Örtern. Die Berechnung der diesfalls erforderlichen Korrektion ist von uns ausschließlich mit Rücksicht auf diejenigen Maxima der Prosthaphäresisbeträge angestellt worden, welche in jeder Zwischenentfernung an den (Berührungspunkten der) Tangenten eintreten, die von unserem Auge (d. i. von Γ) aus an den Epizykel gezogen werden, wobei wir von der Annahme ausgehen, daß für die Einzelabschnitte des Epizykels der Zuschlag der Differenzen von den Zuschlägen, die für die Maxima der Prosthaphäresisbeträge gelten, nur ganz unwesentlich verschieden ist.[b]

a) Diese Entfernungsstrecke ist S. 146, 12 für die beiden Erdnähen des Merkur nachgewiesen worden.

b) Die angedeutete Erleichterung der Berechnung ist nach dem vorliegenden Wortlaut nicht recht verständlich.

Damit das Gesagte deutlicher werde und zugleich der methodische Weg, auf dem wir die Zuschläge gewinnen, sich erkennen lasse, sei ABΓΔ als die Gerade vorgelegt, welche durch die beiden Zentren der Ekliptik und des die gleichförmige Bewegung des Epizykels bewirkenden Exzenters geht. Als der Mittelpunkt der Ekliptik sei Γ angenommen, als Zentrum der gleichförmigen Bewegung des Epizykels B. Nachdem man die Verbindungslinie BEZ gezogen, beschreibe man um den Mittelpunkt E den Epizykel ZH, ziehe von Γ aus an denselben die Tangente ΓH, verbinde Γ mit E und ziehe endlich die (zu ΓH nach Eukl. III. 18) senkrechte Verbindungslinie EH.[a]



Ha 297

Hei 432

Beispielshalber sei angenommen, daß bei jedem der fünf Planeten der Mittelpunkt des Epizykels von dem Apogeum der Exzentrizität in gleichförmiger Bewegung 30^0 entfernt sei. Durch Wiederholung derselben Beweisgänge würde die Berechnung einen zu großen Raum beanspruchen; wir beschränken uns daher auf die Mitteilung der Ergebnisse. In den vorangehenden Kapiteln ist sowohl bei der Hypothese des Merkur (S. 143f.) als auch bei der Hypothese der übrigen Planeten (Buch X, Kap. 2 u. 8; Buch XI, Kap. 2 u. 6) ausführlich bewiesen worden, daß, wenn der ∠ABE gegeben ist, auch das Verhältnis von ΓE zu dem Halbmesser des Epizykels, d. i. zu HE, sich bestimmen läßt. Die für jeden Planeten einzeln angestellte Berechnung führt bei Annahme des ∠ABE $= 30^0$ wie $4R = 360^0$ zu folgenden Ergebnissen. Es verhält sich

a) Nach welcher Seite des Epizykels die Tangente gezogen wird, bleibt sich für die Größe des bei Γ gebildeten Winkels gleich, da die rechtwinkligen Dreiecke ΓHE und ΓΘE kongruent sind.

Hei 433

bei dem Saturn $\Gamma E : HE = 63^p\ 2' : 6^p\ 30'$
bei dem Jupiter „ „ $= 62^p\ 26' : 11^p\ 30'$
bei dem Mars „ „ $= 65^p\ 24' : 39^p\ 30'$
bei der Venus[a] „ „ $= 61^p\ 6' : 43^p\ 10'$
bei dem Merkur „ „ $= 66^p\ 35' : 22^p\ 30'$.

Demnach werden wir auch den (der Kathete HE gegen-
Ha 298 überliegenden) $\angle E\Gamma H$ erhalten[b], welcher in der vorliegenden Entfernung (ΓE) das Maximum der infolge der Bewegung auf dem Epizykel eintretenden Prosthaphäresis mißt. Es beträgt

bei dem Saturn $\angle E\Gamma H = 5°55'30''$ wie $4R = 360°$
bei dem Jupiter „ $= 10°36'30''$ „ „
bei dem Mars „ $= 37°\ 9'\ 0''$ „ „
bei der Venus „ $= 44°56'30''$ „ „
bei dem Merkur „ $= 19°45'\ 0''$ „ „ .

Es betragen ferner die Maxima der Prosthaphäresisbeträge (wenn der Planet im Berührungspunkte der Tangente an den Epizykel steht) unter den kurz vorher (S. 255f.) mitgeteilten (drei Entfernungs-) Verhältnissen[c] — wir behalten die bisher angesetzte Reihenfolge bei, um die Namen der Planeten nicht immer wiederholen zu müssen — in den

mittleren Entfern.	6°13'	11° 3'	41°10'	46° 0'	22° 2'
größten „	5°53'	10°34'	36°45'	44°48'	19° 2'
kleinsten „	6°36'	11°35'	47° 1'	47°17'	23°53'.

Hieraus ergeben sich folgende Differenzen der Prosthaphäresisbeträge:

---

a) Da die Entfernungen abnehmen, so kann $61^p 26'$ (vgl. S. 256,8) unmöglich richtig sein; ich habe daher die Lesart des Cod. D $61^p 6'$ wiedergegeben.

b) Setzt man z. B. für den Saturn $h\ \Gamma E = 120^p$ statt $63^p 2'$, so wird *ephm* $HE = 12^p 23'$ in diesem Maße. Zu dieser Sehne geben die Sehnentafeln den Bogen mit $11°51'$, wovon auf $\angle E\Gamma H$ als Hälfte $5°55'30''$ entfallen.

c) Z. B. für den Saturn bei dem Verhältnis $60^p : 6^p 30'$ in etwa 93° Entfernung von dem Apogeum des Exzenters $6°13'$, bei $63^p 25' : 6^p 30'$ im Apogeum des Exzenters $5°53'$, bei $56^p 35' : 6^p 30'$ im Perigeum des Exzenters $6°36'$.

a) in den mittleren und den größten Entfernungen Hei 434
$0^0 20'\ 0^0 29'\ 4^0 25'\ 1^0 12'\ 3^0 0'$;

b) in den mittleren und den kleinsten Entfernungen
$0^0 23'\ 0^0 32'\ 5^0 51'\ 1^0 17'\ 1^0 51'$.

Nun sind die (S. 258, 11—15 festgesetzten) Prosthaphäresis- 5
beträge in den in Frage stehenden Entfernungen (bei 30^0 mittlerer Länge) kleiner als die (ebenda Z. 22 mitgeteilten) in den mittleren Entfernungen, und ihre Differenzen (mit den letzteren) betragen[a]

$0^0 17' 30''\ 0^0 26' 30''\ 4^0 1'\ 1^0 3' 30''\ 2^0 17'$. 10

Diese Differenzen lassen sich im Verhältnis zu den (oben Z. 2) angesetzten ganzen Differenzen zwischen den (Beträgen der) mittleren und größten Entfernungen als Bruchteile in Sechzigsteln ausdrücken und betragen[b]

bei dem Saturn (1050″ : 1200″ =) 52′ 30″ 15
bei dem Jupiter (1590″ : 1740″ =) 54′ 50″
bei dem Mars (241′ : 265′ =) 54′ 34″ Ha 299
bei der Venus (3810″ : 4320″ =) 52′ 55″
bei dem Merkur (137′ : 180′ =) 45′ 40″.

Diese Sechzigstel haben wir in jeder Tabelle in der ach- 20
ten Spalte in die Zeile gesetzt, welche die Argumentzahl 30^0 der periodischen Länge enthält.[c]

---

a) Für den Saturn $6^0 13' - 5^0 55' 30'' = 0^0 17' 30''$, für den Jupiter $11^0 3' - 10^0 36' 30'' = 0^0 26' 30''$ usw.

b) Die in Parenthese beigefügten Verhältnisse von Sekunden ergeben sich bei dem Saturn aus $0^0 17' 30'' : 0^0 20'$, bei dem Jupiter aus $0^0 26' 30'' : 0^0 29'$ usw.

c) Diese Sechzigstel der ganzen Differenz (der 5. Spalte), welche bei den Längengraden des erdfernen Halbkreises stehen, sind demnach von den Beträgen für die mittlere Entfernung (der 6. Spalte) abzuziehen und werden deshalb im Original in der Überschrift der 8. Spalte aller Tabellen als Sechzigstel des Abzugs bezeichnet, während die Sechzigstel der ganzen Differenz (der 7. Spalte), welche zu den Längengraden des erdnahen Halbkreises gesetzt sind, zu den Beträgen der 6. Spalte zu addieren sind und deshalb als Sechzigstel des Zusatzes bezeichnet werden. In der Übersetzung ist aus räumlichen Rücksichten dieser Unterschied durch die Zeichen — und + angedeutet.

Hei 435 Desgleichen haben wir bei den Entfernungen, welche gegen die Prosthaphäresisbeträge der mittleren Entfernungen (S. 258,22) die größeren Beträge zeigen, die sich ergebenden Differenzen wieder in Sechzigstel verwandelt, jedoch im Verhältnis zu den (S. 259,4 angesetzten) ganzen Differenzen der Beträge in den kleinsten, nicht der Beträge in den größten Entfernungen.

Auf dieselbe Weise (wie vorstehend zu der mittleren Länge von 30^0) haben wir auch zu den anderen Örtern von 6 zu 6 Grad den Betrag der Sechzigstel der ganzen Differenzen berechnet und zu den betreffenden Argumentzahlen gesetzt. Für die sinnliche Wahrnehmung bleibt, wie (S. 256,27) gesagt, der Zuschlag der Differenzen derselbe, auch wenn die Örter der Planeten nicht direkt an den Stellen des Epizykels mit dem Maximum der Prosthaphäresis liegen, sondern auch in anderen Teilen desselben.[a]

Elftes Kapitel.

Die Tabellen zur Berechnung der genauen Länge der fünf Planeten

Ha 300 Hei 436 gestalten sich folgendermaßen (s. S. 261—265).

Zwölftes Kapitel.

Berechnung der Länge der fünf Planeten nach den Tabellen.

Ha 310 Hei 446 Wenn wir mit Hilfe des vorstehenden Tabellenmaterials aus den periodischen Bewegungen in Länge und in Anomalie zur Kenntnis der scheinbaren Örter eines jeden der Planeten gelangen wollen, so werden wir die Berechnung nach den Tabellen, welche für die fünf Planeten ein und dieselbe ist, folgendermaßen anstellen.

a) Mit der Annäherung an die kleinste Entfernung vergrößert sich der von den Tangenten am Auge gebildete Winkel und die Berührungspunkte fallen an andere Stellen des Epizykels, ohne daß diese Verschiebung den Zuschlag der Differenzen wesentlich beeinflußt.

Apogeum ♍ 14° 10′.

1	2	3	4	5	6	7	8
Gemeinsame Argumentzahlen		Prosthaphäresis der Länge	Differenz der Prosthaphäresis	Differenz der Abnahme	Prosthaphäresis der Anomalie	Differenz der Zunahme	Sechzigstel
6°	354	0° 37′	+ 0° 2′	0° 2′	0° 36′	0° 2′	— 60′ 0″
12	348	1 13	+ 0 4	0 4	1 11	0 4	— 58 30
18	342	1 49	+ 0 6	0 5	1 45	0 7	— 57 0
24	336	2 23	+ 0 8	0 7	2 18	0 9	— 55 30
30	330	2 57	+ 0 9	0 8	2 50	0 11	— 52 30
36	324	3 29	+ 0 10	0 10	3 20	0 13	— 49 30
42	318	3 59	+ 0 11	0 11	3 49	0 15	— 46 30
48	312	4 28	+ 0 11	0 12	4 17	0 17	— 43 30
54	306	4 55	+ 0 10	0 14	4 42	0 19	— 39 0
60	300	5 20	+ 0 9	0 15	5 4	0 20	— 34 30
66	294	5 42	+ 0 8	0 17	5 25	0 20	— 30 0
72	288	6 0	+ 0 7	0 18	5 42	0 21	— 24 0
78	282	6 14	+ 0 5	0 18	5 55	0 21	— 18 0
84	276	6 24	+ 0 3	0 19	6 5	0 22	— 12 0
90	270	6 30	+ 0 1	0 19	6 12	0 22	— 4 30
93	267	6 31	0 0	0 20	6 12	0 23	— 0 45
96	264	6 32	— 0 2	0 20	6 13	0 23	+ 2 32
99	261	6 31	— 0 3	0 20	6 12	0 24	+ 5 51
102	258	6 30	— 0 4	0 21	6 12	0 24	+ 9 8
105	255	6 27	— 0 5	0 21	6 9	0 24	+ 11 45
108	252	6 23	— 0 6	0 20	6 5	0 25	+ 14 21
111	249	6 19	— 0 7	0 20	6 0	0 25	+ 16 58
114	246	6 14	— 0 8	0 20	5 55	0 24	+ 19 31
117	243	6 7	— 0 9	0 19	5 48	0 24	+ 22 11
120	240	5 59	— 0 10	0 19	5 40	0 23	+ 24 47
123	237	5 50	— 0 10	0 19	5 31	0 23	+ 27 24
126	234	5 39	— 0 11	0 18	5 21	0 22	+ 30 0
129	231	5 27	— 0 11	0 18	5 10	0 22	+ 32 37
132	228	5 14	— 0 12	0 17	4 58	0 21	+ 35 13
135	225	5 0	— 0 12	0 17	4 45	0 20	+ 37 50
138	222	4 45	— 0 12	0 16	4 31	0 19	+ 40 26
141	219	4 29	— 0 12	0 15	4 16	0 18	+ 43 3
144	216	4 12	— 0 12	0 14	4 0	0 17	+ 45 39
147	213	3 54	— 0 12	0 14	3 43	0 15	+ 47 37
150	210	3 35	— 0 11	0 12	3 25	0 14	+ 49 34
153	207	3 16	— 0 11	0 11	3 7	0 13	+ 51 32
156	204	2 56	— 0 10	0 10	2 48	0 12	+ 53 29
159	201	2 36	— 0 9	0 9	2 29	0 11	+ 54 49
162	198	2 15	— 0 8	0 7	2 9	0 10	+ 56 6
165	195	1 53	— 0 7	0 6	1 48	0 8	+ 57 24
168	192	1 31	— 0 6	0 5	1 27	0 7	+ 58 42
171	189	1 9	— 0 5	0 5	1 6	0 5	+ 59 21
174	186	0 47	— 0 3	0 4	0 45	0 4	+ 60 0
177	183	0 24	— 0 2	0 2	0 23	0 2	+ 60 0
180	180	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	+ 60 0

Apogeum ♍ 2° 9′.

1 Gemeinsame Argument-zahlen	2	3 Prosth-aphäresis der Länge	4 Differenz der Prosth-aphäresis	5 Differenz der Ab-nahme	6 Prosth-aphäresis der Anomalie	7 Differenz der Zunahme	8 Sechzigstel
6°	354°	0° 30	+ 0° 1′	0° 2′	0° 58′	0° 2′	— 60′ 0″
12	348	1 0	+ 0 2	0 5	1 56	0 5	— 58 58
18	342	1 30	+ 0 3	0 7	2 52	0 7	— 57 56
24	336	1 58	+ 0 4	0 9	3 48	0 9	— 56 54
30	330	2 26	+ 0 5	0 11	4 42	0 11	— 54 50
36	324	2 52	+ 0 6	0 13	5 34	0 13	— 51 43
42	318	3 17	+ 0 7	0 15	6 25	0 15	— 47 35
48	312	3 40	+ 0 7	0 17	7 12	0 18	— 43 27
54	306	4 1	+ 0 7	0 19	7 57	0 20	— 39 19
60	300	4 20	+ 0 6	0 21	8 37	0 22	— 35 8
66	294	4 37	+ 0 5	0 23	9 14	0 24	— 28 58
72	288	4 51	+ 0 4	0 24	9 46	0 26	— 22 45
78	282	5 2	+ 0 3	0 25	10 13	0 28	— 17 35
84	276	5 9	+ 0 2	0 26	10 35	0 30	— 11 23
90	270	5 14	+ 0 1	0 26	10 51	0 31	— 4 40
93	267	5 15	0 0	0 27	10 57	0 31	— 1 8
96	264	5 16	— 0 1	0 27	11 0	0 32	+ 1 52
99	261	5 15	— 0 1	0 27	11 2	0 32	+ 5 9
102	258	5 14	— 0 2	0 28	11 3	0 32	+ 8 26
105	255	5 12	— 0 2	0 28	11 1	0 33	+ 11 43
108	252	5 9	— 0 3	0 29	10 59	0 33	+ 15 0
111	249	5 5	— 0 4	0 29	10 53	0 33	+ 17 49
114	246	5 0	— 0 5	0 30	10 45	0 34	+ 20 37
117	243	4 54	— 0 5	0 30	10 35	0 34	+ 23 26
120	240	4 47	— 0 6	0 30	10 24	0 34	+ 26 15
123	237	4 39	— 0 6	0 29	10 10	0 33	+ 29 4
126	234	4 30	— 0 7	0 29	9 54	0 33	+ 31 52
129	231	4 20	— 0 7	0 28	9 36	0 32	+ 34 41
132	228	4 9	— 0 8	0 28	9 16	0 32	+ 37 30
135	225	3 58	— 0 8	0 27	8 54	0 31	+ 40 19
138	222	3 46	— 0 8	0 26	8 30	0 30	+ 43 7
141	219	3 33	— 0 8	0 25	8 4	0 28	+ 45 28
144	216	3 20	— 0 7	0 23	7 36	0 26	+ 47 49
147	213	3 6	— 0 7	0 22	7 6	0 25	+ 49 42
150	210	2 51	— 0 6	0 21	6 34	0 23	+ 51 31
153	207	2 36	— 0 6	0 19	6 0	0 21	+ 52 58
156	204	2 20	— 0 5	0 17	5 24	0 19	+ 54 22
159	201	2 4	— 0 5	0 15	4 47	0 17	+ 55 47
162	198	1 47	— 0 4	0 13	4 9	0 15	+ 57 11
165	195	1 30	— 0 3	0 11	3 29	0 13	+ 57 40
168	192	1 13	— 0 2	0 9	2 49	0 10	+ 58 13
171	189	0 55	— 0 2	0 7	2 7	0 8	+ 58 40
174	186	0 37	— 0 1	0 5	1 25	0 5	+ 59 4
177	183	0 18	— 0 1	0 3	0 43	0 3	+ 59 32
180	180	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	+ 60 0

Apogeum ♋ 16°40′.

1 Gemeinsame Argumentzahlen	2	3 Prosthaphäresis der Länge	4 Differenz der Prosthaphäresis	5 Differenz der Abnahme	6 Prosthaphäresis der Anomalie	7 Differenz der Zunahme	8 Sechzigstel
6°	354°	1° 0′	+ 0° 5′	0° 8′	2°24′	0° 9′	−59′53″
12	348	2 0	+ 0 10	0 16	4 46	0 18	−58 59
18	342	2 58	+ 0 15	0 24	7 8	0 28	−57 51
24	336	3 56	+ 0 20	0 33	9 30	0 37	−56 36
30	330	4 52	+ 0 24	0 42	11 51	0 46	−54 34
36	324	5 46	+ 0 27	0 51	14 11	0 56	−52 11
42	318	6 39	+ 0 28	1 0	16 29	1 6	−49 28
48	312	7 28	+ 0 29	1 9	18 46	1 16	−46 17
54	306	8 14	+ 0 28	1 18	21 0	1 28	−42 38
60	300	8 57	+ 0 27	1 27	23 13	1 40	−38 8
66	294	9 36	+ 0 24	1 37	25 22	1 53	−33 26
72	288	10 9	+ 0 20	1 49	27 29	2 6	−28 20
78	282	10 38	+ 0 15	2 1	29 32	2 19	−22 47
84	276	11 2	+ 0 10	2 14	31 30	2 33	−16 33
90	270	11 19	+ 0 4	2 28	33 22	2 45	−10 5
93	267	11 25	0 0	2 35	34 15	2 57	− 6 34
96	264	11 29	− 0 4	2 42	35 6	3 6	− 3 3
99	261	11 32	− 0 8	2 49	35 56	3 15	+ 0 5
102	258	11 32	− 0 12	2 56	36 43	3 25	+ 3 13
105	255	11 31	− 0 16	3 4	37 27	3 36	+ 6 1
108	252	11 28	− 0 19	3 13	38 9	3 47	+ 8 49
111	249	11 22	− 0 22	3 22	38 48	3 58	+ 11 44
114	246	11 14	− 0 25	3 32	39 24	4 9	+ 14 38
117	243	11 5	− 0 28	3 43	39 56	4 21	+ 17 33
120	240	10 53	− 0 31	3 54	40 23	4 35	+ 20 27
123	237	10 39	− 0 33	4 4	40 44	4 50	+ 23 35
126	234	10 23	− 0 35	4 14	40 59	5 5	+ 26 42
129	231	10 4	− 0 37	4 24	41 7	5 21	+ 29 31
132	228	9 44	− 0 39	4 35	41 9	5 37	+ 32 20
135	225	9 21	− 0 40	4 45	41 2	5 55	+ 35 9
138	222	8 55	− 0 41	4 56	40 45	6 14	+ 37 58
141	219	8 27	− 0 41	5 7	40 16	6 34	+ 40 35
144	216	7 59	− 0 41	5 18	39 37	6 53	+ 43 12
147	213	7 27	− 0 41	5 28	38 40	7 12	+ 45 26
150	210	6 54	− 0 38	5 34	37 25	7 30	+ 47 39
153	207	6 19	− 0 36	5 38	35 52	7 45	+ 49 50
156	204	5 41	− 0 33	5 38	33 53	7 58	+ 52 1
159	201	5 3	− 0 30	5 34	31 30	8 3	+ 53 47
162	198	4 22	− 0 27	5 18	28 35	7 58	+ 55 32
165	195	3 41	− 0 23	4 52	25 3	7 47	+ 56 44
168	192	2 58	− 0 19	4 18	21 0	7 6	+ 57 55
171	189	2 14	− 0 15	3 32	16 25	5 59	+ 58 49
174	186	1 30	− 0 10	2 27	11 19	4 26	+ 59 43
177	183	0 45	− 0 5	1 16	5 45	2 20	+ 59 52
180	180	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	+ 60 0

Apogeum ♉ 16° 10′.

1	2	3	4	5	6	7	8
Gemeinsame Argumentzahlen		Prosthaphäresis der Länge	Differenz der Prosthaphäresis	Differenz der Abnahme	Prosthaphäresis der Anomalie	Differenz der Zunahme	Sechzigstel
6°	354°	0° 14′	+ 0° 1′	0° 1′	2° 31′	0° 2′	— 59′ 10″
12	348	0 28	+ 0 1	0 3	5 1	0 4	— 57 55
18	342	0 42	+ 0 1	0 5	7 31	0 6	— 56 40
24	336	0 56	+ 0 2	0 7	10 1	0 8	— 55 0
30	330	1 9	+ 0 2	0 9	12 30	0 10	— 52 55
36	324	1 21	+ 0 2	0 11	14 58	0 12	— 49 35
42	318	1 32	+ 0 3	0 13	17 25	0 14	— 45 50
48	312	1 43	+ 0 3	0 15	19 51	0 16	— 42 5
54	306	1 53	+ 0 3	0 18	22 15	0 18	— 37 5
60	300	2 1	+ 0 2	0 20	24 38	0 20	— 31 40
66	294	2 8	+ 0 2	0 22	26 37	0 23	— 26 15
72	288	2 14	+ 0 2	0 24	29 14	0 25	— 20 25
78	282	2 18	+ 0 1	0 27	31 27	0 28	— 14 35
84	276	2 21	+ 0 1	0 29	33 38	0 30	— 8 20
90	270	2 23	+ 0 1	0 31	35 44	0 33	— 1 40
93	267	2 23	0 0	0 33	36 40	0 36	+ 1 31
96	264	2 23	— 0 1	0 35	37 43	0 38	+ 4 42
99	261	2 22	— 0 1	0 38	38 40	0 40	+ 7 39
102	258	2 21	— 0 1	0 40	39 35	0 43	+ 10 35
105	255	2 20	— 0 1	0 42	40 29	0 45	+ 13 32
108	252	2 18	— 0 1	0 45	41 20	0 47	+ 16 28
111	249	2 16	— 0 1	0 47	42 9	0 50	+ 19 25
114	246	2 13	— 0 2	0 49	42 54	0 52	+ 22 21
117	243	2 10	— 0 2	0 52	43 35	0 55	+ 25 18
120	240	2 6	— 0 2	0 54	44 12	0 58	+ 28 14
123	237	2 2	— 0 2	0 57	44 45	1 1	+ 31 0
126	234	1 58	— 0 2	1 0	45 14	1 4	+ 33 44
129	231	1 54	— 0 2	1 3	45 36	1 8	+ 36 18
132	228	1 49	— 0 3	1 6	45 51	1 11	+ 38 50
135	225	1 44	— 0 3	1 10	45 55	1 14	+ 41 11
138	222	1 39	— 0 3	1 14	45 57	1 18	+ 43 32
141	219	1 33	— 0 3	1 19	45 45	1 22	+ 45 42
144	216	1 27	— 0 2	1 24	45 20	1 27	+ 47 51
147	213	1 21	— 0 2	1 29	44 40	1 32	+ 49 37
150	210	1 14	— 0 2	1 33	43 39	1 38	+ 51 23
153	207	1 7	— 0 2	1 37	42 18	1 43	+ 52 46
156	204	1 0	— 0 2	1 39	40 28	1 48	+ 54 8
159	201	0 53	— 0 2	1 41	38 7	1 51	+ 55 18
162	198	0 46	— 0 1	1 42	35 7	1 52	+ 56 26
165	195	0 39	— 0 1	1 38	31 24	1 50	+ 57 28
168	192	0 32	— 0 1	1 31	26 46	1 43	+ 58 26
171	189	0 24	— 0 1	1 19	21 15	1 27	+ 59 1
174	186	0 16	— 0 1	0 58	17 47	1 5	+ 59 36
177	183	0 8	— 0 1	0 31	7 38	0 35	+ 59 58
180	180	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	+ 60 0

Apogeum ♎ 1°10′.

1	2	3	4	5	6	7	8
Gemeinsame Argumentzahlen		Prosthaphäresis der Länge	Differenz der Prosthaphäresis	Differenz der Abnahme	Prosthaphäresis der Anomalie	Differenz der Zunahme	Sechzigstel
6°	354°	0°18′	−0° 1′	0°10′	1°38′	0° 5′	−59′20″
12	348	0 34	−0 2	0 20	3 16	0 11	−57 20
18	342	0 51	−0 4	0 24	4 53	0 17	−54 40
24	336	1 7	−0 5	0 39	6 29	0 23	−50 40
30	330	1 22	−0 5	0 49	8 4	0 28	−45 40
36	324	1 37	−0 4	0 59	9 36	0 34	−39 40
42	318	1 51	−0 4	1 8	11 6	0 40	−33 0
48	312	2 4	−0 3	1 18	12 33	0 45	−25 40
54	306	2 15	−0 1	1 28	13 58	0 50	−18 0
60	300	2 25	0 0	1 39	15 18	0 56	−10 20
66	294	2 34	+0 2	1 49	16 33	1 4	−2 20
72	288	2 41	+0 4	1 59	17 43	1 11	+9 14
78	282	2 46	+0 6	2 9	18 47	1 17	+20 0
84	276	2 50	+0 7	2 19	19 44	1 23	+29 44
90	270	2 52	+0 9	2 29	20 33	1 29	+39 28
93	267	2 52	+0 10	2 34	20 54	1 32	+43 31
96	264	2 52	+0 10	2 39	21 14	1 35	+47 34
99	261	2 51	+0 11	2 44	21 29	1 38	+50 0
102	258	2 50	+0 10	2 48	21 42	1 41	+52 26
105	255	2 48	+0 10	2 53	21 52	1 44	+54 52
108	252	2 46	+0 10	2 58	21 59	1 46	+57 18
111	249	2 44	+0 9	3 2	22 2	1 49	+58 23
114	246	2 41	+0 9	3 4	22 1	1 52	+59 28
117	243	2 37	+0 9	3 6	21 56	1 55	+59 44
120	240	2 33	+0 8	3 8	21 47	1 57	+60 0
123	237	2 28	+0 7	3 9	21 33	1 59	+59 44
126	234	2 23	+0 7	3 10	21 15	2 0	+59 23
129	231	2 18	+0 6	3 12	20 53	2 0	+58 39
132	228	2 12	+0 6	3 12	20 25	2 1	+57 50
135	225	2 6	+0 5	3 9	19 50	2 1	+56 46
138	222	2 0	+0 4	3 6	19 10	2 0	+55 41
141	219	1 53	+0 4	3 2	18 24	2 0	+54 3
144	216	1 46	+0 3	2 57	17 32	1 58	+52 26
147	213	1 38	+0 3	2 51	16 35	1 53	+50 48
150	210	1 30	+0 2	2 42	15 31	1 47	+49 11
153	207	1 22	+0 2	2 32	14 20	1 41	+47 34
156	204	1 13	+0 2	2 21	13 3	1 34	+45 57
159	201	1 5	+0 1	2 9	11 41	1 26	+44 36
162	198	0 56	+0 1	1 55	10 13	1 17	+43 15
165	195	0 46	+0 1	1 38	8 40	1 7	+42 26
168	192	0 38	0 0	1 19	7 1	0 56	+41 37
171	189	0 28	0 0	1 1	5 19	0 43	+40 48
174	186	0 19	0 0	0 42	3 35	0 28	+40 0
177	183	0 9	0 0	0 21	1 48	0 14	+39 44
180	180	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	+39 28

Aus den Tafeln der mittleren Bewegung (S. 104ff.) gewinnen wir zunächst für den in Frage stehenden Zeitpunkt durch Summierung (der einzelnen Posten) nach Abzug ganzer Kreise die gleichförmigen Örter in Länge und Anomalie und zählen die Grade (des Überschusses der Länge) von dem derzeitigen Apogeum des Exzenters bis zu dem mittleren Ort in Länge ab.

1. Mit diesen Graden (der gleichförmigen Länge) gehen wir in die Anomalietabelle des betreffenden Planeten ein und entnehmen den bei der Argumentzahl in der dritten Spalte für die genaue Berechnung der Länge angesetzten Betrag unter Anrechnung[a] der aus Minuten bestehenden Prosthaphäresis der vierten Spalte. Den erhaltenen Betrag werden wir, wenn die festgestellte Argumentzahl der (gleichförmigen) Länge in der ersten Spalte steht, von den Graden der Länge abziehen und zu den Graden der Anomalie addie-
Hei 447 ren, steht die Argumentzahl aber in der zweiten Spalte, umgekehrt zu den Graden der Länge addieren und von den Graden der Anomalie abziehen[13], um beide Örter in genauer Berechnung zu erhalten.

2. Hierauf gehen wir mit der von dem (genauen) Apogeum (des Epizykels) genauberechneten Zahl der Anomalie wieder in die beiden ersten Spalten ein und notieren uns
Ha 311 die bei ihr in der sechsten Spalte angesetzte Prosthaphäresis (der Anomalie) der mittleren Entfernung. Desgleichen gehen wir mit der Zahl der gleichförmigen Länge, mit welcher gleich von vornherein schon eingegangen worden war, in dieselben Argumentzahlen ein. Steht sie in den ersten Zeilen, welche dem Apogeum (des Exzenters) näher liegen, d. i. über der Zeile für die mittlere Entfernung, was aus den in der achten Spalte stehenden Sechzigsteln klar hervorgeht[b], so nehmen wir die bei ihr in ebendieser achten

a) D. h. unter Abzug oder Zusatz, je nachdem diese Prosthaphäresis als negativ oder positiv bezeichnet ist.

b) Insofern diese Sechzigstel von oben nach unten abnehmen, in der Zeile der mittleren Entfernung gleich Null werden und dann wieder zunehmen.

Spalte stehenden Sechzigstel, so viel dort angegeben sind, von der Differenz, welche in der fünften Spalte der größten Entfernung in der Zeile der notierten mittleren Prosthaphäresis (der Anomalie) steht, und subtrahieren das Ergebnis von diesem notierten Betrage. Steht aber die Zahl der besagten Länge in den tieferen Zeilen, welche dem Perigeum (des Exzenters) näher liegen, d. i. unter der Zeile für die mittlere Entfernung, so nehmen wir gleicherweise die in der achten Spalte bei ihr stehenden Sechzigstel, so viel dort angegeben sind, von der Differenz, welche in der siebenten Spalte der kleinsten Entfernung neben der notierten mittleren Prosthaphäresis steht, und addieren das Ergebnis zu dem notierten Betrage.[13] Hei 448

3. Hat die genauberechnete Zahl der Anomalie in der ersten Spalte gestanden, so werden wir den hiermit erhaltenen Gradbetrag der genauberechneten Prosthaphäresis (der Anomalie) zu den Graden der genauberechneten Länge addieren, hat sie in der zweiten Spalte gestanden, davon abziehen.[13] Zählen wir dann die als Ergebnis erhaltene Zahl von dem derzeitigen Apogeum des Planeten aus ab, so werden wir auf seinen scheinbaren Ort stoßen.[14]

Zwölftes Buch.

Erstes Kapitel.

Vorbemerkungen zur Rückläufigkeit.

Nach Erledigung vorstehender Beweisführungen dürfte es die nächstliegende Aufgabe sein, unser Augenmerk auf die bei jedem der fünf Wandelsterne eintretenden kleinsten und größten Rückläufigkeitsstrecken zu richten und nachzuweisen, daß auch die zahlenmäßigen Beträge dieser Bewegungen sich aus den erklärten Hypothesen in denkbar bester Übereinstimmung mit den Beobachtungsergebnissen ableiten lassen. Ha 31 Hei 45

Ehe sie an die Untersuchung dieser Erscheinung herantreten, schicken sowohl die anderen Mathematiker als auch

Apollonius von Perga einen Lehrsatz voraus, welcher verschieden lautet, je nachdem die Anomalie zur Sonne, die hierbei allein für maßgebend gehalten wird[a], nach der epizyklischen oder nach der exzentrischen Hypothese zum Ausdruck gelangt.

A. Nach der epizyklischen Hypothese.

Der Epizykel bewerkstelligt den Lauf in Länge auf dem mit der Ekliptik konzentrischen Kreise in der Richtung der Zeichen, während der Planet auf dem Epizykel um dessen
Ha 313 Mittelpunkt den Lauf in Anomalie auf dem erdfernen Bogen in der Richtung der Zeichen vollzieht.[b] Unter dieser Voraussetzung lautet (vgl. S. 271,8) der

Lehrsatz. Wenn von unserem Auge aus eine Gerade (ZΔ) gezogen wird, die den Epizykel so schneidet, daß die Hälfte (OΘ) ihres innerhalb des Epizykels liegenden Teiles sich zu der Geraden (ZΘ) von unserem Auge bis zu dem am Peri-
Hei 451 geum des Epizykels liegenden Schnittpunkt (Θ) verhält wie die Geschwindigkeit des Epizykels zu der Geschwindigkeit des Planeten, so bezeichnet der von der also gezogenen Geraden auf dem erdnahen Bogen des Epizykels erzeugte Punkt (Θ) die Grenze zwischen Rechtläufigkeit und Rückläufigkeit, d. h. der Planet wird, in diesem Punkte angelangt, den Eindruck eines scheinbaren Stillstandes machen.

B. Nach der exzentrischen Hypothese.

Dieselbe kann mit Erfolg nur bei den drei Planeten angewendet werden, welche in Opposition zur Sonne gelangen. Das Zentrum des Exzenters bewegt sich um den Mittelpunkt der Ekliptik in der Richtung der Zeichen mit der gleichen

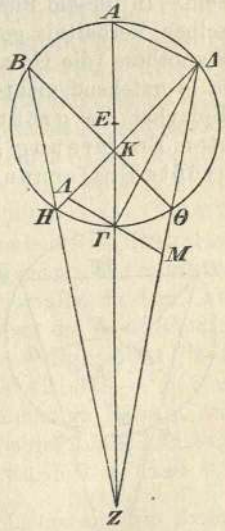
a) Insofern auf die Anomalie infolge der Bewegung auf einem Exzenter keine Rücksicht genommen wird, weil die Erdentfernung während der Rückläufigkeitsperiode sich nicht wesentlich ändert. Daher wird einerseits (A) die einfache epizyklische Hypothese zugrunde gelegt, wie bei dem Mond in den Syzygien, anderseits (B) ein Exzenter, dessen Zentrum sich um den Mittelpunkt der Ekliptik bewegt, wodurch die Folge der Exzentrizität für den Lauf des Planeten aufgehoben wird.

b) In Übereinstimmung mit der bisherigen Annahme S. 123,18.

Geschwindigkeit wie die Sonne, während sich der Planet auf dem Exzenter um dessen Zentrum gegen die Richtung der Zeichen mit der dem Lauf in Anomalie entsprechenden Geschwindigkeit bewegt. Unter dieser Voraussetzung lautet (vgl. S. 271,6) derselbe

Lehrsatz. Wenn man in dem exzentrischen Kreise durch den Mittelpunkt (K) der Ekliptik, d. i. durch das Auge, eine Gerade (BΘ) zieht, die so verläuft, daß die Hälfte (ΠΘ) der ganzen Geraden sich zu (KΘ) dem kleineren der am Auge gebildeten Abschnitte verhält wie die Geschwindigkeit des Exzenters zur Geschwindigkeit des Planeten, so wird der Planet, in dem Punkte (Θ) angelangt, in welchem die Gerade den erdnahen Bogen des Exzenters schneidet, den Eindruck eines scheinbaren Stillstandes machen.

Auch wir werden trotz aller Kürze nicht minder praktisch {Ha 314 / Hei 452} die vorliegende Aufgabe lösen, wenn wir nach beiden Hypothesen einen gemeinsamen, d. i. gemischten Beweis führen, um auch unter diesen Verhältnissen die Übereinstimmung und die Gleichartigkeit beider zu zeigen.



Der Kreis ABΓΔ sei ein Epizykel um den Mittelpunkt E. Sein Durchmesser AEΓ sei verlängert bis zu dem Mittelpunkt Z der Ekliptik, d. h. bis zu unserem Auge. Nachdem man beiderseits des Perigeums Γ die gleichgroßen Bogen ΓH und ΓΘ abgetragen, ziehe man von Z durch die Punkte H und Θ die Geraden ZHB und ZΘΔ, sowie die Verbindungslinien ΔH und BΘ, welche einander in dem Punkte K schneiden, der (nach Eukl. I. 4; III. 7) selbstverständlich auf den Durchmesser AΓ zu liegen kommen wird. Wir behaupten zunächst, daß

I. $AZ : Z\Gamma = AK : K\Gamma$.

A. Beweis nach der epizyklischen Hypothese.

Man ziehe die Verbindungslinien $A\Delta$ und $\Delta\Gamma$ und durch Γ parallel zu $A\Delta$ die Gerade $\Lambda\Gamma M$, welche (nach Eukl. I. 29)
Hei 453 selbstverständlich mit $\Delta\Gamma$ rechte Winkel bildet, weil (nach
6 Eukl. III. 31) auch $\angle A\Delta\Gamma$ ein Rechter ist.

Da $\angle \Gamma\Delta H = \angle \Gamma\Delta\Theta$, (Eukl. III. 27)

so ist $\Gamma\Lambda = \Gamma M$; (Eukl. I. 26)

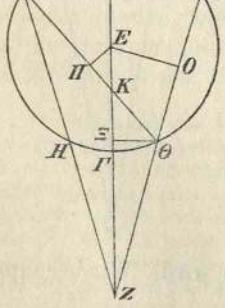
folglich ist $A\Delta : \Gamma\Lambda = A\Delta : \Gamma M$.

Nun ist $\left\{ \begin{array}{l} A\Delta : \Gamma M = AZ : Z\Gamma \\ A\Delta : \Gamma\Lambda = AK : K\Gamma \end{array} \right\}$ (Eukl. VI. 2. 4)

folglich $AZ : Z\Gamma = AK : K\Gamma$.

B. Ableitung für die exzentrische Hypothese.

Ha 315 Wenn wir uns den Epizykel $AB\Gamma\Delta$ als den Exzenter selbst denken, so wird der Punkt K der Mittelpunkt der Ekliptik sein. In diesem Punkte wird der Durchmesser $A\Gamma$ in demselben Verhältnis geteilt werden, wie bei der epizyklischen Hypothese (die Gerade AZ in Punkt Γ). Denn wir haben ja (vorstehend nichts anderes) bewiesen, (als) daß bei dem Epizykel die größte Entfernung AZ sich zur kleinsten Entfernung $Z\Gamma$ verhält, wie bei dem Exzenter die größte Entfernung AK zur kleinsten Entfernung $K\Gamma$.



II. $\Delta Z : Z\Theta = BK : K\Theta$.

A. Beweis nach der epizyklischen Hypothese.

Man ziehe an der ähnlichen Figur die Verbindungslinie $BN\Delta$, welche (nach Eukl. I. 4) selbstverständlich den Durchmesser $A\Gamma$ unter rechten Winkeln schneidet, und von Θ aus zu ihr parallel die Gerade $\Theta\Xi$.

Da $BN = N\Delta$,

so ist $BN : \Xi\Theta = N\Delta : \Xi\Theta$.

Nun ist $\left\{ \begin{array}{l} N\Delta : \Xi\Theta = \Delta Z : Z\Theta \\ BN : \Xi\Theta = BK : K\Theta \end{array} \right\}$ (Eukl. VI. 2. 4)

folglich $\Delta Z : Z\Theta = BK : K\Theta$.

B. Ableitung für die exzentrische Hypothese.

Man fälle die Lote EO und EΠ.

Bei Verbindung ist $\Delta Z + Z\Theta : Z\Theta = BK + K\Theta : K\Theta$. (Eukl. V. 15)

$(\Delta Z + [\Delta Z - 2\Delta O] : Z\Theta = B\Theta : K\Theta$, (Eukl. III. 3)

$2[\Delta Z - \Delta O] : Z\Theta = 2\Pi\Theta : K\Theta.)$

Bei Trennung (demnach) $OZ : Z\Theta = \Pi\Theta : K\Theta$. (Eukl. V. 17)

Bei nochm. Trennung $(OZ - Z\Theta : Z\Theta = \Pi\Theta - K\Theta : K\Theta)$

$O\Theta : Z\Theta = \Pi K : K\Theta$. (Eukl. V. 17)

Das heißt: Wenn bei der epizyklischen Hypothese die Gerade ΔZ so durchgezogen ist, daß $O\Theta$ zu $Z\Theta$ sich verhält wie die Geschwindigkeit des Epizykels zur Geschwindigkeit des Planeten, so wird bei der exzentrischen Hypothese {Ha 316 / Hei 455} ΠK zu $K\Theta$ in demselben Verhältnis stehen.

Daß aber nicht auch hier (wie bei der epizyklischen Hypothese $O\Theta : Z\Theta$, d. i. $OZ - Z\Theta : Z\Theta$) dieses durch Trennung erzielte Verhältnis, d. i. das Verhältnis $\Pi K : K\Theta$ (oder $\Pi\Theta - K\Theta : K\Theta$), mit Bezug auf die Stillstände zur Anwendung gelangt, sondern das ungetrennte, d i. $\Pi\Theta : K\Theta$ (oder $\Pi K + K\Theta : K\Theta$) hat seinen Grund in folgendem. Die Geschwindigkeit des Epizykels ($O\Theta$) steht zu der Geschwindigkeit des Planeten ($Z\Theta$) in dem (einfachen) Verhältnis wie lediglich der Lauf in Länge zu dem Lauf in Anomalie, während die Geschwindigkeit des Exzenters ($\Pi K + K\Theta$) zur Geschwindigkeit des Planeten ($K\Theta$) in dem (komplizierten) Verhältnis steht wie (S. 173,31) der mittlere Lauf der Sonne, d. i. die Summe des mittleren Laufs des Planeten in Länge und in Anomalie, zu dem Lauf in Anomalie. So steht z. B. bei dem Mars die Geschwindigkeit des Epizykels ($O\Theta$) zu der Geschwindigkeit des Planeten ($Z\Theta$) ungefähr in dem Verhältnis 42 : 37 — das ist ja ohne wesentlichen Fehler der zahlenmäßige Betrag, wie er von uns (S. 100,14) für das Verhältnis des Laufs in Länge zu dem Lauf in Anomalie mitgeteilt wurde[a] — und des-

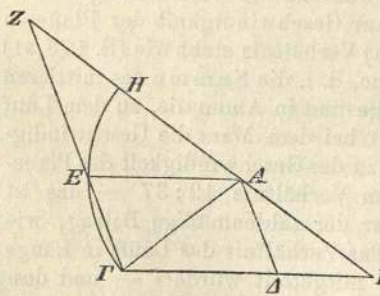
a) D. h.: 42 Umläufe des Epizykels in Länge auf dem Exzenter, die sich von Wende zu Wende in 79 Jahren vollenden, fallen mit 37 Umläufen des Planeten auf dem Epizykel in Anomalie ohne wesentlichen Fehler zusammen.

halb steht auch $O\Theta$ zu $Z\Theta$ in diesem Verhältnis (42 : 37). Dagegen steht die Geschwindigkeit des Exzenters ($\Pi K + K\Theta$) zu der Geschwindigkeit des Planeten ($K\Theta$) in dem Verhältnis der Summe 79 (d. i. 42 + 37) : 37, mithin in dem durch Verbindung erzielten Verhältnis von $\Pi\Theta$ (d. i. $\Pi K + K\Theta$) : $K\Theta$, indem ja das durch Trennung erzielte Verhältnis ΠK (d. i. $\Pi\Theta - K\Theta$) : $K\Theta$ (S. 271, 8) identisch war mit
Hei 456 $O\Theta : Z\Theta$, d. i. mit 42 : 37 (also für die exzentrische Hypothese nicht anwendbar).

Diese theoretischen Vorbemerkungen seien von uns bis zu diesem Punkte geführt. Nun bleibt noch der Beweis
Ha 317 übrig, daß in den Punkten H und Θ, mögen die in dem besprochenen Verhältnis geteilten Geraden nach dieser oder nach jener Hypothese genommen werden, der Eindruck des scheinbaren Stillstandes eintreten wird, d. h. daß der Bogen $H\Gamma\Theta$ die Strecke der Rückläufigkeit werden muß, während der übrige Teil der Peripherie für die Rechtläufigkeit verbleibt. Ehe Apollonius zum Beweis schreitet, behandelt er folgenden

Hilfssatz. Wenn in dem $\triangle AB\Gamma$, in welchem $B\Gamma > A\Gamma$, die (auf $B\Gamma$) abgetragene Strecke $\Gamma\Delta$ nicht kleiner ist als $A\Gamma$, so gilt

$$\Gamma\Delta : \Delta B > \angle AB\Gamma : \angle A\Gamma B.$$



Hei 457 26

Beweis. Man zeichne — lautet seine Angabe — das Parallelogramm $A\Delta\Gamma E$ fertig und verlängere die Seiten BA und ΓE, bis sie sich in Punkt Z schneiden. Da AE nicht kleiner als $A\Gamma$ ist[a], so wird der um das Zentrum A mit dem Abstand AE beschrie-

a) Weil $AE = \Gamma\Delta$ und $\Gamma\Delta$ nicht $< A\Gamma$, d. i. mindestens $= A\Gamma$, wie an vorliegender Figur. Zu diesem Satz ist I 33 f. zu vergleichen.

bene Kreis entweder durch Γ oder über Γ hinausgehen.[a] So sei denn der Kreis HEΓ durch Γ gezogen.

Dann ist $\begin{cases} \triangle AEZ > skt\,AEH, \\ \triangle AE\Gamma < skt\,AE\Gamma, \end{cases}$

folglich $\triangle AEZ : \triangle AE\Gamma > skt\,AEH : skt\,AE\Gamma.$

Nun ist $\begin{cases} skt\,AEH : skt\,AE\Gamma = \angle EAZ : \angle EA\Gamma, \\ \triangle AEZ : \triangle AE\Gamma = grl\,ZE : grl\,E\Gamma, \end{cases}$ (Eukl. VI. 1)

folglich $ZE : E\Gamma > \angle EAZ : \angle EA\Gamma.$

Ferner ist $ZE : E\Gamma = \Gamma\Delta : \Delta B,$[b]

(mithin auch $\Gamma\Delta : \Delta B > \angle EAZ : \angle EA\Gamma.$)

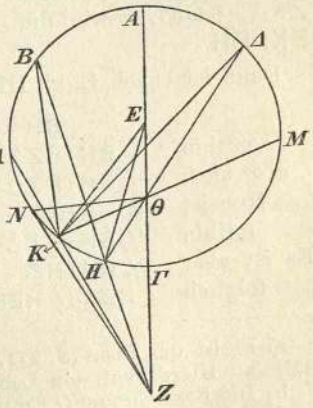
Nun ist $\left.\begin{matrix} \angle EAZ = \angle AB\Gamma \\ \angle EA\Gamma = \angle A\Gamma B \end{matrix}\right\}$ (Eukl. I. 2)

folglich $\Gamma\Delta : \Delta B > \angle AB\Gamma : \angle A\Gamma B.$ Ha 318

Es ist klar, daß das Verhältnis noch viel größer sein wird, Hei 458 wenn $\Gamma\Delta = AE$ nicht gleich $A\Gamma$, sondern größer angenommen wird.

Dieser Hilfssatz mußte vorausgeschickt werden.

Der Kreis um den Mittelpunkt E und den Durchmesser AEΓ sei ein Epizykel. Man verlängere diesen Durchmesser bis zu dem Punkt Z, wo sich unser Auge befindet, derart, daß das Verhältnis EΓ : ΓZ größer sei als das Verhältnis der Geschwindigkeit des Epizykels zu der Geschwindigkeit des Planeten. Es ist mithin (nach Eukl. III. 8) möglich, die Gerade ZHB in der Lage durch den Epizykel zu ziehen, daß $^1/_2$BH : HZ in dem Verhältnis



a) Letzteres in dem Fall, daß $AE > A\Gamma$.

b) Zunächst ist $ZE : E\Gamma = ZA : AB$ und $ZA : AB = \Gamma\Delta : \Delta B$ nach Eukl. VI. 2.

steht wie die Geschwindigkeit des Epizykels zu der Geschwindigkeit des Planeten. Wenn wir nun nach dem oben (S. 272,24) geführten Beweis einen dem Bogen AB gleichen Bogen AΔ (von A aus) abtragen und die Verbindungslinie ΔΘH ziehen, so wird nach der exzentrischen Hypothese Punkt Θ als unser Auge anzunehmen sein, und es wird $^1/_2$ΔH : ΘH in dem Verhältnis stehen[a] wie die Geschwindigkeit des Exzenters zu der Geschwindigkeit des Planeten.

Hei 459 Wir behaupten also, daß der Planet, in Punkt H angelangt, nach beiden Hypothesen den Eindruck eines scheinbaren Stillstandes machen wird, und daß wir, wenn wir beiderseits des Punktes H einen beliebig großen Bogen abtragen, den nach dem Apogeum (d. i. nach K) zu als Bogen der Rechtläufigkeit und den nach dem Perigeum (d. i. nach Γ) zu als Bogen der Rückläufigkeit finden werden.

Beweis. A. Nach der epizyklischen Hypothese.

Man trage zunächst nach dem Apogeum zu den beliebig großen Bogen HK ab und ziehe die durchgehenden Geraden ZKΛ, KΘM, sowie die Verbindungslinien BK, ΔK und

Ha 319 EK, EH.

Dann ist (nach Eukl. III. 15) in dem △ BKZ

$$BH > BK,$$

mithin $BH : HZ > \angle HZK : \angle HBK$, (S. 272, 23)

also auch $^1/_2 BH : HZ > \angle HZK : 2 \angle HBK$.

Nun ist $\angle HEK = 2 \angle HBK$, (Eukl. III. 20)

mithin $^1/_2 BH : HZ > \angle HZK : \angle HEK$.

Es ist aber $^1/_2 BH : HZ = GEp : GPl$[b],

folglich $\angle HZK : \angle HEK < GEp : GPl$.[c]

a) Es ist das oben (S. 271, 6) mit ΠΘ : KΘ bezeichnete Verhältnis. Hierzu vgl. den Lehrsatz S. 269, 6.

b) Die Bezeichnung *GEp* und *GEx*, sowie *GPl* wird von hier ab in den Beweisgängen für die Geschwindigkeit des Epizykels, des Exzenters und des Planeten angewendet werden.

c) Das Zeichen < tritt ein wegen Umstellung der Verhältnisse: das Verhältnis der Winkel stand vorher (Z. 26) an zweiter Stelle.

Mithin muß derjenige Winkel, welcher zu ∠HEK dasselbe Verhältnis hat wie die Geschwindigkeit des Epizykels Hei 460
zu der Geschwindigkeit des Planeten, größer als ∠HZK sein. Dieser Winkel sei also der ∠HZN.

In derselben Zeit, in welcher der Planet den Epizykelbogen KH zurücklegt, hat sich der Mittelpunkt des Epizykels nach der entgegengesetzten Richtung die Laufstrecke bewegt, welche dem Intervall von ZH zu ZN gleich ist. Somit ist klar, daß der Epizykelbogen KH den Planeten um einen kleineren an unserem Auge gebildeten Winkel — es ist der ∠HZK — in der gleichen Zeit gegen die Richtung der Zeichen weitergetragen hat, als der Winkel beträgt — es ist der ∠HZN — welchen der Epizykel selbst den Planeten in der Richtung der Zeichen weitergeführt hat. Folglich ist der Planet um den ∠KZN zurückgeblieben (d. h. noch rechtläufig) [a]

B. Nach der exzentrischen Hypothese.

Es ist $BH : HZ > \angle HZK : \angle HBK$. (S. 272,23)

Bei Verbindung $(BH + HZ : HZ > \angle HZK + \angle HBK : \angle HBK)$

$BZ : HZ > \angle BK\Lambda : \angle HBK$. (Eukl. I. 32)

Nun ist $BZ : HZ = \Delta\Theta : \Theta H$. (S. 270,23) Ha 320

(mithin auch $\Delta\Theta : \Theta H > \angle BK\Lambda : \angle HBK$.)

Ferner ist $\left.\begin{matrix} \angle BK\Lambda = \angle \Delta KM \\ \angle HBK = \angle H\Delta K \end{matrix}\right\}$ (Eukl. III. 27)

folglich $\Delta\Theta : \Theta H > \angle \Delta KM : \angle H\Delta K$. Hei 461

Bei Verbindung $(\Delta\Theta + \Theta H : \Theta H > \angle \Delta KM + \angle H\Delta K : \angle H\Delta K)$

$\Delta H : \Theta H > \angle H\Theta K : \angle H\Delta K$; (Eukl. I. 32)

mithin bei Trennung $\frac{1}{2}\Delta H : \Theta H > \angle H\Theta K : 2 \angle H\Delta K$,

oder $\frac{1}{2}\Delta H : \Theta H > \angle H\Theta K : \angle HEK$. (Eukl. III. 20)

Es ist aber $\frac{1}{2}\Delta H : \Theta H = GEx : GPl$,

folglich $\angle H\Theta K : \angle HEK < GEx : GPl$.

Mithin muß derjenige Winkel, welcher zu ∠HEK dasselbe Verhältnis hat wie die Geschwindigkeit des Exzen-

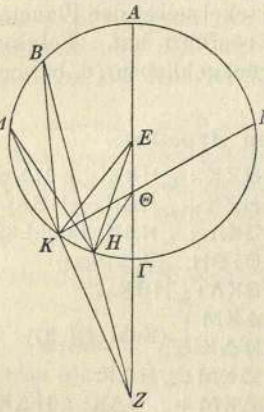
a) Ὑπολείπεσθαι bezeichnet das Zurückbleiben in östlicher Richtung hinter der Bewegung des täglichen Umschwungs, wodurch die „Rechtläufigkeit" des Planeten zum Ausdruck kommt.

ters zu der Geschwindigkeit des Planeten, größer als ∠ HΘK sein. Dieser Winkel sei also wieder der ∠ HΘN.

In der gleichen Zeit ist der Planet selbst nach Zurücklegung des Bogens HK um den ∠ HEK gegen die Richtung der Zeichen (S. 269, 2) fortgeschritten, während er von der Bewegung des Exzenters selbst in der Richtung der Zeichen um den ∠ HΘN weitergeführt worden ist, welcher größer ist als der ∠ HΘK. Es ist demnach klar, daß auch so (d. i. vom Mittelpunkt Θ aus) betrachtet, der Planet um den ∠ KΘN scheinbar zurückgeblieben (d. h. noch rechtläufig) ist.

Es ist leicht einzusehen, daß sich mit denselben Mitteln auch das Gegenteil beweisen lassen wird, wenn wir an derselben Figur annehmen, daß

Hei 462 Ha 321 16



$$\tfrac{1}{2}\,\Lambda K : ZK = GEp : GPl,$$
$$\text{bzw. } \tfrac{1}{2}\,MK : \Theta K = GEx : GPl.$$

Wir haben uns nunmehr den Bogen KH von der Geraden ΛZ aus nach dem Perigeum (Γ) zu abgetragen zu denken. Man ziehe die Verbindungslinie ΛH und mache dadurch das △ ΛZH fertig, in welchem die abgetragene Strecke ZK (nach Eukl. III. 8) größer ist als die Seite ZH. Es ist demnach[a]

$$\Lambda K : ZK < \angle HZK : \angle H\Lambda K,$$
$$\text{mithin } \tfrac{1}{2}\,\Lambda K : ZK < \angle HZK : 2\,\angle H\Lambda K.$$
$$\text{Nun ist } \angle HEK = 2\,\angle H\Lambda K, \quad \text{(Eukl. III. 20)}$$
$$\text{folglich } \tfrac{1}{2}\,\Lambda K : ZK < \angle HZK : \angle HEK.$$

Hiermit ist also das umgekehrte Ergebnis erzielt worden wie oben (S. 274, 26). Und schließlich wird man auf demselben

a) Weil ΛK als die kleinere Strecke der größeren ZK voransteht, so ist das Größenverhältnis das umgekehrte wie im Hilfssatz S. 272, 23.

Wege[15]) zu dem umgekehrten Verhältnis (wie S. 274,28 u. 275,31) gelangen:

$$\angle HEK : \angle HZK < GPl : GEp,$$ Hei 463
bzw. $$\angle HEK : \angle H\Theta K < GPl : GEx.$$

Hieraus ergibt sich die Schlußfolgerung: Wenn derjenige Winkel, welcher (in beiden Fällen) in demselben Verhältnis steht (d. i. $\angle HZK$, bzw. $\angle H\Theta K$), größer wird als der Winkel HEK, dann wird die rückläufige Bewegung größer als die rechtläufige.

Noch ein Punkt ist zu beachten. In den Entfernungen, in welchen das Verhältnis von $E\Gamma$ zu ΓZ nicht größer (d. i. mindestens ebensogroß) ist als das Verhältnis, welches die Geschwindigkeit des Epizykels zu der Geschwindigkeit des Planeten hat, wird es erstens nicht möglich sein, eine andere Gerade in dem gleichen Verhältnis durch den Epizykel zu ziehen, und zweitens wird der Planet weder scheinbar stationär noch rückläufig werden. Da nämlich in dem $\triangle EKZ$ die abgetragene Gerade $E\Gamma$ nicht kleiner (sondern ebensogroß) Ha 322 als die Seite EK ist, so wird das Verhältnis

$$\angle \Gamma ZK : \angle \Gamma EK < E\Gamma : \Gamma Z. \quad \text{(S. 272, 23)}$$

Nun ist $E\Gamma : \Gamma Z$ nicht $> GEp : GPl$,

folglich $\angle \Gamma ZK : \angle \Gamma EK < GEp : GPl.$

Da von uns (S. 275,15) nachgewiesen worden ist, daß dort, wo dieses Verhältnis stattfindet, der Planet (östlich) zurück- Hei 464 geblieben (d. i. noch rechtläufig) ist, so werden wir also (in diesem Fall) keinen Bogen des Epizykels und des Exzenters finden, auf welchem er scheinbar rückläufig werden wird.[a])

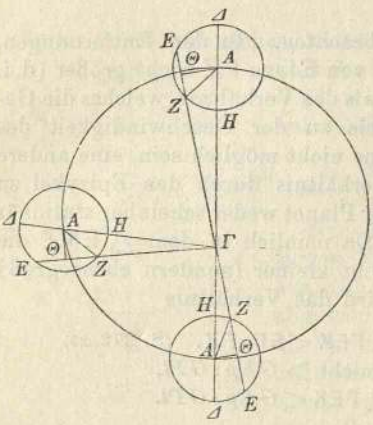
a) Deshalb werden bei den übrigen Planeten außer bei dem Merkur (vgl. S. 311, 15–18) die Rückläufigkeitsstrecken mit der Annäherung an die Erde immer kürzer und fallen bei dem Monde, wenn er sich im Apogeum des Epizykels gegen die Richtung der Zeichen bewegt, ganz weg.

Zweites Kapitel.

Nachweis der Rückläufigkeitsstrecken des Saturn.

Mit Rücksicht auf diese Verhältnisse werden wir schließlich für jeden Planeten den dargelegten Hypothesen gemäß die Berechnung der Rückläufigkeitsstrecken auseinandersetzen und hierbei mit dem Saturn den Anfang auf folgende Weise machen.

Der Kreis, welcher den Mittelpunkt des Epizykels trägt, sei AB um den Durchmesser AΓB[a], auf welchem der Mittelpunkt der Ekliptik, d. h. unser Auge, in Γ angenommen sei. Nachdem man um den Mittelpunkt A den Epizykel ΔEZH beschrieben, ziehe man durch ihn die Gerade ΓZE und fälle auf sie von A aus das Lot AΘ. Diese Gerade soll derartig gezogen sein, daß die Hälfte derselben, d. i. ZΘ, zu ZΓ in dem Verhältnis stehe, welches die Geschwindigkeit des Epizykels zu der Geschwindigkeit des Planeten hat.



Ha 223

I. Zunächst sei der Epizykel in der mittleren Entfernung in der Stellung angenommen, daß die periodischen Bewegungen in Länge und in Anomalie nahezu dieselben sind, wie die theoretisch auf den Mittelpunkt der Ekliptik bezogenen.[b]

a) Der Buchstabe B fehlt an der Figur, weil die drei Entfernungen zu einer Figur von mir vereinigt worden sind. Die Gründe, welche zu dieser Veränderung geführt haben, werden in der Anm. 16 erörtert.

b) Auf der Strecke des mittleren Laufs (d. i. in der Mitte zwischen Erdferne und Erdnähe) ist der ungleichförmige oder

Bei dem Saturn hatten wir (S. 255, 31) den Halbmesser $A\Delta$ des Epizykels zu $6^p30'$ in dem Maße nachgewiesen, in welchem der Halbmesser ΓA der mittleren Entfernung 60^p beträgt; Hei 465

mithin ist $\left.\begin{array}{l}\Gamma\Delta = \Gamma A + A\Delta = 66^p30' \\ \Gamma H = \Gamma A - A\Delta = 53^p30'\end{array}\right\}$ in demselben Maße,

demnach $\Gamma H \cdot \Gamma\Delta = 3557^{p^2}45'$.

Nun ist $\Gamma H \cdot \Gamma\Delta = E\Gamma \cdot \Gamma Z$, (Eukl. III. 35)

folglich auch $E\Gamma \cdot \Gamma Z = 3557^{p^2}45'$ wie $\Gamma A = 60^p$.

Setzt man die Geschwindigkeit des Epizykels, d. i. die Strecke $Z\Theta$ gleich 1^π, so ist nach Maßgabe des mittleren Laufs[a] die Geschwindigkeit des Planeten, d. i. die Strecke ΓZ, gleich $28^\pi25'46''$. In diesem Maße ist demnach

$$E\Gamma = 2Z\Theta + \Gamma Z = 30^\pi25'46'',$$
$$E\Gamma \cdot \Gamma Z = 865^{\pi^2}5'32''.$$

Wenn wir nun[b] den oben (für $E\Gamma \cdot \Gamma Z$) gewonnenen Wert durch letztere Zahl dividieren, so ist Hei 466

$$3557^{p^2}45' : 865^{\pi^2}5'32'' = 4^{p^2}6'45'',$$
$$\sqrt{4^{p^2}6'45''} = 2^p1'40''.$$

Multiplizieren wir alsdann mit diesem Werte sowohl die Verhältniszahl 1^π der Strecke $Z\Theta$ als auch die Verhältniszahl $28^\pi25'46''$ der Strecke ΓZ, so werden wir erhalten

---

genauberechnete Lauf des Epizykels (in der Ekliptik) unwesentlich verschieden von dem periodischen (auf dem Exzenter der größeren Exzentrizität), weil dort die Anomaliedifferenz nahezu von derselben Größe bleibt, so daß sie auf den Unterschied des scheinbaren Laufs des Epizykels von dem mittleren auf dieser Strecke keinen wesentlichen Einfluß äußert.

a) Das Verhältnis der Wiederkehren in Anomalie zu den Umläufen des Epizykels ist (nach S. 99, 24) $57^w : 2^u + 1^\circ43'$, d. i. $20\,520^\circ : 721^3/_4{}^\circ = 28^\pi25'51'' : 1^\pi$. Genau in demselben Verhältnis stehen die jährlichen Beträge in Anomalie und Länge $347^\circ32' : 12^\circ13'24''$ (s. Tafel IIa S. 105).

b) Um die Strecken $Z\Theta$ und ΓZ auf das Maß $\Gamma A = 60^p$ zu reduzieren. Die Division ergibt zunächst das Verhältnis der beiden Maße mit $1^{\pi^2} : 4^{p^2}6'45''$.

$$\left.\begin{array}{l} Z\Theta = 2^{p}\ 1'40'' \\ \Gamma Z = 57^{p}38'55'' \end{array}\right\} \text{ wie } E\Gamma \cdot \Gamma Z = 3557^{p2}45'.$$

Nun ziehe man die Verbindungslinie AZ. Dann ist

Ha 324 $Z\Theta = 2^{p}\ 1'40''$ wie $AZ = 6^{p}30'$.

5 Setzt man $h\,AZ = 120^{p}$,
so wird $s\,Z\Theta = 37^{p}26'\ 9''$ in diesem Maße,
also $b\,Z\Theta = 36^{0}21'15''$ wie $\ominus\, Z\Theta A = 360^{0}$,
mithin $\angle\, ZA\Theta = 36^{0}21'15''$ wie $2R = 360^{0}$,
$= 18^{0}10'38''$ wie $4R = 360^{0}$.

10 Ferner ist $\Gamma\Theta = \Gamma Z + Z\Theta = 59^{p}40'35''$ wie $h\,\Gamma A = 60^{p}$.

Setzt man $h\,\Gamma A = 120^{p}$,
so wird $s\,\Gamma\Theta = 119^{p}21'10''$ in diesem Maße,
also $b\,\Gamma\Theta = 168^{0}\ 5'39''$ wie $\ominus\, \Gamma\Theta A = 360^{0}$,
mithin $\angle\, \Gamma A\Theta = 168^{0}\ 5'39''$ wie $2R = 360^{0}$,
15 $= 84^{0}\ 2'50''$ wie $4R = 360^{0}$,
Hei 467 daher $\angle\, A\Gamma\Theta = 5^{0}57'10''$ als Komplementwinkel.

(Nun war $\angle\, ZA\Theta = 18^{0}10'38''$ wie $4R = 360^{0}$)
folglich $\angle\, ZAH = 65^{0}52'12''$ als Differenz.
$(\angle\, \Gamma A\Theta - \angle\, ZA\Theta)$

Zur Zeit des ersten Stillstandes liegt der scheinbare Ort
20 des Planeten auf der Geraden ΓZ, zur Zeit der Opposition dagegen auf der Geraden ΓH. Hätte der Mittelpunkt des Epizykels keine Bewegung in der Richtung der Zeichen, so ist klar, daß die $65^{0}52'12''$ des Epizykelbogens ZH die $5^{0}57'10''$ Rückläufigkeit des $\angle\, A\Gamma Z$ (s. Z. 16 $\angle\, A\Gamma\Theta$) (dau-
25 ernd) messen würden.[a] Nun entfallen aber bei dem vorliegenden Verhältnis $(1 : 28^{5}/_{12})$ der Geschwindigkeit des Epizykels zu der Geschwindigkeit des Planeten auf die oben festgestellten $65^{0}52'12''$ in Anomalie ohne wesentlichen Fehler $2^{0}19'$ in Länge[b]; mithin werden wir die Rückläufig-

a) D. h. die $65^{0}52'12''$ der Anomalie würden in diesem Fall maßgebend sein zur tabellengemäßen Berechnung der Zeit, in welcher der Planet die Strecke von $5^{0}57'10''$ zurücklegt.

b) Das Verhältnis $1 : 28^{5}/_{12} = x : 65^{5}/_{9}$ liefert für x ungefähr $2^{1}/_{3}{}^{0}$, die (vgl. S. 281, 14) für mittlere Länge gelten.

keit von dem ersten Stillstand bis zur Opposition in dem Rest ($5^0 57' 10'' - 2^0 19' =$) $3^0 38' 10''$ erhalten oder mit 69 Tagen, in welchen der Planet sich ohne wesentlichen Fehler die $2^0 19'$ der periodischen Länge weiterbewegt.[a] Folglich erhalten wir die ganze Strecke der Rückläufigkeit mit $7^0 16' 20''$ oder 138 Tagen. Ha 325

II. Weiter werden wir auf demselben Wege die zahlenmäßigen Beträge in der größten Entfernung ermitteln, d. h. wenn die in der Mitte zwischen den Stillständen eintretende Opposition den Mittelpunkt des Epizykels genau in das Apogeum des Exzenters verlegt, jeden der beiden Stillstände dagegen selbstverständlich annähernd in denjenigen Abstand von der Stelle der Opposition, welcher für das mittlere Verhältnis mit $2^0 19'$ (mittlerer Länge) nachgewiesen worden ist, d. h. (jetzt) in den Abstand der genauberechneten Länge vom Apogeum. Für diese Stellung wird die Strecke ΓA der alsdann stattfindenden Entfernung als unwesentlich verschieden gewonnen von der Strecke der größten Entfernung, welche auf dem von uns früher (S. 256, 5) erörterten theoretischen Wege (mit $63^p 25'$) festgestellt wurde, während die auf einen Grad in Länge entfallende Prosthaphäresis ohne wesentlichen Fehler $0^0 6' 30''$ beträgt.[b] Mithin steht die genauberechnete Länge (ZΘ) zu der genauberechneten Anomalie (ΓZ), d. i. die zurzeit (des ersten Stillstandes) vor sich gehende scheinbare Geschwindigkeit des Epizykels zu der scheinbaren Geschwindigkeit des Planeten, in dem Verhältnis von ($1^\pi - 6' 30'' =$) $0^\pi 53' 30''$ zu ($28^\pi 25' 46'' + 6' 30'' =$) $28^\pi 32' 16''$. Hei 468

Es sei dieselbe Figur vorgelegt.[16] Als unwesentlich verschieden von der größten Entfernung ist

a) Die Berechnung nach der Tafel für Saturn (S. 106) liefert für 69^d in Länge $2^0 18' 38''$, in Anomalie $65^0 41' 52''$.

b) Nach der Anomalietabelle (S. 261) entfällt auf 6° Entfernung vom Apogeum des Exzenters die Prosthaphäresis 0°39', also auf 1° genau 0°6'30". Warum dieser Wert einerseits abzuziehen, anderseits zu addieren ist, wird Anm. 16 erklärt.

$\Gamma A = 63^{p}25'$ wie *ephm* $A\Delta = 6^{p}30'$;

mithin $\begin{cases} \Gamma\Delta = \Gamma A + A\Delta = 69^{p}55', \\ \Gamma H = \Gamma A - A\Delta = 56^{p}55'. \end{cases}$

Nun ist $\Gamma\Delta \cdot \Gamma H = E\Gamma \cdot \Gamma Z$, (Eukl. III. 35)

folglich auch $E\Gamma \cdot \Gamma Z = 3979^{p^2}25'25''$.

Ha 326 Hei 469 Ferner ist $\begin{cases} Z\Theta = 0^{\pi}53'30'' & \text{als } GEp, \\ \Gamma Z = 28^{\pi}32'16'' & \text{als } GPl, \end{cases}$

mithin $E\Gamma = 2Z\Theta + \Gamma Z = 30^{\pi}19'16''$,

folglich $E\Gamma \cdot \Gamma Z = 865^{\pi^2}17'50''$.

Ferner ist $3979^{p^2}25'25'' : 865^{\pi^2}17'50'' = 4^{p^2}35'56''$,

mithin $\sqrt{4^{p^2}35'56''} = 2^{p}8'40''$.

Multiplizieren wir alsdann mit diesem Werte sowohl die Verhältniszahl $0^{\pi}53'30''$ der Strecke $Z\Theta$ als auch die Verhältniszahl $28^{\pi}32'16''$ der Strecke ΓZ, so werden wir erhalten

$\left.\begin{matrix} Z\Theta = 1^{p}54'44'' \\ \Gamma Z = 61^{p}11'52'' \end{matrix}\right\}$ wie $\begin{cases} AZ = 6^{p}30' \\ \Gamma A = 63^{p}25', \end{cases}$

mithin $\Gamma\Theta = 63^{p}\ 6'36''$ als Summe.

Setzt man $h\,AZ$ und $h\,\Gamma A = 120^{p}$,

so wird $s\,Z\Theta = 35^{p}18'\ 9''$ und $s\,\Gamma\Theta = 119^{p}25'11''$,

also $\begin{cases} b\,Z\Theta = 34°13'\ 4'' & \text{wie } \ominus Z\Theta A = 360°, \\ b\,\Gamma\Theta = 168°43'38'' & \text{wie } \ominus \Gamma\Theta A = 360°; \end{cases}$ Hei 470

mithin $\begin{cases} \angle ZA\Theta = 34°13'\ 4'' & \text{wie } 2R = 360°, \\ \angle \Gamma A\Theta = 168°43'38'' & \text{wie } 2R = 360°; \end{cases}$

folglich $\begin{cases} \angle ZA\Theta = 17°\ 6'32'' & \text{wie } 4R = 360°, \\ \angle \Gamma A\Theta = 84°21'49'' & \text{wie } 4R = 360°. \end{cases}$

Endlich ist $\begin{cases} \angle A\Gamma\Theta = 5°38'11'' & \text{als Komplementwinkel,} \\ \angle ZAH = 67°15'17'' & \text{als Differenz.} \end{cases}$

$(\angle \Gamma A\Theta - \angle ZA\Theta)$

Wenn der Epizykel keine rechtläufige Bewegung hätte, so hätten wir in $\angle A\Gamma\Theta$ den Winkel der Rückläufigkeit von dem einen Stillstand bis zur Opposition und in $\angle ZAH$ den Ha 327 Winkel des scheinbaren Laufs (in Anomalie) auf dem Epizykel bei demselben Abstand (von $5°38'11''$). Nun ent-

fallen auf die vorliegenden $67^0 15' 17''$ (der scheinbaren Anomalie) nach den in dem Apogeum eintretenden Verhältnissen ($28^1/_2 : {}^9/_{10}$) der Geschwindigkeiten $2^0 6' 6''$ genauberechneter Länge; mithin werden wir die Hälfte der ganzen Rückläufigkeit in dem Rest ($5^0 38' 11'' - 2^0 6' 6'' =$) $3^0 32' 5''$ erhalten oder mit $70^1/_2$ Tagen; denn in so viel Tagen bewegt sich der Planet ohne wesentlichen Fehler die $2^0 21' 25''$ in periodischer Länge weiter[a], welche (unter Zusatz der Prosthaphäresis $0^0 15' 19''$) auf die obengenannten $2^0 6' 6''$ der genauberechneten Länge entfallen. Folglich erhalten wir die ganze Strecke der Rückläufigkeit mit $7^0 4' 10''$ oder $140^2/_3$ Tagen.

III. Auf dem ähnlichen Wege werden wir an derselben Figur auch die Beträge in der kleinsten Entfernung ermitteln, wenn die in der Mitte zwischen den Stillständen eintretende Opposition genau in dem Perigeum des Exzenters und jeder der beiden Stillstände in dem (für die mittlere Entfernung mit $2^0 19'$) vorliegenden Abstand in Länge von dem Ort der Opposition, d. i. von dem Perigeum, stattfindet. Für diese Stellung wird die Strecke ΓA der alsdann eintretenden Entfernung als unwesentlich verschieden von der Strecke ($56^p 35'$ S. 256, 11) der kleinsten Entfernung gewonnen, während die auf einen Grad in Länge entfallende Prosthaphäresis ohne wesentlichen Fehler $0^0 7' 20''$ beträgt.[b] Mithin steht in diesem Fall die scheinbare Geschwindigkeit des Epizykels zu der scheinbaren Geschwindigkeit des Planeten in dem Verhältnis von ($1^\pi + 7' 20'' =$) $1^\pi 7' 20''$ zu ($28^\pi 25' 46'' - 7' 20'' =$) $28^\pi 18' 26''$.

Hei 47

Ist also	$\Gamma Z = 28^\pi 18' 26''$ und $Z\Theta = 1^\pi 7' 20''$,
so wird	$E\Gamma = 2Z\Theta + \Gamma Z = 30^\pi 33' 6''$,
folglich	$E\Gamma \cdot \Gamma Z = 864^{\pi^2} 49' 50''$.

a) Für $70^1/_2{}^d$ gibt die Tafel (S. 106) in Länge $2^0 21' 18''$, in Anomalie $66^0 58' 3''$.

b) Nach der Anomalietabelle (S. 261) entfällt auf 3^0 Abstand von dem Perigeum die Prosthaphäresis $0^0 22'$, also auf 1^0 genau $0^0 7' 20''$.

Ha 328 Ferner ist als unwesentlich verschieden von der kleinsten Entfernung

$$\Gamma A = 56^{p}35' \quad \text{wie } \textit{ephm}\ A\Delta = 6^{p}30';$$

mithin
$$\begin{cases} \Gamma\Delta = \Gamma A + A\Delta = 63^{p}5', \\ \Gamma H = \Gamma A - A\Delta = 50^{p}5'. \end{cases}$$

(Nun ist $\Gamma\Delta \cdot \Gamma H = E\Gamma \cdot \Gamma Z$) (Eukl. III. 35)

Hei 472 folglich $E\Gamma \cdot \Gamma Z = 3159^{p^2}25'25''$.

Ferner ist $3159^{p^2}25'25'' : 864^{\pi^2}49'50'' = 3^{p^2}39'12''$,

mithin $\sqrt{3^{p^2}39'12''} = 1^{p}54'42''$.

Multiplizieren wir alsdann mit diesem Werte sowohl die Verhältniszahl $1^{\pi}7'20''$ der Strecke $Z\Theta$ als auch die Verhältniszahl $28^{\pi}18'26''$ der Strecke ΓZ, so werden wir erhalten

$$\left.\begin{matrix} Z\Theta = 2^{p}8'43'' \\ \Gamma Z = 54^{p}6'22'' \end{matrix}\right\} \text{wie} \left\{\begin{matrix} AZ = 6^{p}30' \\ \Gamma A = 56^{p}35', \end{matrix}\right.$$

mithin $\Gamma\Theta = 56^{p}15'5''$ als Summe.

Setzt man $h\,AZ$ und $h\,\Gamma A = 120^{p}$,

so wird $s\,Z\Theta = 39^{p}36'18''$ und $s\,\Gamma\Theta = 119^{p}17'46''$,

also
$$\begin{cases} b\,Z\Theta = 38^{\circ}32'34'' & \text{wie } \ominus Z\Theta A, \\ b\,\Gamma\Theta = 167^{\circ}34'54'' & \text{wie } \ominus \Gamma\Theta A; \end{cases}$$

mithin
$$\begin{cases} \angle ZA\Theta = 38^{\circ}32'34'' & \text{wie } 2R = 360^{\circ}, \\ \angle \Gamma A\Theta = 167^{\circ}34'54'' & \text{wie } 2R = 360^{\circ}; \end{cases}$$

folglich
$$\begin{cases} \angle ZA\Theta = 19^{\circ}16'17'' & \text{wie } 4R = 360^{\circ}, \\ \angle \Gamma A\Theta = 83^{\circ}47'27'' & \text{wie } 4R = 360^{\circ}. \end{cases}$$

Ha 329 Hei 473 Endlich ist
$$\begin{cases} \angle A\Gamma\Theta = 6^{\circ}12'33'' & \text{als Komplementwinkel,} \\ \angle ZAH = 64^{\circ}31'10'' & \text{als Differenz.} \end{cases}$$

$(\angle \Gamma A\Theta - \angle ZA\Theta)$

Wir werden also in $\angle A\Gamma\Theta$ den Winkel der Rückläufigkeit von dem einen Stillstand bis zur Opposition gemäß der Geschwindigkeit des Planeten haben und in $\angle ZAH$ den Winkel des scheinbaren Laufs (in Anomalie) auf dem Epizykel bei demselben Intervall ($A\Theta$). Nun entfallen auf die $64^{\circ}31'10''$ des letzteren nach dem im Perigeum eintretenden Verhältnis $(28^{1}/_{8} : {}^{67}/_{60})$ der Geschwindigkeiten $2^{\circ}33'28''$

genauberechneter Länge. Mithin werden wir die Hälfte der ganzen Rückläufigkeit in dem Rest ($6^0 12' 33'' - 2^0 33' 28'' =$) $3^0 39' 5''$ erhalten oder mit 68 Tagen; denn in so viel Tagen legt der Planet in mittlerer Bewegung ohne wesentlichen Fehler die $2^0 16' 45''$ periodischer Länge zurück[a]), welche (unter Abzug der Prosthaphäresis $0^0 16' 43''$) auf die oben ermittelten $2^0 33' 28''$ der genauberechneten Länge entfallen. Folglich erhalten wir die ganze Strecke der Rückläufigkeit mit $7^0 18' 10''$ oder 136 Tagen.

Drittes Kapitel.

Nachweis der Rückläufigkeitsstrecken des Jupiter.

I. Nach den Zahlenverhältnissen bei der mittleren Entfernung erhält man bei dem Jupiter folgende Proportionen:[b])

$$Z\Theta : \Gamma Z = 1^{\pi} : 10^{\pi} 51' 29'',$$

mithin $E\Gamma : \Gamma Z = 12^{\pi} 51' 29'' : 10^{\pi} 51' 29''$;

folglich $E\Gamma \cdot \Gamma Z = 139^{\pi^2} 37' 39''$.

Ferner ist $\Gamma A : A\Delta = 60^{\mathrm{p}} : 11^{\mathrm{p}} 30'$, Hei 474

mithin $\Gamma\Delta : \Gamma H = 71^{\mathrm{p}} 30' : 48^{\mathrm{p}} 30'$; 16

folglich $\Gamma\Delta \cdot \Gamma H = 3467^{\mathrm{p}^2} 45'$.

Wird die Wurzel $4^{\mathrm{p}} 59' 1''$ des aus der Division hervorgegangenen Quotienten $24^{\mathrm{p}^2} 50' 9''$ mit den oben (Z. 12) gegebenen Verhältniszahlen der Strecken $Z\Theta$ und ΓZ multipliziert, so wird Ha 336

$$\left.\begin{array}{l} Z\Theta = 4^{\mathrm{p}} 59' 1'' \\ \Gamma Z = 54^{\mathrm{p}} 6' 44'' \end{array}\right\} \text{ wie } \left\{\begin{array}{l} AZ = 11^{\mathrm{p}} 30' \\ \Gamma A = 60^{\mathrm{p}}, \end{array}\right.$$

mithin $\Gamma\Theta = 59^{\mathrm{p}} 5' 45''$ als Summe.

Setzt man $h\,AZ$ und $h\,\Gamma A = 120^{\mathrm{p}}$,

so wird $s\,Z\Theta = 52^{\mathrm{p}} 0' 10''$ und $s\,\Gamma\Theta = 118^{\mathrm{p}} 11' 30''$,

a) Für 68^{d} gibt die Tafel (S. 106) $2^0 16' 37''$ in Länge, in Anomalie $64^0 44' 44''$.

b) Das Verhältnis der Wiederkehren in Anomalie zu den Umläufen des Epizykels ist (nach S. 100, 9) $65^{\mathrm{w}} : 6^{\mathrm{u}} - 4^0 50'$, d. i. $23\,400^0 : 2155\frac{1}{6}{}^0 = 10^{\pi} 51' 28'' : 1^{\pi}$. Zu dem Entfernungsverhältnis $\Gamma A : A\Delta$ s. S. 255, 32.

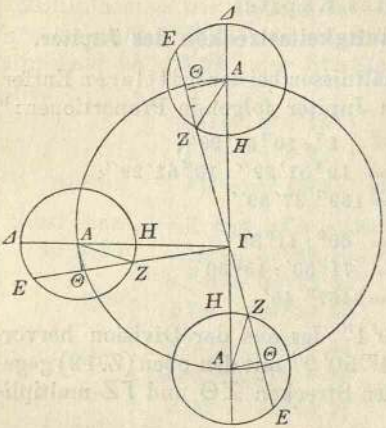
mithin $b\,Z\Theta = 51^\circ 21' 41''$ und $b\,\Gamma\Theta = 160^\circ 4' 55''$

Hei 475 also $\begin{cases} \angle ZA\Theta = 25^\circ 40' 50'' & \text{wie } 4R = 360^\circ, \\ \angle \Gamma A\Theta = 80^\circ\ 2' 28'' & \text{wie } 4R = 360^\circ. \end{cases}$

Endlich ist $\begin{cases} \angle A\Gamma Z = 9^\circ 57' 32'' & \text{als Komplementwinkel,} \\ \angle ZAH = 54^\circ 21' 38'' & \text{als Differenz.} \end{cases}$

$(\angle \Gamma A\Theta - \angle ZA\Theta)$

Somit ist $\angle A\Gamma Z$ der Winkel der Rückläufigkeit gemäß der Geschwindigkeit des Planeten und $\angle ZAH$ der Winkel der scheinbaren Anomalie. Auf die $54^\circ 21'$ $38''$ des letzteren entfallen nach den (mit $10\frac{5}{6} : 1$) vorliegenden Verhältnissen $5^\circ 1' 24''$ (diesfalls mittlerer) Lauf in Länge. Mithin beträgt die Hälfte der Rückläufigkeit ($9^\circ 57'$ $32'' - 5^\circ 1'$ $24'' =$) 4° $56' 8''$ oder rund $60\frac{1}{2}$ Tage[a] (der periodischen Länge entsprechend) und die ganze Strecke der Rückläufigkeit 9° $52' 16''$ oder 121 Tage.



Die Entfernung (ΓA) ist bei 5° Abstand (der Stillstände) von dem Apogeum (des Exzenters) unbeträchtlich kleiner als die größte Entfernung ($62^p 45'$), und die Entfernung bei demselben Abstand von dem Perigeum (des Exzenters) ist nur unbeträchtlich größer als die kleinste Entfernung ($57^p 15'$).

a) Für $60\frac{1}{2}{}^d$ gibt die Tafel (S. 109) $5^\circ 1' 43''$ in Länge und $54^\circ 36' 6''$ in Anomalie.

II. Nach den Zahlenverhältnissen bei der größten Entfernung ($62^p45'$ S. 256, 6) findet man die Prosthaphäresis der genauen Berechnung[a] mit $0^0\,5'\,10''$. Daher ist

$$Z\Theta : \Gamma Z = 0^{\pi}54'50'' : 10^{\pi}56'39'',$$

mithin $E\Gamma : \Gamma Z = 12^{\pi}46'19'' : 10^{\pi}56'39''$; Ha 331

folglich $E\Gamma \cdot \Gamma Z = 139^{\pi^2}46'42''$. 6

Ferner ist $\Gamma A : A\Delta = 62^p45' : 11^p30'$,

mithin $\Gamma\Delta : \Gamma H = 74^p15' : 51^p15'$;

folglich $\Gamma\Delta \cdot \Gamma H = 3805^{p^2}18'45''$.

Wird die Wurzel $5^p13'4''$ des aus der Division hervorgegangenen Quotienten $27^{p^2}13'26''$ mit den oben (Z. 4) gegebenen Verhältniszahlen der Strecken $Z\Theta$ und ΓZ multipliziert, so wird Hei 476 11

$$\left.\begin{array}{l} Z\Theta = 4^p46'\ 6' \\ \Gamma Z = 57^p\ 6'19' \end{array}\right\} \text{ wie } \left\{\begin{array}{l} AZ = 11^p30' \\ \Gamma A = 62^p45', \end{array}\right. \quad 15$$

mithin $\Gamma\Theta = 61^p52'25''$ als Summe.

Setzt man $h\,AZ$ und $h\,\Gamma A = 120^p$,

so wird $s\,Z\Theta = 49^p45'23''$ und $s\,\Gamma\Theta = 118^p19'27''$,

mithin $b\,Z\Theta = 48^0\,59'34''$ und $b\,\Gamma\Theta = 160^0\,49'36''$,

$$\text{also} \left\{\begin{array}{l} \angle ZA\Theta = 24^0\,29'47'' \text{ wie } 4R = 360^0, \\ \angle \Gamma A\Theta = 80^0\,24'48'' \text{ wie } 4R = 360^0. \end{array}\right. \quad 20$$

$$\text{Endlich ist} \left\{\begin{array}{ll} \angle A\Gamma Z = 9^0\,35'12'' & \text{als Komplementwinkel,} \\ \angle ZAH = 55^0\,55'\ 1'' & \text{als Differenz.} \\ & (\angle \Gamma A\Theta - \angle ZA\Theta) \end{array}\right.$$

Somit ist $\angle A\Gamma Z$ der Winkel der Rückläufigkeit gemäß der Geschwindigkeit des Planeten, $\angle ZAH$ der Winkel der scheinbaren Anomalie. Auf die $55^0\,55'1''$ des letzteren entfallen nach den in dem Apogeum eintretenden Verhältnissen $(11 : {}^{11}/_{12})$ $4^0\,40'\,35''$ genauberechneter Länge, während die periodische Länge (unter Zusatz der Prosthaphäresis $0^0\,26'$) $5^0\,6'\,35''$ beträgt. Mithin beläuft sich die Hälfte der Rück- 25 30

a) Nach der Anomalietabelle (S. 262) entfällt auf 6° Entfernung vom Apogeum die Prosthaphäresis $0^0\,31'$, also auf 1^0 genau $0^0\,5'\,10''$.

läufigkeit auf $(9^0 35' 12'' - 4^0 40' 35'' =)\ 4^0 54' 37''$ oder rund $61\frac{1}{2}$ Tage[a] (der periodischen Länge entsprechend) und die ganze Strecke der Rückläufigkeit $9^0 49' 14''$ oder 123 Tage.

Ha 332
Hei 477 III. Nach den Zahlenverhältnissen bei der kleinsten Entfernung ($57^p 15'$ S. 256, 12) findet man die Prosthaphäresis der genauen Berechnung[b] zu $0^0 5' 40''$. Daher ist

$$\begin{aligned} Z\Theta : \Gamma Z &= 1^\pi\ 5'40'' : 10^\pi 45' 49'', \\ \text{mithin}\quad E\Gamma : \Gamma Z &= 12^\pi 57'\ 9'' : 10^\pi 45' 49'', \\ \text{folglich}\quad E\Gamma \cdot \Gamma Z &= 139^{\pi^2} 24' 56''. \end{aligned}$$

Ferner ist $\Gamma A : A\Delta = 57^p 15' : 11^p 30'$,
mithin $\Gamma\Delta : \Gamma H = 68^p 45' : 45^p 45'$;
folglich $\Gamma\Delta \cdot \Gamma H = 3145^{p^2} 18' 45''$.

Wird die Wurzel $4^p 45'$ des aus der Division hervorgegangenen Quotienten $22^{p^2} 33' 39''$ mit den oben (Z. 7) gegebenen Verhältniszahlen der Strecken $Z\Theta$ und ΓZ multipliziert, so wird

$$\begin{aligned} Z\Theta &= 5^p 11' 55'' \\ \Gamma Z &= 51^p\ 7' 38'' \end{aligned} \Big\} \text{ wie } \begin{cases} AZ = 11^p 30' \\ \Gamma A = 57^p 15', \end{cases}$$

mithin $\Gamma\Theta = 56^p 19' 33''$ als Summe.

Setzt man $h\,AZ$ und $h\,\Gamma A = 120^p$,

so wird $s\,Z\Theta = 54^p 14' 47''$ und $s\,\Gamma\Theta = 118^p\ 3' 46''$,

also $b\,Z\Theta = 53^0 45'\ 4''$ und $b\,\Gamma\Theta = 159^0 22' 40''$;

mithin $\begin{cases} \angle\, ZA\Theta = 26^0 52' 32'' \text{ wie } 4R = 360^0, \\ \angle\, \Gamma A\Theta = 79^0 41' 20'' \text{ wie } 4R = 360^0. \end{cases}$ Hei 478

Endlich ist $\begin{cases} \angle\, A\Gamma Z = 10^0 18' 40'' \text{ als Komplementwinkel,} \\ \angle\, ZAH = 52^0 48' 48'' \text{ als Differenz.} \end{cases}$

$(\angle\, \Gamma A\Theta - \angle\, ZA\Theta)$

Somit ist $\angle\, A\Gamma Z$ der Winkel der Rückläufigkeit gemäß der Geschwindigkeit des Planeten, $\angle\, ZAH$ der Winkel der scheinbaren Anomalie. Auf die $52^0 48' 48''$ des letzteren ent-

a) Für $61\frac{1}{2}{}^d$ gibt die Tafel (S. 109) $5^0 6' 42''$ in Länge und $55^0 30' 15''$ in Anomalie.

b) Nach der Anomalietabelle (S. 262) entfällt auf 3^0 Entfernung vom Perigeum die Prosthaphäresis $0^0 17'$, also auf 1^0 genau $0^0 5' 40''$.

fallen nach den in dem Perigeum eintretenden Verhältnissen $(10^{3}/_{4} : 1^{1}/_{10})$ $5^{0}21'20''$ genauberechneter Länge, während die periodische Länge (unter Abzug der Prosthaphäresis $0^{0}27'$) $4^{0}54'20''$ beträgt. Mithin beläuft sich die Hälfte der Rückläufigkeit auf $(10^{0}18'40'' - 5^{0}21'20'' =)$ $4^{0}57'20''$ oder rund 59 Tage[a] (der periodischen Länge entsprechend) und die ganze Strecke der Rückläufigkeit auf $9^{0}54'40''$ oder 118 Tage. Ha 333

Viertes Kapitel.

Nachweis der Rückläufigkeitsstrecken des Mars.

I. Nach den Zahlenverhältnissen bei der mittleren Entfernung erhält man bei dem Mars folgende Proportionen:[b]

$$Z\Theta : \Gamma Z = 1^{\pi} : 0^{\pi}52'51'',$$
mithin $$E\Gamma : \Gamma Z = 2^{\pi}52'51'' : 0^{\pi}52'51'';$$
folglich $$E\Gamma \cdot \Gamma Z = 2^{\pi^2}32'15''.$$

Ferner ist $$\Gamma A : A\Delta = 60^{p} : 39^{p}30',$$[c]
mithin $$\Gamma\Delta : \Gamma H = 99^{p}30' : 20^{p}30';$$
folglich $$\Gamma\Delta \cdot \Gamma H = 2039^{p^2}45'.$$

Wird die Wurzel $28^{p}21'8''$ des aus der Division hervorgegangenen Quotienten $803^{p^2}50'50''$ mit den oben (Z. 11) gegebenen Verhältniszahlen der Strecken $Z\Theta$ und ΓZ multipliziert, so wird Hei 479

$$\left.\begin{aligned} Z\Theta &= 28^{p}21'\ 8'' \\ \Gamma Z &= 24^{p}58'25'' \end{aligned}\right\} \text{ wie } \left\{\begin{aligned} AZ &= 39^{p}30' \\ \Gamma A &= 60^{p}, \end{aligned}\right.$$
mithin $$\Gamma\Theta = 53^{p}19'33'' \text{ als Summe.}$$

---

a) Für 59^{d} gibt die Tafel (S. 109) in Länge $4^{0}54'14''$ und $53^{0}14'53''$ in Anomalie.

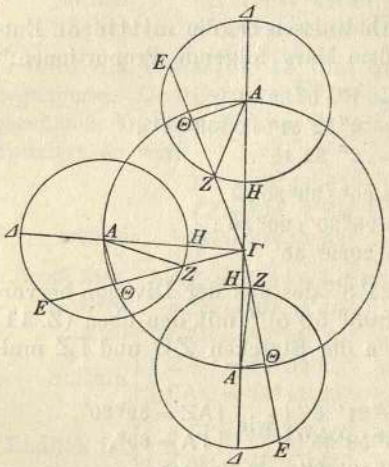
b) Das Verhältnis der Wiederkehren in Anomalie zu den Umläufen des Epizykels ist (nach S. 100 14) $37^{w} : 42^{u} + 3^{0}10'$, d. i. $13320^{0} : 15123^{1}/_{6}{}^{0} = 0^{\pi}52'51'' : 1^{\pi}$. Zu dem Entfernungsverhältnis $\Gamma A : A\Delta$ s. S. 255, 33.

c) Den bisher mit $A\Delta$ bezeichneten Halbmesser habe ich beibehalten an Stelle des fortan im griechischen Text erscheinenden Halbmessers AH.

Setzt man $h\,AZ$ und $h\,\Gamma A = 120^{p}$,
so wird $s\,Z\Theta = 86^{p}\ 8'\ 0''$ und $s\,\Gamma\Theta = 106^{p}\,39'\,6''$,
Ha 334 also $b\,Z\Theta = 91^{0}\,44'\,34''$ und $b\,\Gamma\Theta = 125^{0}\,26'\,10''$;
mithin $\begin{cases} \angle ZA\Theta = 45^{0}\,52'\,17'' \text{ wie } 4R = 360^{0}, \\ \angle \Gamma A\Theta = 62^{0}\,43'\ 5'' \text{ wie } 4R = 360^{0}. \end{cases}$

Endlich ist $\begin{cases} \angle A\Gamma Z = 27^{0}\,16'\,55'', \\ \angle ZAH = 16^{0}\,50'\,48'' \end{cases}$ als Differenz.
$(\angle \Gamma A\Theta - \angle ZA\Theta)$

Somit ist $\angle A\Gamma Z$ der Winkel der Rückläufigkeit gemäß der Geschwindigkeit des Planeten, $\angle ZAH$ der Winkel der (scheinbaren) Anomalie. Auf die $16^{0}50'48''$ des letzteren entfallen nach dem (mit $^{53}/_{60}:1$) vorliegenden Verhältnis $19^{0}\,7'33''$ (diesfalls mittlerer) Lauf in Länge; mithin beträgt die Hälfte der Rückläufigkeit ($27^{0}\,16'55'' - 19^{0}7'33'' =$) $8^{0}9'22''$ oder rund $36^{1}/_{2}$ Tage[a] (der periodischen Länge entsprechend) und die ganze Strecke der Rückläufigkeit $16^{0}\,18'44''$ oder 73 Tage.



Hei 480 Die Entfernung (ΓA) ist bei dem ($20^{0}58'21''$ betragenden) Abstand der Stillstände von dem Apogeum (s. S. 292, 3) ohne merklichen Fehler um $0^{p}20'$ im Maße der mittleren Entfernung kleiner als die größte Entfernung (66^{p}) und die Entfernung bei dem ($16^{0}52'52''$ betragenden) Abstand von dem Perigeum (s. S. 293, 9) um ebensoviel größer als die kleinste Entfernung (54^{p}).

a) Für $36^{1}/_{2}{}^{d}$ gibt die Tafel (S. 112) $19^{0}7'40''$ in Länge und $16^{0}50'50''$ in Anomalie.

II. Nach den Zahlenverhältnissen bei der größten Entfernung (66^{p} S. 256, 7) findet man die Prosthaphäresis der genauen Berechnung[a]), soweit sie auf einen Grad entfällt, zu $0^{0}10'20''$. Daher ist

$$\begin{aligned} Z\Theta : \Gamma Z &= 0^{\pi}49'40'' : 1^{\pi}3'11'', \\ \text{mithin}\quad E\Gamma : \Gamma Z &= 2^{\pi}42'31'' : 1^{\pi}3'11'', \\ \text{folglich}\quad E\Gamma \cdot \Gamma Z &= 2^{\pi^2}51'8''. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ferner ist}\quad \Gamma A : A\Delta &= 65^{p}40' : 39^{p}30', \quad \text{(S. 290, 26)} \\ \text{mithin}\quad \Gamma\Delta : \Gamma H &= 105^{p}10' : 26^{p}10', \\ \text{folglich}\quad \Gamma\Delta \cdot \Gamma H &= 2751^{p^2}51'40''. \end{aligned}$$

Wird die Wurzel $31^{p}3'41''$ des aus der Division hervorgegangenen Quotienten $964^{p^2}48'47''$ mit den oben (Z. 5) gegebenen Verhältniszahlen der Strecken $Z\Theta$ und ΓZ multipliziert, so wird

$$\left.\begin{aligned} Z\Theta &= 25^{p}42'43'' \\ \Gamma Z &= 32^{p}42'34'' \end{aligned}\right\} \text{wie} \left\{\begin{aligned} AZ &= 39^{p}30' \\ \Gamma A &= 65^{p}40', \end{aligned}\right.$$

$$\text{mithin}\quad \Gamma\Theta = 58^{p}25'17'' \quad \text{als Summe.}$$

Ha 335
16
Hei 481

Setzt man $h\,AZ$ und $h\,\Gamma A = 120^{p}$,

so wird $s\,Z\Theta = 78^{p}\ 6'44''$ und $s\,\Gamma\Theta = 106^{p}45'36''$,

also $b\,Z\Theta = 81^{0}13'\ 8''$ und $b\,\Gamma\Theta = 125^{0}39'46''$;

$$\text{mithin}\left\{\begin{aligned} \angle ZA\Theta &= 40^{0}36'34'' \quad \text{wie } 4R = 360^{0}, \\ \angle \Gamma A\Theta &= 62^{0}49'53'' \quad \text{wie } 4R = 360^{0}. \end{aligned}\right.$$

$$\text{Endlich ist}\left\{\begin{aligned} \angle A\Gamma Z &= 27^{0}10'\ 7'' \quad \text{als Komplementwinkel,} \\ \angle ZAH &= 22^{0}13'19'' \quad \text{als Differenz.} \end{aligned}\right.$$

$$(\angle \Gamma A\Theta - \angle ZA\Theta)'$$

Somit ist $\angle A\Gamma Z$ der Winkel der Rückläufigkeit gemäß der Geschwindigkeit des Planeten, $\angle ZAH$ der Winkel der scheinbaren Anomalie. Auf die $22^{0}13'19''$ des letzteren ent-

a) Nach der Anomalietabelle (S. 263) beträgt bei 18° Entfernung vom Apogeum die Prosthaphäresis 3°13′, bei 24° Entfernung 4°16′; mithin entfällt auf einen Grad $\frac{1}{6}$ der Differenz 1°3′ mit 0°10′30″. Wie Ptolemäus zu dem noch kleineren Wert gelangt, vermag ich nicht zu erklären, zumal da auf Grund desselben die Prosthaphäresis für 20°58′21″ (S. 292, 3) mit 3°37′ um 0°8′ zu klein ausfällt.

fallen nach den im Apogeum eintretenden Verhältnissen (9 : 7) $17^0 13' 21''$ genauberechneter Länge, während die periodische Länge (unter Zusatz der Prosthaphäresis $3^0 45'$) $20^0 58' 21''$ beträgt. Mithin beläuft sich die Hälfte der Rückläufigkeit auf $(27^0 10' 7'' - 17^0 13' 21'' =)$ $9^0 56' 46''$ oder rund 40 Tage[a] (der periodischen Länge entsprechend) und die ganze Strecke der Rückläufigkeit auf $19^0 53' 32''$ oder 80 Tage.

III. Nach den Zahlenverhältnissen bei der kleinsten Entfernung (54^p S. 256, 13) findet man die Prosthaphäresis der genauen Berechnung[b] zu $0^0 12' 40''$. Daher ist

$$Z\Theta : \Gamma Z = 1^\pi 12' 40'' : 0^\pi 40' 11'',$$
$$\text{mithin} \quad E\Gamma : \Gamma Z = 3^\pi\ 5' 31'' : 0^\pi 40' 11'',$$
$$\text{folglich} \quad E\Gamma \cdot \Gamma Z = 2^{\pi^2} 4' 14''.$$

Ha 336, Hei 482) Ferner ist $\Gamma A : A\Delta = 54^p 20' : 39^p 30'$, (S. 290, 31)
$$\text{mithin} \quad \Gamma\Delta : \Gamma H = 93^p 50' : 14^p 50',$$
$$\text{folglich} \quad \Gamma\Delta \cdot \Gamma H = 1391^{p^2} 51' 40''.$$

Wird die Wurzel $25^p 55' 38''$ des aus der Division hervorgegangenen Quotienten $672^{p^2} 13'$ mit den oben (Z. 11) gegebenen Verhältniszahlen der Strecken $Z\Theta$ und ΓZ multipliziert, so wird

$$\left.\begin{array}{l} Z\Theta = 31^p 24'\ 3'' \\ \Gamma Z = 17^p 21' 51'' \end{array}\right\} \text{wie} \left\{\begin{array}{l} AZ = 39^p 30' \\ \Gamma A = 54^p 20', \end{array}\right.$$
$$\text{mithin} \quad \Gamma\Theta = 48^p 45' 54'' \quad \text{als Summe.}$$

Setzt man $h\,AZ$ und $h\,\Gamma A = 120^p$,
$$\text{so wird} \quad s\,Z\Theta = 95^p 23' 42'' \quad \text{und} \quad s\,\Gamma\Theta = 107^p 42'\ 7'',$$
$$\text{also} \quad b\,Z\Theta = 105^0 18' 10'' \quad \text{und} \quad b\,\Gamma\Theta = 127^0 40' 22'';$$
$$\text{mithin} \left\{\begin{array}{ll} \angle\, ZA\Theta = & 52^0 39'\ 5'' \text{ wie } 4R = 360^0, \\ \angle\, \Gamma A\Theta = & 63^0 50' 11'' \text{ wie } 4R = 360^0. \end{array}\right.$$

---

a) Für 40^d gibt die Tafel (S. 112) $20^0 57' 44''$ in Länge und $18^0 27' 46''$ in Anomalie.

b) Nach der Anomalietabelle (S. 263) beträgt bei 18^0 Entfernung vom Perigeum die Prosthaphäresis $3^0 55'$, bei 12^0 Entfernung $2^0 39'$. Nur so erhält man auf einen Grad $\frac{1}{6}$ der Differenz $1^0 16'$ mit $0^0 12' 40''$.

Endlich ist $\begin{cases} \angle A\Gamma Z = 26^0\ 9'\ 49'' & \text{als Komplementwinkel,} \\ \angle ZAH = 11^0\ 11'\ 6'' & \text{als Differenz.} \end{cases}$
$(\angle \Gamma A\Theta - \angle ZA\Theta)$

Somit ist $\angle A\Gamma Z$ der Winkel der Rückläufigkeit gemäß der Geschwindigkeit des Planeten und $\angle ZAH$ der Winkel der scheinbaren Anomalie. Auf die $11^0 11' 6''$ des letzteren entfallen nach den im Perigeum eintretenden Verhältnissen (40:73) $20^0 33' 42''$ genauberechneter Länge, während die periodische (unter Abzug der Prosthaphäresis $3^0 40' 50''$) $16^0 52' 52''$ beträgt. Mithin beläuft sich die Hälfte der Rückläufigkeit auf $(26^0 9' 49'' - 20^0 33' 42'' =) 5^0 36' 7''$ oder rund $32^1/_4$ Tage[a] (der periodischen Länge entsprechend) und die ganze Strecke der Rückläufigkeit auf $11^0 12' 14''$ oder $64^1/_2$ Tage. Hei 488

Fünftes Kapitel.

Nachweis der Rückläufigkeitsstrecken der Venus.

I. Nach den Zahlenverhältnissen bei der mittleren Entfernung erhält man bei der Venus die Proportionen:[b] Ha 337

$$\begin{aligned} Z\Theta : \Gamma Z &= 1^\pi : 0^\pi 37' 31'', \\ \text{mithin} \quad E\Gamma : \Gamma Z &= 2^\pi 37' 31'' : 0^\pi 37' 31'', \\ \text{folglich} \quad E\Gamma \cdot \Gamma Z &= 1^{\pi^2} 38' 30''. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ferner ist} \quad \Gamma A : A\Delta &= 60^p : 43^p 10', \\ \text{mithin} \quad \Gamma\Delta : \Gamma H &= 103^p 10' : 16^p 50', \\ \text{folglich} \quad \Gamma\Delta \cdot \Gamma H &= 1736^{p^2} 38' 20''. \end{aligned}$$

Wird die Wurzel $32^p 31' 29''$ des aus der Division hervorgegangenen Quotienten $1057^{p^2} 50' 6''$ mit den oben (Z. 16) gegebenen Verhältniszahlen der Strecken $Z\Theta$ und ΓZ multipliziert, so wird

a) Für $32^1/_4{}^d$ gibt die Tafel (S. 112) $16^0 54' 2''$ in Länge und $14^0 53' 8''$ in Anomalie.

b) Das Verhältnis der Wiederkehren in Anomalie zu den Umläufen des Epizykels ist (nach S. 100, 19) $5^w : 8^u - 2^0 15'$, d. i. $1800^0 : 2877^3/_4{}^0 = 0^\pi 37' 31'' : 1^\pi$. Zu dem Entfernungsverhältnis $\Gamma A : A\Delta$ s. S. 256, 1.

Hei 484 $Z\Theta = 32^{p}31'29''$, $\Gamma Z = 20^{p}20'11''$ wie $A Z = 43^{p}10'$, $\Gamma A = 60^{p}$,

mithin $\Gamma\Theta = 52^{p}51'40''$ als Summe.

Setzt man $h\,AZ$ und $h\,\Gamma A = 120^{p}$,

so wird $s\,Z\Theta = 90^{p}24'58''$ und $s\,\Gamma\Theta = 105^{p}43'20''$,

also $b\,Z\Theta = 97°47'0''$ und $b\,\Gamma\Theta = 123°31'49''$;

mithin $\angle ZA\Theta = 48°53'30''$ wie $4R = 360°$,

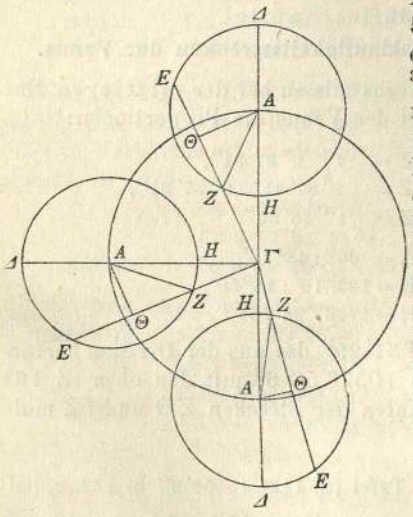
$\angle \Gamma A\Theta = 61°45'54''$ wie $4R = 360°$.

Ha 338 Endlich ist $\angle A\Gamma Z = 28°14'6''$ als Komplementwinkel,

$\angle ZAH = 12°52'24''$ als Differenz.

$(\angle \Gamma A\Theta - \angle ZA\Theta)$

Somit ist $\angle A\Gamma Z$ der Winkel der Rückläufigkeit gemäß der Geschwindigkeit des Planeten, $\angle ZAH$ der Winkel der Anomalie. Auf die $12°52'24''$ des letzteren entfallen nach dem (mit $^{37}/_{60} : 1$) vorliegenden mittleren Verhältnis $20°35'19''$ Lauf in Länge. Mithin beträgt die Hälfte der Rückläufigkeit ($28°14'6'' - 20°35'19'' =$) $7°38'47''$ oder rund $20^{5}/_{6}$ Tage[a] (dem periodischen Lauf entsprechend) und die ganze Strecke der Rückläufigkeit $15°17'34''$ oder $41^{2}/_{3}$ Tage.



Die Entfernung (ΓA) ist bei dem ($21°9'3''$ betragenden) Abstand der Stillstände von dem Apogeum

a) Für $20^{5}/_{6}{}^{d}$ gibt die Tafel (S. 115) $20°32'0''$ in Länge und $12°50'38''$ in Anomalie.

(s. S. 296, 4) ohne merklichen Fehler $0^p 5'$ in dem Maße der mittleren Entfernung kleiner als die größte Entfernung ($61^p 15'$) und die Entfernung bei dem ($20^0 4' 30''$ betragenden) Abstand von dem Perigeum (s. S. 297, 8) um ebensoviel größer als die kleinste Entfernung ($58^p 45'$).

II. Nach den Zahlenverhältnissen bei der größten Entfernung findet man die Prosthaphäresis der genauen Berechnung[a] zu $0\ 2'20''$. Daher ist Hei 485

$$\begin{aligned} Z\Theta : \Gamma Z &= 0^\pi 57' 40'' : 0^\pi 39' 51'', \\ \text{mithin}\quad E\Gamma : \Gamma Z &= 2^\pi 35' 11'' : 0^\pi 39' 51'', \\ \text{folglich}\quad E\Gamma \cdot \Gamma Z &= 1^{\pi^2} 43' 4''. \end{aligned}$$

Ferner ist $\Gamma A : A\Delta = 61^p 10' : 43^p 10'$, (s. oben Z. 1)
mithin $\Gamma\Delta : \Gamma H = 104^p 20' : 18^p\ 0'$,
folglich $\Gamma\Delta \cdot \Gamma H = 1878^{p^2} 0'$.

Wird die Wurzel $33^p 3' 53''$ des aus der Division hervorgegangenen Quotienten $1093^{p^2} 16' 23''$ mit den oben (Z. 9) gegebenen Verhältniszahlen der Strecken $Z\Theta$ und ΓZ multipliziert, so wird

$$\left.\begin{aligned} Z\Theta &= 31^p 46' 44'' \\ \Gamma Z &= 21^p 57' 38'' \end{aligned}\right\} \text{ wie } \left\{\begin{aligned} AZ &= 43^p 10' \\ \Gamma A &= 61^p 10', \end{aligned}\right.$$

mithin $\Gamma\Theta = 53^p 44' 22''$ als Summe.

Setzt man $h\,AZ$ und $h\,\Gamma A = 120^p$, Ha 339
so wird $s\,Z\Theta = 88^p 20' 34''$ und $s\,\Gamma\Theta = 105^p 25' 44''$,
also $b\,Z\Theta = 94^0 48' 54''$ und $b\,\Gamma\Theta = 122^0 56' 27''$;

$$\text{mithin} \left\{\begin{aligned} \angle ZA\Theta &= 47^0 24' 27'' \text{ wie } 4R = 360^0, \\ \angle \Gamma A\Theta &= 61^0 28' 14'' \text{ wie } 4R = 360^0. \end{aligned}\right.$$ Hei 486

$$\text{Endlich ist} \left\{\begin{aligned} \angle A\Gamma Z &= 28^0 31' 46'' \text{ als Komplementwinkel,} \\ \angle ZAH &= 14^0\ 3' 47'' \text{ als Differenz.} \\ & \qquad (\angle \Gamma A\Theta - \angle ZA\Theta) \end{aligned}\right.$$

Somit ist $\angle A\Gamma Z$ der Winkel der Rückläufigkeit gemäß der Geschwindigkeit des Planeten, $\angle ZAH$ der Winkel der

a) Nach der Anomalietabelle (S. 264) entfällt auf 6° Entfernung vom Apogeum die Prosthaphäresis $0^0 14'$ ohne Zusatz, mithin nur so auf 1^0 genau $0^0 2' 20''$.

scheinbaren Anomalie. Auf die $14^0 3' 47''$ des letzteren entfallen nach den im Apogeum eintretenden Verhältnissen (20:29) $20^0 19' 3''$ genauberechneter Länge, während die periodische (unter Zusatz der Prosthaphäresis $0^0 50'$) $21^0 9' 3''$ beträgt. Mithin beläuft sich die Hälfte der Rückläufigkeit auf $(28^0 31' 46'' - 20^0 19' 3'' =)\ 8^0 12' 43''$ oder rund $21\frac{1}{2}$ Tage[a] (der periodischen Länge entsprechend) und die ganze Strecke der Rückläufigkeit auf $16^0 25' 26''$ oder 43 Tage.

III. Nach den Zahlenverhältnissen bei der kleinsten Entfernung findet man die Prosthaphäresis der genauen Berechnung[b] zu $0^0 2' 20''$. Daher ist

$$Z\Theta : \Gamma Z = 1^\pi\ 2'20'' : 0^\pi 35' 11'',$$
mithin $$E\Gamma : \Gamma Z = 2^\pi 39' 51'' : 0^\pi 35' 11'',$$
folglich $$E\Gamma \cdot \Gamma Z = 1^{\pi^2} 33' 44''.$$

Ferner ist $\Gamma A : A\Delta = 58^p 50' : 43^p 10'$, (S. 295, 3)
mithin $\Gamma\Delta : \Gamma H = 102^p\ 0' : 15^p 40'$,
folglich $\Gamma\Delta \cdot \Gamma H = 1598^{p^2} 0'$.

Hei 487 Wird die Wurzel $31^p 58' 58''$ des aus der Division hervorgegangenen Quotienten $1022^p 54' 7''$ mit den oben (Z. 12) gegebenen Verhältniszahlen der Strecken $Z\Theta$ und ΓZ multipliziert, so wird

Ha 340
$$\left.\begin{array}{l} Z\Theta = 33^p 13' 36'' \\ \Gamma Z = 18^p 45' 16'' \end{array}\right\} \text{wie} \left\{\begin{array}{l} AZ = 43^p 10' \\ \Gamma A = 58^p 50', \end{array}\right.$$
mithin $\Gamma\Theta = 51^p 58' 52''$ als Summe.

Setzt man $h\,AZ$ und $h\,\Gamma A = 120^p$,
so wird $s Z\Theta = 92^p 22' 3''$ und $s\Gamma\Theta = 106^p\ 1'23''$,
also $b Z\Theta = 100^0 39' 34''$ und $b\Gamma\Theta = 124^0\ 8' 22''$,
mithin $\left\{\begin{array}{l} \angle ZA\Theta = 50^0 19' 47'' \text{ wie } 4R = 360^0, \\ \angle \Gamma A\Theta = 62^0\ 4' 11'' \text{ wie } 4R = 360^0. \end{array}\right.$

---

a) Für $21\frac{1}{2}{}^d$ gibt die Tafel (S. 115) $21^0 11' 28''$ in Länge und $13^0 15' 17''$ in Anomalie.

b) Nach der Anomalietabelle (S. 264) entfällt auf 3^0 Entfernung vom Perigeum die Prosthaphäresis $0^0 7'$ nach Abzug, mithin nur so auf 1^0 genau $0^0 2' 20''$.

Endlich ist $\begin{cases} \angle A\Gamma Z = 27^0 55' 49'' & \text{als Komplementwinkel,} \\ \angle ZAH = 11^0 44' 24'' & \text{als Differenz.} \end{cases}$
$(\angle \Gamma A\Theta - \angle ZA\Theta)$

Somit ist $\angle A\Gamma Z$ der Winkel der Rückläufigkeit gemäß der Geschwindigkeit des Planeten, $\angle ZAH$ der Winkel der scheinbaren Anomalie. Auf die $11^0 44' 24''$ des letzteren entfallen nach den im Perigeum eintretenden Verhältnissen (5 : 9) $20^0 53' 30''$ genauberechneter Länge, während die periodische (unter Abzug der Prosthaphäresis $0^0 49'$) $20^0 4' 30''$ beträgt. Mithin beläuft sich die Hälfte der Rückläufigkeit auf $(27^0 55' 49'' - 20^0 53' 30'' =)$ $7^0 2' 19''$ oder rund $20^1/_3$ Tage[a] (der periodischen Länge entsprechend) und die ganze Strecke der Rückläufigkeit auf $14^0 4' 38''$ oder $40^2/_3$ Tage.

Sechstes Kapitel.

Nachweis der Rückläufigkeitsstrecken des Merkur.

I. Nach den Zahlenverhältnissen bei der mittleren Entfernung erhält man bei dem Merkur die Proportionen:[b] Hei 488

$$Z\Theta : \Gamma Z = 1^\pi : 3^\pi 9' 8'',$$
mithin $$E\Gamma : \Gamma Z = 5^\pi 9' 8'' : 3^\pi 9' 8'',$$
folglich $$E\Gamma \cdot \Gamma Z = 16^{\pi^2} 24' 27''.$$

Ferner ist $$\Gamma A : A\Delta = 60^p : 22^p 30',$$ Ha 341
mithin $$\Gamma\Delta : \Gamma H = 82^p 30' : 37^p 30',$$
folglich $$\Gamma\Delta \cdot \Gamma H = 3093^{p^2} 45'.$$

Wird die Wurzel $13^p 48' 7''$ des aus der Division hervorgegangenen Quotienten $190^{p^2} 29' 31''$ mit den oben (Z. 15) gegebenen Verhältniszahlen der Strecken $Z\Theta$ und ΓZ multipliziert, so wird

a) Für $20^1/_3{}^d$ gibt die Tafel (S. 115) $20^0 2' 28''$ in Länge und $12^0 32' 8''$ in Anomalie.

b) Das Verhältnis der Wiederkehren in Anomalie zu den Umläufen des Epizykels ist (nach S. 100, 24) $145^w : 46^u + 1^0$, d.i. $52\,200^0 : 16\,561^0 = 3^\pi 9' 7'' 8''' : 1^\pi$. Zu dem Entfernungsverhältnis $\Gamma A : A\Delta$ vgl. S. 256, 2.

$$\left.\begin{array}{l} Z\Theta = 13^{p}\,48'\ 7'' \\ \Gamma Z = 43^{p}\,30'\,24'' \end{array}\right\} \text{ wie } \left\{\begin{array}{l} AZ = 22^{p}\,30' \\ \Gamma A = 60^{p}, \end{array}\right.$$

mithin $\Gamma\Theta = 57^{p}\,18'\,31''$ als Summe.

Setzt man $h\,AZ$ und $h\,\Gamma A = 120^{p}$,

Hei 489 6 so wird $s\,Z\Theta = 73^{p}\,36'\,37''$ und $s\,\Gamma\Theta = 114^{p}\,37'\ 2''$,

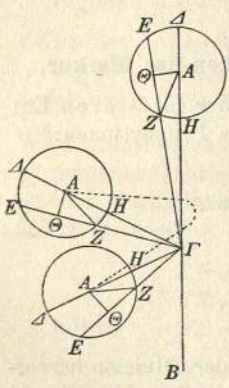
also $b\,Z\Theta = 75^{0}\,40'\,28''$ und $b\,\Gamma\Theta = 145^{0}\,32'\,52''$,

mithin $\left\{\begin{array}{l} \angle\,ZA\Theta = 37^{0}\,50'\,14'' \text{ wie } 4R = 360^{0}, \\ \angle\,\Gamma A\Theta = 72^{0}\,46'\,26'' \text{ wie } 4R = 360^{0}. \end{array}\right.$

10 Endlich ist $\left\{\begin{array}{l} \angle\,A\Gamma Z = 17^{0}\,13'\,34'' \text{ als Komplementwinkel,} \\ \angle\,ZAH = 34^{0}\,56'\,12'' \text{ als Differenz.} \end{array}\right.$

$(\angle\,\Gamma A\Theta - \angle\,ZA\Theta)$

Somit ist $\angle\,A\Gamma Z$ der Winkel der Rückläufigkeit gemäß der Geschwindigkeit des Planeten, $\angle\,ZAH$ der Winkel der Anomalie. Auf die $34^{0}\,56'\,12''$ des letzteren entfallen nach dem (mit $3^{3}/_{20} : 1$) 15 vorliegenden Verhältnis $11^{0}\,4'\,59''$ Lauf in Länge; mithin verbleiben als Rest $(17^{0}\,13'\,34'' - 11^{0}\,4'\,59'' =)\ 6^{0}\,8'\,35''$ für die Hälfte der Rückläufigkeit oder rund $11^{1}/_{4}$ Tage[a] (der periodischen 20 Länge entsprechend), während die ganze Strecke der Rückläufigkeit $12^{0}\ 17'\,10''$ oder $22^{1}/_{2}$ Tage beträgt.



II. Nach den Zahlenverhältnissen bei der größten Entfernung, d. h. 25 wenn der Abstand (des Epizykels) von dem Apogeum (des Exzenters) rund 11^{0} genauberechneter Länge beträgt, auf welche (unter Zusatz der Prosthaphäresis $0^{0}\,30'$) rund $11^{1}/_{2}{}^{0}$ gleichförmiger Länge entfallen, findet man die Prosthaphäresis der genauen 30 Berechnung[b], soweit sie auf einen Grad entfällt, ohne merklichen Fehler zu $0^{0}\,2'\,20''$. Daher ist

a) Für $11^{1}/_{4}{}^{d}$ gibt die Tafel (S. 118) $11^{0}\,5'\,18''$ in Länge und $34^{0}\,57'\,1''$ in Anomalie.

b) Nach der Anomalietabelle (S. 265) beträgt bei 12^{0} Entfernung vom Apogeum die Prosthaphäresis $0^{0}\,32'$, bei 6^{0} Ent-

$Z\Theta : \Gamma Z = 0^{\pi}57'40'' : 3^{\pi}11'28''$, Ha 342

mithin $E\Gamma : \Gamma Z = 5^{\pi}\ 6'48'' : 3^{\pi}11'28''$, Hei 490

folglich $E\Gamma \cdot \Gamma Z = 16^{\pi^2}19'2''$.

Ferner ist $\Gamma A : A\Delta = 68^{p}36' : 22^{p}30'$,[a]

mithin $\Gamma\Delta : \Gamma H = 91^{p}\ 6' : 46^{p}\ 6'$,

folglich $\Gamma\Delta \cdot \Gamma H = 4199^{p^2}42'36''$.

Wird die Wurzel $16^{p}2'35''$ des aus der Division hervorgegangenen Quotienten $257^{p^2}22'44''$ mit den oben (Z. 1) gegebenen Verhältniszahlen der Strecken $Z\Theta$ und ΓZ multipliziert, so wird

$$\left.\begin{matrix} Z\Theta = 15^{p}25'\ 9'' \\ \Gamma Z = 51^{p}11'43'' \end{matrix}\right\} \text{ wie } \left\{\begin{matrix} AZ = 22^{p}30' \\ \Gamma A = 68^{p}36'. \end{matrix}\right.$$

mithin $\Gamma\Theta = 66^{p}36'52''$ als Summe.

Setzt man $h\,AZ$ und $h\,\Gamma A = 120^{p}$,

so wird $s\,Z\Theta = 82^{p}14'\ 8''$ und $s\,\Gamma\Theta = 116^{p}31'36''$,

also $b\,Z\Theta = 86^{\circ}31'\ 4''$ und $b\,\Gamma\Theta = 152^{\circ}27'56''$;

mithin $\left\{\begin{matrix} \angle\, ZA\Theta = 43^{\circ}15'32'' \text{ wie } 4R = 360^{\circ}, \\ \angle\, \Gamma A\Theta = 76^{\circ}13'58'' \text{ wie } 4R = 360^{\circ}. \end{matrix}\right.$ Hei 491

Endlich ist $\left\{\begin{matrix} \angle\, A\Gamma Z = 13^{\circ}46'\ 2'' \text{ als Komplementwinkel,} \\ \angle\, ZAH = 32^{\circ}52'26'' \text{ als Differenz.}[b] \end{matrix}\right.$ $(\angle\, \Gamma A\Theta - \angle\, ZA\Theta)$

Somit ist $\angle\, A\Gamma Z$ der Winkel der Rückläufigkeit gemäß der Geschwindigkeit des Planeten, $\angle\, ZAH$ der Winkel der scheinbaren Anomalie. Auf die $32^{\circ}52'26''$ des letzteren entfallen nach den im Apogeum eintretenden Verhältnissen (96 : 29) $9^{\circ}48'51''$ genauberechneter Länge, während die periodische (unter Zusatz der Prosthaphäresis $0^{\circ}28'$) $10^{\circ}16'51''$ beträgt. Mithin verbleiben als Rest ($13^{\circ}46'2''$

---

fernung $0^{\circ}17'$. Somit entfällt auf einen Grad $^1/_6$ der Differenz $0^{\circ}15'$ mit $0^{\circ}2'30''$. Für den kleineren Betrag finde ich auch hier (vgl. S. 291, 3) keine Erklärung.

a) Die Entfernung ist bei 11° Abstand von dem Apogeum um $0^{p}24'$ kleiner als die größte Entfernung 69^{p}. Vgl. S. 300, 16.

b) Der Subtraktionsfehler 52′ statt 58′ wird auch S. 308, 16 aufrecht erhalten.

$-9^0 48' 51'' =) \; 3^0 57' 11''$ für die Hälfte der Rückläufigkeit oder rund $10^1/_2$ Tage[a] (der periodischen Länge ent-
Ha 343 sprechend), während die ganze Strecke der Rückläufigkeit $7^0 54' 22''$ oder 21 Tage beträgt.

III. Nach den Zahlenverhältnissen bei den kleinsten Entfernungen, welche in den Intervallen von 120^0 periodischen Laufs (beiderseits) von dem Apogeum eintreten, findet man die Prosthaphäresis der genauen Berechnung[b], die sich aus dem (auf 1^0 entfallenden) Betrag bei dem (nach S. 298, 27) 11^0 betragenden Abstand (des Epizykels) beiderseits der beiden Erdnähen ergibt, ohne merklichen Fehler zu $0^0 1' 30''$. Daher ist

$$Z\Theta : \Gamma Z = 1^\pi\ 1' 30'' : 3^\pi 7' 38'',$$

mithin $\quad E\Gamma : \Gamma Z = 5^\pi 10' 38'' : 3^\pi 7' 38'';$

folglich $\quad E\Gamma \cdot \Gamma Z = 16^{\pi^2} 11' 25''.$

Ferner ist $\quad \Gamma A : A\Delta = 55^p 42' : 22^p 30'$ [c],

Hei 492 mithin $\quad \Gamma\Delta : \Gamma H = 78^p 12' : 33^p 12';$

folglich $\quad \Gamma\Delta \cdot \Gamma H = 2596^{p^2} 14' 24''.$

Wird die Wurzel $12^p 39' 48''$ des aus der Division hervorgegangenen Quotienten $160^p 21' 29''$ mit den oben (Z. 13) gegebenen Verhältniszahlen der Strecken $Z\Theta$ und ΓZ multipliziert, so wird

$$\left.\begin{matrix} Z\Theta = 12^p 58' 47'' \\ \Gamma Z = 39^p 36'\ 4'' \end{matrix}\right\} \text{ wie } \left\{\begin{matrix} AZ = 22^p 30' \\ \Gamma A = 55^p 42', \end{matrix}\right.$$

mithin $\quad \Gamma\Theta = 52^p 34' 51''$ als Summe.

Setzt man $\quad h\,AZ$ und $h\,\Gamma A = 120^p,$

so wird $\quad s\,Z\Theta = 69^p 13' 31''$ und $s\,\Gamma\Theta = 113^p 16' 48'',$

also $\quad b\,Z\Theta = 70^0 27' 44''$ und $b\,\Gamma\Theta = 141^0 28' 14'';$

a) Für $10^1/_2{}^d$ gibt die Tafel (S. 118) $10^0 20' 56''$ in Länge und $32^0 37' 13''$ in Anomalie.

b) Nach der Anomalietabelle (S. 265) beträgt bei 114^0 Entfernung vom Apogeum, d i. 6^0 vor der Erdnähe 120^0, die Prosthaphäresis $2^0 50'$, bei 120^0 aber $2^0 41'$. Nur dann entfällt auf einen Grad $1/_6$ der Differenz $0^0 9'$ mit $0^0 1' 30''$.

c) Die Entfernung ist bei 11^0 Abstand von der Erdnähe um $0^p 8'$ größer als die kleinste Entfernung $55^p 34'$ (S. 256, 15).

mithin $\begin{cases} \angle ZA\Theta = 35^\circ 13' 52'' & \text{wie } 4R = 360^\circ, \\ \angle \Gamma A\Theta = 70^\circ 44' \ 7'' & \text{wie } 4R = 360^\circ. \end{cases}$

Endlich ist $\begin{cases} \angle A\Gamma Z = 19^\circ 15' 53'' & \text{als Komplementwinkel,} \\ \angle ZAH = 35^\circ 30' 15'' & \text{als Differenz.} \end{cases}$
$(\angle \Gamma A\Theta - \angle ZA\Theta)$

Somit ist $\angle A\Gamma Z$ der Winkel der Rückläufigkeit gemäß der Geschwindigkeit des Planeten, $\angle ZAH$ der Winkel der scheinbaren Anomalie. Auf die $35^\circ 30' 15''$ des letzteren Ha 344
entfallen nach den (mit $3^1/_8 : 1$) vorliegenden Verhältnissen $11^\circ 39' 30''$ genauberechneter Länge, während die periodische (unter Abzug der Prosthaphäresis $0^\circ 18'$) $11^\circ 21' 30''$ beträgt. Mithin verbleiben als Rest $(19^\circ 15' 53'' - 11^\circ 39' 30'' =)$ $7^\circ 36' 23''$ für die Hälfte der Rückläufigkeit oder rund $11^1/_2$ Hei 493
Tage[a] (der periodischen Länge entsprechend), während die ganze Strecke der Rückläufigkeit $15^\circ 12' 46''$ oder 23 Tage beträgt.

Die nachgewiesenen zahlenmäßigen Beträge sind ohne wesentliche Fehler in Übereinstimmung mit den Beträgen, welche aus den Erscheinungen gewonnen werden, die jeder einzelne der Planeten darbietet.[b]

Die Beträge, welche in den größten und in den kleinsten Entfernungen auf den (periodischen) Lauf in Länge entfallen, haben wir auf folgendem Wege festgestellt. So hatten wir z. B. (S. 291, 24) bei Erörterung der Verhältnisse in der größten Entfernung des Mars den scheinbaren Epizykelbogen (ZH) von dem einen Stillstand bis zur Opposition, d. h. den theoretisch auf den Mittelpunkt der Ekliptik bezogenen Bogen[c], mit $22^\circ 13' 19''$ nachgewiesen. Die auf diese Grade nach dem Verhältnis von $1^\pi : 1^\pi 3' 11''$ ohne wesentlichen Fehler entfallenden $21^\circ 10'$ periodischer Länge entsprechen

a) Für $11^1/_2{}^d$ gibt die Tafel (S. 118) $11^\circ 20' 5''$ in Länge und $35^\circ 43' 37''$ in Anomalie.

b) D. h. mit den aus den Beobachtungen abgeleiteten Beträgen, wie sie die Tafeln S. 114—118 bieten.

c) D. i. den auf das scheinbare oder genaue Perigeum des Epizykels bezogenen Bogen.

insofern nicht ganz der absoluten Genauigkeit, als die für die (Dauer der) Stillstände angegebenen Verhältnisse der Geschwindigkeiten (des Epizykels und des Planeten selbst) während des ganzen Verlaufs der Rückläufigkeit nicht unverändert bleiben. Indessen weichen diese $21^0 10'$ von dem absolut genauen Werte nicht so stark ab, daß auch die auf sie entfallende Prosthaphäresis, die nahezu $3^0 45'$ beträgt[a], mit einer wesentlichen Differenz behaftet sein könnte.
Hei 494 Daher haben wir diesen Betrag, weil in der größten Entfernung der scheinbare Lauf auf dem Epizykel größer ist als der periodische[b], von den $22^0 13' 19''$ des Epizykels abgezogen und erhielten den auf diese Grade entfallenden pe-
Ha 345 riodischen Lauf in Anomalie von dem einen Stillstand bis zur Opposition mit $(22^0 13' 19'' - 3^0 45' =) 18^0 28' 19''$. Weil nun auf diesen Betrag infolge des (S. 289, 11 vorgelegten) Verhältnisses $(^{53}/_{60} : 1)$ der mittleren Bewegungen $20^0 58' 21''$ periodischer Länge entfallen, so haben wir von diesen Graden, weil sie den genauen Wert darstellen, anstatt der $21^0 10'$ Gebrauch gemacht und die $3^0 45'$ betragende Prosthaphäresis, die auch in diesem Falle nahezu dieselbe bleibt, davon abgezogen, weil in den größten Entfernungen der scheinbare Lauf in Länge kleiner ist als der periodische.[c] Somit haben wir (S. 292, 2) für den scheinbaren (oder genauberechneten) Lauf in Länge bei dem vorliegenden Abstand $(20^0 58' 21'' - 3^0 45' =) 17^0 13' 21''$ erhalten.

---

a) Nach der Anomalietabelle beträgt bei 21^0 Entfernung vom Apogeum die Prosthaphäresis als Mittel zwischen $4^0 16'$ und $3^0 13'$ ziemlich genau $3^0 45'$.

b) Insofern die von dem scheinbaren Perigeum des Epizykels aus gerechnete Anomaliezahl größer ist als die von dem mittleren ab gerechnete, weil letzteres vor dem Apogeum des Exzenters dem scheinbaren vorangeht. S. Fig. 1 zu Anm. 16

c) Insofern der scheinbare oder genaue Lauf von dem Apogeum des Exzenters aus gemessen hinter dem mittleren, der von der Leitlinie der größeren Exzentrizität bestimmt wird, zurückbleibt. S. Fig. zu Anm. 13. 1.

Siebentes Kapitel.

Praktische Anleitung zur Aufstellung einer Tabelle für die Stillstände.

Um wieder auch bei denjenigen Entfernungen, welche einerseits zwischen der mittleren und der größten, anderseits zwischen der mittleren und der kleinsten liegen, bequem die Zahl der Grade ermitteln zu können, an denen auf dem Epizykel angelangt, jeder Planet den Eindruck des scheinbaren Stillstandes machen wird, entwerfen wir auch für diesen Zweck auf methodischem Wege eine Tabelle von 31 Zeilen und 12 Spalten. Hei 495

Die ersten beiden Spalten werden entsprechend der Anordnung der übrigen Tabellen von 6 zu 6 Graden die Argumentzahlen der periodischen Länge enthalten, die zehn weiteren die für jeden der fünf Planeten geltenden Abstände in genauberechneter Anomalie von den scheinbaren Apogeen der Epizyklen, und zwar, Planet für Planet, die erste Spalte die Abstände des ersten Stillstandes, die zweite die des zweiten Stillstandes. Festgestellt haben wir die zahlenmäßigen Beträge auch dieser Abstände (von den Apogeen) sowohl (I) nach den vorstehend nachgewiesenen Beträgen für die mittleren, die größten und die Ha 346 kleinsten Entfernungen, als auch (II) nach den in den Zwischenentfernungen eintretenden Differenzen, über welche wir früher (S. 259f.) gelegentlich des Ansatzes der Sechzigstel in der achten Spalte der Anomalietabellen die nötigen Erklärungen abgegeben haben. Es lassen sich eben für jeden Ort periodischer Länge zugleich mit dem zahlenmäßigen Betrag der größten Differenz der (scheinbaren) Anomalie auch diejenigen Entfernungen der Epizyklen nachweisen, für welche gerade auch der Unterschied der Stillstände auf theoretischem Wege ermittelt wird.

I. Da die in den Erdfernen und in den Erdnähen nachgewiesenen Rückläufigkeitsstrecken sich nicht nach dem Eintritt der Stillstände bemessen, wenn die Mittelpunkte der Hei 496

Epizyklen genau in den Apogeen und den Perigeen (der Exzenter) stehen, sondern wenn sie von diesen Punkten einen an gewisse Grenzen gebundenen Abstand (in Länge) einhalten, so haben wir aus diesen Abständen für jeden Planeten die direkt auf die Apogeen und Perigeen (der Exzenter) entfallenden zahlenmäßigen Beträge (der scheinbaren Anomalie, d. i. die Größe des ∠ ZAH) auf folgendem Wege abgeleitet.

1. Bei dem Saturn und dem Jupiter gibt es zwischen den Entfernungen (ΓA) der Epizyklen, welche direkt in den Apogeen und den Perigeen (des Exzenters) stattfinden, keinen wesentlichen Unterschied[a] von den Entfernungen, welche in den von diesen Punkten ab festgestellten Abständen eintreten. Deshalb haben wir die für diese Planeten gewonnenen Zahlen der Anomalie, welche (jetzt) von den scheinbaren Apogeen[b] der Epizyklen ab gerechnet sind, (unverändert) in die entsprechenden Zeilen gesetzt, d. h. die für die Erdfernen geltenden Zahlen in die (erste) Zeile mit der Argumentzahl 360, die für die Erdnähen geltenden Zahlen in die (letzte) Zeile mit der Argumentzahl 180.

Nachgewiesen wurde (S. 282, 28) für den Saturn der Abstand (des Planeten) von dem Perigeum des Epizykels im
Ha 347 Apogeum der Exzentrizität (d. i. ∠ ZAH) mit $67^0 15'$ und der Abstand im Perigeum (S. 284, 26) mit $64^0 31'$; für den Jupiter der Abstand im Apogeum (S. 287, 23) mit $55^0 55'$ und der Abstand im Perigeum (S. 288, 26) mit $52^0 49'$. Die auf diese Abstände entfallenden (Grad-) Zahlen, welche aus Gründen der Zweckmäßigkeit von den Apogeen der
Hei 497 Epizyklen ab gerechnet sind, haben wir in den der Länge nach folgenden vier Spalten in die entsprechenden Zeilen gesetzt, d. h. in der (ersten) Zeile mit der Argumentzahl 360, welche für das Apogeum (der Exzentrizität) gilt, stehen in

a) Dieser Umstand wurde für den Saturn S. 281, 16 und S. 283, 20 erörtert, für den Jupiter S. 286, 25. Der für den Jupiter mit 5^0 festgestellte Abstand vom Apogeum wurde dort für eine Änderung der Entfernung als belanglos bezeichnet.

b) Bisher waren die Gradzahlen des ∠ ZAH von den scheinbaren Perigeen der Epizyklen aus angegeben worden.

der dritten Spalte die $(180^0 - 67^0 15' =)\ 112^0 45'$ des ersten Stillstandes des Saturn, in der vierten Spalte die $(180^0 + 67^0 15' =)\ 247^0 15'$ des zweiten Stillstandes; gleicherweise in der fünften Spalte die $(180^0 - 55^0 55' =)\ 124^0 5'$ des ersten Stillstandes des Jupiter, in der sechsten Spalte die $(180^0 + 55^0 55' =)\ 235^0 55'$ des zweiten Stillstandes. Schließlich stehen in der (letzten) Zeile mit der Argumentzahl 180, welche für das Perigeum (der Exzentrizität) gilt, in derselben Reihenfolge (für den Saturn) die Beträge $(180^0 - 64^0 31' =)\ 115^0 29'$ und $(180^0 + 64^0 31' =)\ 244^0 31'$, desgleichen (für den Jupiter) die Beträge $(180^0 - 52^0 49' =)\ 127^0 11'$ und $(180^0 + 52^0 49' =)\ 232^0 49'$.

2. Für den Mars hatten wir (S. 292, 3; 302, 16) nachgewiesen, daß der Planet seine Stillstände bewirkt, wenn der Mittelpunkt des Epizykels von dem Apogeum des Exzenters einen Abstand von $20^0 58'$ periodischen Laufs hat, während der Planet selbst (S. 291, 24) von dem scheinbaren Perigeum des Epizykels $22^0 13'$ (d. i. den $\angle$ ZAH) entfernt steht. Da in der mittleren Entfernung (S. 290, 7) der Lauf (d. i. $\angle$ ZAH) nur $16^0 51'$ beträgt, so ergibt sich eine Differenz von $(22^0 13' - 16^0 51' =)\ 5^0 22'$. Nun beträgt in dem Maße, in welchem die mittlere Entfernung gleich 60^p ist, die größte 66^p, somit die Differenz gegen die mittlere Entfernung 6^p, während bei dem (mit $20^0 58'$) vorliegenden Abstand vom Apogeum die Entfernung (ΓA S. 291, 8) $65^p 40'$, mithin die Differenz gegen die mittlere Entfernung $5^p 40'$ beträgt. Folglich haben wir 6^p mit $5^0 22'$ multipliziert und das Produkt durch $5^p 40'$ dividiert: dadurch fanden wir[a] die Differenz (zwischen den Gradzahlen der genauberechneten Anomalie), welche im Apogeum selbst (d. i. bei 66^p Entfernung) gegen die mittlere Entfernung eintritt, ohne wesentlichen Fehler zu $5^0 41'$. Mithin ergeben sich (für den $\angle$ ZAH bei Zunahme der Entfernung um 6^p) von dem scheinbaren Perigeum des Epizykels ab $(16^0 51' + 5^0 41' =)\ 22^0 32'$, d. s. vom Apogeum (des Epizykels) abgerechnet $(180^0 - 22^0 32' =)$ Hei 498 Ha 348

a) Nach der Proportion $5^p 40' : 6^p = 5^0 22' : 5^0 41'$.

$157^0 28'$ des ersten Stillstandes. Diesen Betrag werden wir in der siebenten Spalte in die (erste) Zeile mit der Argumentzahl 360 setzen, während wir den Betrag ($180^0 + 22^0 32' =$) $202^0 32'$ (des zweiten Stillstandes) in dieselbe Zeile in der achten Spalte setzen werden.

Gleicherweise bewirkt der Mars seine Stillstände, wenn der Mittelpunkt des Epizykels (S. 293, 9) von dem Perigeum (des Exzenters) einen Abstand von $16^0 53'$ periodischen Laufs hat, während der Planet selbst von dem scheinbaren Perigeum des Epizykels (S. 293, 2: den $\angle ZAH =$) $11^0 11'$ entfernt steht. Hier ist somit die Differenz gegen (den $\angle ZAH$ für) die mittlere Entfernung (S. 290, 7) gleich ($16^0 51' - 11^0 11' =$) $5^0 40'$. Nun beträgt 54^p die kleinste Entfernung mit der Differenz von 6^p gegen die mittlere (von 60^p), während bei dem (mit $16^0 53'$ periodischen Laufs) vorliegenden Abstand von dem Perigeum des Exzenters die Entfernung (ΓA S. 292, 14) $54^p 20'$, somit die Differenz gegen die mittlere Entfernung $5^p 40'$ beträgt. Wir werden demnach[a] die ganze Differenz (zwischen den Gradzahlen der genauberechneten Anomalie) im Perigeum selbst mit 6^0 und deshalb den Lauf von dem scheinbaren Perigeum des Epizykels ab (d. i. den $\angle ZAH$ bei Abnahme der Entfernung um $5^p 40'$) mit ($16^0 51' - 6^0 =$) $10^0 51'$ erhalten. Mithin ergeben sich von dem Apogeum (des Epizykels) ab gerechnet ($180^0 - 10^0 51' =$) $169^0 9'$ des ersten Stillstandes und ($180^0 +$
Hei 499 $10^0 51' =$) $190^0 51'$ des zweiten. Diese Beträge werden wir wieder in den betreffenden Spalten (d. i. in der siebenten und der achten) in die (letzte) Zeile mit der Argumentzahl 180 setzen.

3. Für die Venus hatten wir (S. 296, 4) nachgewiesen, daß der Planet seine Stillstände bewirkt, wenn der Mittelpunkt des Epizykels[b] von dem Apogeum (des Exzenters) in Länge einen Abstand von $21^0 9'$ periodischen Laufs hat, während der Planet selbst von dem scheinbaren Perigeum

a) Nach der Proportion $5^p 40' : 6^p = 5^0 40' : 6^0$.

b) Diese beiden Worte fehlen im griechischen Text; ich habe sie aus der gleichlautenden Stelle oben Z. 7 ergänzt.

des Epizykels $14^0 4'$ (S. 295, 28: den $\angle ZAH$) entfernt steht. Da in der mittleren Entfernung (S. 294, 10) der Lauf (d. i. $\angle ZAH$) nur $12^0 52'$ beträgt, so ergibt sich eine Differenz von $1^0 12'$. Nun beträgt in dem Maße, in welchem die mittlere Entfernung gleich 60^p ist, die größte Entfernung $61^p 15'$, somit Ha 349
die Differenz gegen die mittlere $1^p 15'$, während bei dem (mit 6
$21^0 9'$ periodischen Laufs) vorliegenden Abstand vom Apogeum die Entfernung (ΓA S. 295, 12) $61^p 10'$, mithin die Differenz gegen die mittlere Entfernung $1^p 10'$ beträgt. Folglich haben wir wieder $1^p 15'$ mit $1^0 12'$ multipliziert und das Produkt durch 10
$1^p 10'$ dividiert: dadurch fanden wir[a] die Differenz (der Gradzahlen der genauberechneten Anomalie) im Apogeum selbst gegen die mittlere Entfernung mit $1^0 17'$. Mithin ergeben sich (für $\angle ZAH$ bei Zunahme der Entfernung um $1^p 15'$) von dem scheinbaren Perigeum des Epizykels ab ($12^0 52' + 1^0 17' =$) $14^0 9'$, 15
d. s von dem Apogeum (des Epizykels) ab gerechnet ($180^0 - 14^0 9' =$) $165^0 51'$ des ersten Stillstandes, welche wir in der neunten Spalte in die (erste) Zeile mit der Argumentzahl 360 setzen werden, und ($180^0 + 14^0 9' =$) $194^0 9'$ des zweiten Stillstandes, welche wir in der zehnten Spalte in dieselbe 20
Zeile setzen werden.

Gleicherweise bewirkt die Venus ihre Stillstände, wenn der Hei 500
Epizykel (S. 297, 8) in gleichförmigem Lauf in Länge von dem Perigeum des Exzenters einen Abstand von rund 20^0 hat, während der Planet selbst von dem scheinbaren Perigeum des 25
Epizykels (S. 297, 2: den $\angle ZAH =$) $11^0 44'$ entfernt steht. Hier ist somit die Differenz gegen (den $\angle ZAH$ für) die mittlere Entfernung (vgl. oben Z. 3) gleich ($12^0 52' - 11^0 44' =$) $1^0 8'$. Nun beträgt $58^p 45'$ die kleinste Entfernung in dem Maße, in welchem die mittlere Entfernung gleich 60^p ist, mithin die 30
Differenz zwischen beiden Entfernungen $1^p 15'$, während bei dem (mit 20^0 periodischen Laufs) vorliegenden Abstand von dem Perigeum die Entfernung (ΓA S. 296, 15) $58^p 50'$, somit die Differenz gegen die mittlere Entfernung $1^p 10'$ beträgt. Folglich haben wir wieder $1^p 15'$ mit $1^0 8'$ multipliziert und das 35

a) Nach der Proportion $1^p 10' : 1^p 15' = 1^0 12' : 1^0 17'$.

Produkt durch $1^p10'$ dividiert: dadurch fanden wir[a] die Differenz (der Gradzahlen der genauberechneten Anomalie) im Perigeum selbst gegen die mittlere Entfernung mit $1^0 13'$ und deshalb den Lauf von dem scheinbaren Perigeum des Epizykels ab (d. i. den ∠ ZAH bei Abnahme der Entfernung um $1^p15'$) mit $(12^0 52' - 1^0 13' =) 11^0 39'$. Mithin ergeben
Ha 350 sich von dem Apogeum (des Epizykels) ab gerechnet $(180^0 - 11^0 39' =) 168^0 21'$ des ersten Stillstandes und $(180^0 + 11^0 39' =) 191^0 39'$ des zweiten. Diese Beträge werden wir in den nämlichen Spalten (d. i. in der neunten und der zehnten) in die (letzte) Zeile mit der Argumentzahl 180 setzen.

4. Für den Merkur hatten wir (S. 299, 27) nachgewiesen, daß der Planet seine Stillstände bewirkt, wenn der Epizykel von dem Apogeum des Exzenters einen Abstand von $10^0 17'$ periodischen Laufs in Länge hat, während der Planet selbst von dem scheinbaren Perigeum des Epizykels $32^0 52'$ (S. 299, 20:
Hei 501 den ∠ ZAH) entfernt steht. Da in der mittleren Entfernung (S. 298, 10) der Lauf (d. i. ∠ ZAH) $34^0 56'$ beträgt, so ergibt sich eine Differenz von $(34^0 56' - 32^0 52' =) 2^0 4'$. Nun beträgt in dem Maße, in welchem die mittlere Entfernung gleich 60^p ist, die größte Entfernung 69^p, somit die Differenz zwischen beiden Entfernungen 9^p, während bei dem (mit $10^0 17'$ periodischen Laufs) vorliegenden Abstand von dem Apogeum die Entfernung (ΓA S. 299, 4) $68^p 36'$, mithin die Differenz gegen die mittlere Entfernung $8^p 36'$ beträgt. Folglich haben wir ebenso wie vorher 9^p mit $2^0 4'$ multipliziert und das Produkt durch $8^p 36'$ dividiert: dadurch fanden wir[b] die Differenz (der Gradzahlen der genauberechneten Anomalie) im Apogeum selbst gegen die mittlere Entfernung mit $2^0 10'$. Mithin ergeben sich (für den ∠ ZAH bei Zunahme der Entfernung um 9^p) von dem scheinbaren Perigeum des Epizykels ab $(34^0 56' - 2^0 10' =) 32^0 46'$[c], d. s.

a) Nach der Proportion $1^p10' : 1^p15' = 1^0 8' : 1^0 13'$.

b) Nach der Proportion $8^p 36' : 9^p = 2^0 4' : 2^0 10'$.

c) Daß bei dem Merkur der ∠ ZAH bei Zunahme der Entfernung, umgekehrt wie bei den übrigen Planeten, kleiner wird, erklärt sich aus der großen Exzentrizität der Bahn. Vgl. S. 311, 18.

von dem Apogeum (des Epizykels) ab gerechnet ($180^0 - 32^0 46' =$) $147^0 14'$ des ersten Stillstandes, welche wir in der elften Spalte (in die erste Zeile) zu der Argumentzahl 360 setzen werden, und ($180^0 + 32^0 46' =$) $212^0 46'$ des zweiten Stillstandes, welche wir in der zwölften Spalte in dieselbe Zeile setzen werden.

Gleicherweise bewirkt der Merkur seine Stillstände, wenn der Epizykel (S. 301, 10) von dem Perigeum (des Exzenters) einen Abstand von $11^0 22'$ periodischen Laufs hat, während der Planet selbst von dem scheinbaren Perigeum des Epizykels (S. 301, 4: den $\angle ZAH =$) $35^0 30'$ entfernt steht. Hier ist somit die Differenz gegen (den $\angle ZAH$ für) die mittlere Entfernung (S. 298, 10) gleich ($35^0 30' - 34^0 56' =$) $0^0 34'$. Ha 351
Nun beträgt (S. 256, 15) $55^p 34'$ die kleinste Entfernung in Hei 502
dem Maße, in welchem die mittlere Entfernung gleich 60^p ist, mithin die Differenz zwischen beiden Entfernungen $4^p 26'$, während bei dem (mit $11^0 22'$ periodischen Laufs) vorliegenden Abstand von dem Perigeum die Entfernung (ΓA S. 300, 16) ungefähr $55^p 42'$, mithin die Differenz gegen die mittlere Entfernung $4^p 18'$ beträgt. Folglich haben wir wieder $4^p 26'$ mit $0^0 34'$ multipliziert und das Produkt durch $4^p 18'$ dividiert: dadurch fanden wir[a] die Differenz (der Gradzahlen der genauberechneten Anomalie) im Perigeum selbst gegen die mittlere Entfernung mit $0^0 35'$ und deshalb den Lauf von dem scheinbaren Perigeum des Epizykels ab (d. i. den $\angle ZAH$ bei Abnahme der Entfernung um $4^p 26'$) mit ($34^0 56' + 0^0 35' =$) $35^0 31'$. Mithin ergeben sich von dem Apogeum (des Epizykels) ab gerechnet ($180^0 - 35^0 31' =$) $144^0 29'$ des ersten Stillstandes und ($180^0 + 35^0 31' =$) $215^0 31'$ des zweiten. Diese Beträge werden wir in dieselben Spalten (d. i. in die elfte und die zwölfte) setzen, jedoch nicht mehr zu der Argumentzahl der Länge 180, sondern zu den Argumentzahlen 120 und 240, weil in diesen Graden die größten Erdnähen der exzentrischen Bahn des Merkur (S. 144, 19 ff.; vgl. S. 300, 5) nachgewiesen worden sind.

a) Nach der Proportion $4^p 18' : 4^p 26' = 0^0 34' : 0^0 35'$.

II. Nach dieser Auseinandersetzung, welche an erster Stelle vorgenommen werden mußte, lassen sich nach denselben Methoden auch die Unterschiede feststellen, welche in den Zwischenstellungen eintreten.

Es sei beispielshalber die Aufgabe gestellt, die Ansätze der scheinbaren Anomalie für die ersten Stillstände zu finden, wenn der mittlere Ort in Länge 30^0 von dem Apogeum (des Exzenters) entfernt ist.

In dieser Stellung beträgt, wie gesagt, nach den früher (S. 258, 1—5) angewendeten Methoden die Entfernung des Epi-
Hei 503 zykels in dem Maße, in welchem auf die mittlere Entfernung volle 60^p entfallen, für

Saturn	Jupiter	Mars	Venus	Merkur
$63^p 2'$	$62^p 26'$	$65^p 24'$	$61^p 6'$	$66^p 35'$.

Mithin ergeben sich Planet für Planet — in derselben
Ha 352 Reihenfolge, um lästige Wiederholungen zu vermeiden — gegen die mittlere Entfernung folgende Differenzen:

$3^p 2'$	$2^p 26'$	$5^p 24'$	$1^p 6'$	$6^p 35'$.

Nun betragen, weil bei allen Planeten die angesetzten Entfernungszahlen größer sind als die mittlere Entfernung, die Differenzen zwischen den mittleren Entfernungen (vgl. S. 256) und den Entfernungen in den Apogeen selbst

$3^p 25'$	$2^p 45'$	$6^p 0'$	$1^p 15'$	9^p.

Es betragen ferner die ganzen Differenzen zwischen den Graden der scheinbaren (oder genauberechneten) Anomalie (d.i. zwischen $\angle ZAH$) bei den Entfernungen in den Apogeen und bei den mittleren Entfernungen in derselben Reihenfolge

(S. 282,28; 280,18	S. 287,23; 286,5	S. 305,32	S. 307,13	S. 308,30)
$67^0 15' - 65^0 52'$	$55^0 55' - 54^0 22'$			
$1^0 23'$	$1^0 33'$	$5^0 41'$	$1^0 17'$	$2^0 10'$.

Wenn wir nun jede dieser Differenzen — z. B. (für den Saturn) $1^0 23'$ — Planet für Planet in zugehöriger Weise mit der Differenz zwischen der vorliegend (mit $63^p 2'$) angenommenen Entfernung und der mittleren (60^p) — z. B. mit $3^p 2'$ — multiplizieren und das Produkt durch die Differenz bei der größten Entfernung — z. B. durch $3^p 25'$ —

dividieren, so werden wir[a] Planet für Planet die für den Hei 504
(mit 30°) vorliegenden Lauf in Länge geltende Differenz der Grade der (genauberechneten) Anomalie (d. i. den Unterschied des ∠ ZAH) gegen die Grade der Anomalie bei der mittleren Entfernung erhalten mit

1°14′ 1°22′ 5°7′ 1°8′ 1°35′.

Nun betragen die Gradzahlen (der ersten Stillstände), von dem scheinbaren Apogeum des Epizykels ab gerechnet, in den mittleren Entfernungen

(S. 280, 18 S. 286, 5 S. 290, 7 S. 294, 10 S. 298, 10
180°–65°52′ 180°–54°22′ 180°–16°51′ 180°–12°52′ 180°–34°56′)
114°8′ 125°38′ 163°9′ 167°8′ 145°4′.

Es sind aber die Gradzahlen (der ersten Stillstände), welche bei den größten Entfernungen (in der ersten Zeile der Tabelle bereits) angesetzt sind, für die übrigen Planeten kleiner als die vorstehenden (d. h. der ∠ ZAH wird mit Zunahme der Entfernung größer), während sie für den Merkur größer sind (d. h. der ∠ ZAH wird bei Zunahme der Entfernung kleiner). Wenn wir daher die Differenzen, welche bei der (mit 63ᵖ2′) angenommenen Entfernung (oben Z. 6) gefunden worden sind, bei den übrigen Planeten von den bei der mittleren Entfernung (oben Z. 12) angesetzten Graden abziehen, während wir sie bei dem Merkur dazu addieren, werden wir die Grade der scheinbaren Anomalie, von dem Apogeum Ha 353
des Epizykels ab gerechnet, mit folgenden Beträgen erhalten:

(114°8′–1°14′ 125°38′–1°22′ 163°9′–5°7′ 167°8′–1°8′ 145°4′+1°35′)
112°54′ 124°16′ 158°2′ 166°0′ 146°39′.

Diese Beträge sind in die Spalten des ersten Stillstandes zu 30° periodischer Länge zu setzen.

Auch die Spalten der zweiten Stillstände werden wir nun ohne weiteres ausfüllen, indem wir Planet für Planet zu den Zahlen der ersten Stillstände in die Spalten der zweiten Still- Hei 505
stände in denselben Zeilen die an 360 fehlenden Grade dazusetzen, also bei der (mit 30°) vorliegenden (periodischen) Länge

(360°–112°54′ 360°–124°16′ 360°–158°2′ 360°–166° 360°–146°39′)
247°6′ 235°44′ 201°58′ 194°0′ 213°21′.

a) Nach der Proportion 3ᵖ25′ : 3ᵖ2′ = 1°23′ : 1°14′.

Sollten wir es aus Gründen größerer Zweckmäßigkeit vorziehen, nicht die theoretisch auf das scheinbare Apogeum des Epizykels bezogenen Grade der Anomalie in Ansatz zu bringen, sondern die auf das periodische Apogeum bezogenen, d. h. die noch nicht genauberechneten (oder mittleren) Grade, so ist leicht zu begreifen, daß auch dieser Anforderung von uns ohne weiteres entsprochen werden kann. Steht doch in den Tabellen der Anomalie (in der dritten Spalte) bei jeder Argumentzahl der periodischen Länge die dazugehörige Prosthaphäresis, welche von den gefundenen Graden der scheinbaren Anomalie bei den von dem Apogeum des Exzenters ab gerechneten Graden bis 180 abgezogen werden muß, während sie bei den über 180 hinausgehenden Graden zu addieren ist.[a]

Achtes Kapitel.

Zahlen der genauberechneten Anomalie.

Ha 354
Hei 506
16 Die Tabelle (der Stillstände) gestaltet sich folgendermaßen. (S. 314—315.)

Neuntes Kapitel.

Nachweis der größten Elongationen der Venus und des Merkur.

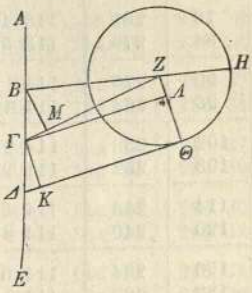
Ha 356
Hei 508 Nachdem die theoretischen Erörterungen der Rückläufigkeit erledigt sind, dürfte es am Orte sein, im Anschluß daran die größten Elongationen der Venus und des Merkur von der Sonne nachzuweisen, welche in jedem einzelnen Zeichen nach den vorgetragenen Hypothesen zustande kommen. Die Darlegung dieser Erscheinungen haben wir erstens mit Bezug auf den scheinbaren Ort der Sonne gemacht, zweitens unter der Annahme, daß die Planeten selbst in den

a) Weil zwischen Apogeum und Perigeum das mittlere oder periodische Apogeum des Epizykels dem scheinbaren vorangeht, während es zwischen Perigeum und Apogeum dem scheinbaren nachfolgt. Vgl. Anm. 13. 1.

Anfängen der Zeichen stehen, drittens unter der Voraussetzung, daß die Apogeen die für unsere Zeit geltende Lage zu den Wende- und den Nachtgleichenpunkten innehaben, d. h. daß das Apogeum der Venus in ♉ 25°, das des Merkur in ♌ 10° liege. Die Verschiebung der größten Elongationen, welche infolge des Fortschritts der Apogeen eintreten muß, wird von den Forschern der Nachwelt bei Anwendung derselben Methode durch eine leichte Korrektion zu ermitteln sein, und übrigens bleibt auf lange Zeit hinaus der Unterschied ganz unwesentlich.

I. Damit aber auch die Methode des Verfahrens dem Verständnis zugänglich gemacht werde, sollen zuerst an der Venus die oben näher bezeichneten größten morgendlichen und abendlichen Elongationen nachgewiesen werden, wenn Hei 509 der Planet beispielshalber im Frühlingsnachtgleichenpunkte, d. i. im Anfang des Widders steht.

A. Es sei ABΓΔE die durch das Apogeum A der Exzentrizität gehende Gerade, auf welcher B als das Zentrum der gleichförmigen Bewegung, Γ als das Zentrum des den Epizykel tragenden Exzenters und Δ als der Mittelpunkt der Ekliptik angenommen sei. Nachdem man aus dem Zentrum des Exzenters die Gerade ΓZ gezogen, beschreibe man um Z den Epizykel HΘ und ziehe von Δ aus an die Morgenseite, d. i. an die (infolge des täglichen Umschwungs) vorangehende Seite[a] des Epizykels, die Tangente ΔΘ. Endlich ziehe man die Verbindungslinien BZH, ZΘ, und fälle die Lote ΓK, ΓΛ und BM. Ha 357



a) Der tägliche Umschwung vollzieht sich gegen die Richtung der Zeichen, d. i. von Δ aus gesehen, von links nach rechts. Daher erscheinen in der vorangehenden Morgenseite die beiden Planeten als Morgensterne, in der nachfolgenden Abendseite als Abendsterne.

Gemeinsame Argumentzahlen		Saturn		Jupiter	
		1. Stillstand	2. Stillstand	1. Stillstand	2. Stillstand
0	360	112°45′	247°15′	124° 5′	235°55′
6	354	112 45	247 15	124 6	235 54
12	348	112 46	247 14	124 7	235 53
18	342	112 48	247 12	124 9	235 51
24	336	112 51	247 9	124 12	235 48
30	330	112 54	247 6	124 16	235 44
36	324	112 58	247 2	124 21	235 39
42	318	113 3	246 57	124 26	235 34
48	312	113 8	246 52	124 32	235 28
54	306	113 15	246 45	124 39	235 21
60	300	113 22	246 38	124 47	235 13
66	294	113 29	246 31	124 55	235 5
72	288	113 36	246 24	125 3	234 57
78	282	113 44	246 16	125 12	234 48
84	276	113 53	246 7	125 22	234 38
90	270	114 1	245 59	125 32	234 28
96	264	114 10	245 50	125 41	234 19
102	258	114 18	245 42	125 51	234 9
108	252	114 27	245 33	126 0	234 0
114	246	114 35	245 25	126 10	233 50
120	240	114 43	245 17	126 19	233 41
126	234	114 51	245 9	126 28	233 32
132	228	114 58	245 2	126 36	233 24
138	222	115 5	244 55	126 44	233 16
144	216	115 11	244 49	126 51	233 9
150	210	115 16	244 44	126 57	233 3
156	204	115 21	244 39	127 2	232 58
162	198	115 25	244 35	127 6	232 54
168	192	115 27	244 33	127 8	232 52
174	186	115 29	244 31	127 10	232 50
180	180	115 29	244 31	127 11	232 49

Mars		Venus		Merkur	
1. Stillstand	2. Stillstand	1. Stillstand	2. Stillstand	1. Stillstand	2. Stillstand
157°28′	202°32′	165°51′	194° 9′	147°14′	212°46′
157 29	202 31	165 52	194 8	147 13	212 47
157 34	202 26	165 53	194 7	147 8	212 52
157 41	202 19	165 55	194 5	147 1	212 59
157 50	202 10	165 57	194 3	146 51	213 9
158 2	201 58	166 0	194 0	146 39	213 21
158 18	201 42	166 4	193 56	146 25	213 35
158 34	201 26	166 9	193 51	146 11	213 49
158 55	201 5	166 15	193 45	145 55	214 5
159 17	200 43	166 22	193 38	145 39	214 21
159 42	200 18	166 29	193 31	145 23	214 37
160 10	199 50	166 35	193 25	145 8	214 52
160 39	199 21	166 42	193 18	144 58	215 2
161 10	198 50	166 50	193 10	144 52	215 8
161 44	198 16	166 58	193 2	144 46	215 14
162 18	197 42	167 7	192 53	144 40	215 20
162 54	197 6	167 14	192 46	144 36	215 24
163 31	196 29	167 21	192 39	144 33	215 27
164 9	195 51	167 28	192 32	144 30	215 30
164 47	195 13	167 35	192 25	144 30	215 30
165 25	194 35	167 43	192 17	144 29	215 31
166 3	193 57	167 50	192 10	144 29	215 31
166 37	193 23	167 56	192 4	144 30	215 30
167 8	192 52	168 1	191 59	144 31	215 29
167 39	192 21	168 6	191 54	144 33	215 27
168 4	191 56	168 10	191 50	144 35	215 25
168 28	191 32	168 14	191 46	144 37	215 23
168 46	191 14	168 17	191 43	144 38	215 22
168 59	191 1	168 19	191 41	144 39	215 21
169 8	190 52	168 20	191 40	144 40	215 20
169 9	190 51	168 21	191 39	144 40	215 20

Da die Gerade ΔA in der Richtung nach $\curlyvee 25^0$ und $\Delta\Theta$ in der Richtung nach $\Upsilon 0^0$ liegt, so ist

Hei 510

$\angle A\Delta\Theta = 55^0$ wie $4R = 360^0$,
$= 110^0$ wie $2R = 360^0$,
$\angle \Delta\Gamma K = 70^0$ als Komplementwinkel (im rw. Dreieck $\Gamma K\Delta$);

mithin $b\,\Gamma K = 110^0$ wie $\ominus \Gamma K\Delta = 360^0$,
also $s\,\Gamma K = 98^p 18'$ wie $h\,\Gamma\Delta = 120^p$.

Setzt man $\Gamma\Delta = 1^p 15'$ wie *ephm* $Z\Theta = 43^p 10'$,
so wird $\Gamma K = 1^p 1'$ in demselben Maße.

Nun ist $\Gamma K = \Theta\Lambda$, (Eukl. I. 34)
folglich auch $\Theta\Lambda = 1^p 1'$ wie *ephm* $Z\Theta = 43^p 10'$,
mithin $Z\Lambda = Z\Theta - \Theta\Lambda = 42^p 9'$ wie *exhm* $\Gamma Z = 60^p$.

Setzt man $h\,\Gamma Z = 120^p$,
so wird $s\,Z\Lambda = 84^p 18'$ in diesem Maße,
mithin $b\,Z\Lambda = 89^0 16'$ wie $\ominus Z\Lambda\Gamma = 360^0$,
Ha 358 also $\angle Z\Gamma\Lambda = 89^0 16'$ wie $2R = 360^0$.

Nun ist $\begin{cases} \angle \Delta\Gamma K = 70^0 & \text{wie } 2R = 360^0, \\ \angle \Lambda\Gamma K = 180^0 & \text{wie } 2R = 360^0, \end{cases}$
folglich $\angle Z\Gamma\Delta = 339^0 16'$ als Summe (vorst. 3 Winkel),
hierzu $\angle A\Gamma Z = 20^0 44'$ als Nebenwinkel,

mithin $\begin{cases} b\,BM = 20^0 44' \\ ,b\,\Gamma M = 159^0 16' \end{cases}$ wie $\ominus BM\Gamma = 360^0$,

Hei 511

also $\begin{cases} s\,BM = 21^p 35' \\ ,s\,\Gamma M = 118^p 2' \end{cases}$ wie $h\,B\Gamma = 120^p$.

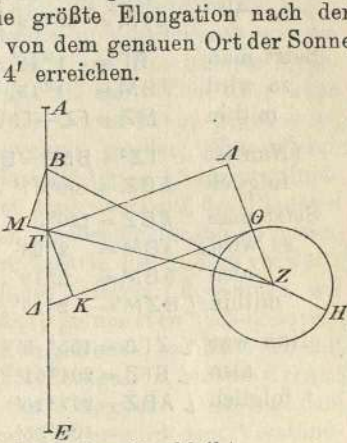
Setzt man $B\Gamma = 1^p 15'$ wie *exhm* $\Gamma Z = 60^p$,
so wird $BM = 0^p 13'$ und $\Gamma M = 1^p 14'$,
mithin $MZ = \Gamma Z - \Gamma M = 58^p 46'$ in demselben Maße,
folglich auch $h\,BZ = 58^p 46'$ wie $BM = 0^p 13'$ (weil unbetr. $> MZ$).

Setzt man $h\,BZ = 120^p$,
so wird $s\,BM = 0^p 27'$ in diesem Maße,
also $b\,BM = 0^0 26'$ wie $\ominus BMZ = 360^0$,
mithin $\angle BZ\Gamma = 0^0 26'$ wie $2R = 360^0$.

Nun war $\angle A\Gamma Z = 20^0 44'$ wie $2R = 360^0$,
folglich $\angle AB Z = 21^0 10'$ als Summe, (Eukl. I. 32)
$= 10^0 35'$ wie $4R = 360^0$.

Das ist der Winkel des gleichförmigen Laufs in Länge (bis zum Apogeum $\Upsilon 25^0$). Es wird demnach auch der mittlere Ort der Sonne von dem Apogeum A gegen die Richtung der Zeichen $10^0 35'$ entfernt sein[a], somit natürlich in ($\Upsilon 25^0 - 10^0 35'$, d. i.) $\Upsilon 14^0 25'$ liegen, während der genaue Ort[b] $\Upsilon 15^0 14'$ sein wird. Folglich wird der Planet, Ha 359
wenn er in $\Upsilon 0^0$ steht, seine größte Elongation nach der Morgenseite (des Epizykels) von dem genauen Ort der Sonne mit ($15^0 14' + 30^0 =$) $45^0 14'$ erreichen.

B. Es sei die entsprechende Figur vorgelegt, an welcher die Tangente an die Abendseite, d. i. an die (infolge des täglichen Umschwungs) nachfolgende Seite des Epizykels gezogen sein muß. Der Planet soll gleichfalls in dem Anfang des Widders angenommen sein.



Hei 512

Wie im voranstehenden Beweisgang ist, weil der $\angle A\Delta\Theta$ derselbe bleibt,

$\angle \Delta\Gamma K = 70^0$ wie $2R = 360^0$,

ferner $\left\{\begin{matrix}\Gamma K\\ \Theta\Lambda\end{matrix}\right\} = 1^p 1'$ wie $\left\{\begin{matrix}exhm\,\Gamma Z = 60^p\\ ephm\,Z\Theta = 43^p 10'\end{matrix}\right.$,

mithin $Z\Lambda = Z\Theta + \Theta\Lambda = 44^p 11'$ in demselben Maße.

Setzt man $h\,\Gamma Z = 120^p$,
so wird $s\,Z\Lambda = 88^p 22'$ in diesem Maße,

a) Weil der mittlere Ort der Sonne mit dem Mittelpunkt des Epizykels der Venus zusammenfällt.

b) Weil für die Sonne die Anomaliedifferenz bei $338^0 55'$ Entfernung von dem Apogeum $\Pi 5^0 30'$ genau $+ 0^0 49'$ beträgt.

mithin $\delta\, Z\Lambda = 94^\circ 51'$ wie $\odot\, Z\Lambda\Gamma = 360^\circ$,
also $\angle\, Z\Gamma\Lambda = 94^\circ 51'$ wie $2R = 360^\circ$,
folglich $\angle\, Z\Gamma K = 85^\circ\ 9'$ als Komplementwinkel.

(Nun war $\angle\, \Delta\Gamma K = 70^\circ\ 0'$ wie $2R = 360^\circ$)
folglich $\angle\, Z\Gamma\Delta = 155^\circ\ 9'$ als Summe,
mithin auch $\angle\, B\Gamma M = 155^\circ\ 9'$ (als Scheitelwinkel),
Hei 513 demnach $\left\{\begin{array}{l} \delta\, BM = 155^\circ\ 9' \\ \delta\, \Gamma M = 24^\circ 51' \end{array}\right\}$ wie $\odot\, BM\Gamma = 360^\circ$,

also $\left\{\begin{array}{l} s\, BM = 117^p 11' \\ s\, \Gamma M = 25^p 49' \end{array}\right\}$ wie $h\, B\Gamma = 120^p$.

Setzt man $B\Gamma = 1^p 15'$, (s. S. 316, 25)
Ha 360 so wird $BM = 1^p 13'$ und $\Gamma M = 0^p 16'$ (wie $\Gamma Z = 60^p$);
mithin $MZ = \Gamma Z + \Gamma M = 60^p 16'$ in demselben Maße.

(Nun ist $\Gamma Z^2 + BM^2 = BZ^2$)
folglich $h\, BZ = 60^p 17'$ in demselben Maße.
Setzt man $h\, BZ = 120^p$,
so wird $s\, BM = 2^p 25'$ in diesem Maße,
also $\delta\, BM = 2^\circ 19'$ wie $\odot\, BMZ = 360^\circ$,
mithin $\angle\, BZM = 2^\circ 19'$ wie $2R = 360^\circ$.

Nun war $\angle\, Z\Gamma\Delta = 155^\circ\ 9'$ wie $2R = 360^\circ$,
also $\angle\, B\Gamma Z = 204^\circ 51'$ (als Nebenwinkel),
folglich $\angle\, ABZ = 207^\circ 10'$ als Summe, (Eukl. I. 32)
$= 103^\circ 35'$ wie $4R = 360^\circ$.

Das ist der Winkel des gleichförmigen Laufs in Länge (bis zum Apogeum $\delta\, 25^\circ$). Es wird demnach auch der mittlere Ort der Sonne in $\approx 11^\circ 25'$ liegen[a], während der genaue Ort[b] $\approx 13^\circ 38'$ sein wird. Folglich wird der Planet, wenn er gleicherweise in $\gamma\ 0^\circ$ steht, seine größte Elongation nach der Abendseite (des Epizykels) von dem genauen Ort der Sonne mit $(16^\circ 22' + 30^\circ =)\ 46^\circ 22'$ erreichen.

a) Dahin führen $103^\circ 35'$ von dem Apogeum $\delta\ 25^\circ$ rückwärts gezählt: es sind 25° des Stiers, 60° des Widders und der Fische, $18^\circ 35'$ des Wassermanns.

b) Weil die Anomaliedifferenz der Sonne bei 246° Entfernung vom Apogeum $+ 2^\circ 13'$ beträgt.

II. Für den Merkur wollen wir uns die Aufgabe stellen, Hei 514
den Betrag der größten Elongation des Planeten von dem genauen Ort der Sonne zu finden, wenn er als Abendstern im Anfang des Skorpions, als Morgenstern im Anfang des Stiers steht. Diese Annahme wird für die weiterhin (Buch XIII, Kap. 8) zu führenden Nachweise seiner ausbleibenden heliakischen Aufgänge eine Erleichterung bieten.

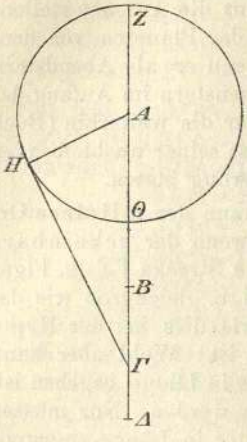
Nach der Hypothese des Merkur kann der mittlere Ort in Länge nicht gewonnen werden, wenn der scheinbare Ort des Planeten gegeben ist, weil die Strecke ΓZ (s. Figur S. 317) keineswegs immer dieselbe, d. h. gleichgroß wie der Halbmesser des Exzenters bleibt[a], wie dies bei der Hypo- Ha 361
these der übrigen Planeten der Fall ist. Wohl aber kann (umgekehrt), wenn der mittlere Ort in Länge gegeben ist, auch der scheinbare Ort gewonnen werden. Nur müssen für jedes Zeichen zwei (mittlere) Örter in Länge zugrunde gelegt werden, welche geeignet sind, den Lauf des Planeten in den Anfang des betreffenden Zeichens gelangen zu lassen, und zwar muß der eine Ort rückwärts, der andere vorwärts (des betreffenden Zeichenanfangs) liegen. Berechnen wir dann weiter die in den (beiden) gefundenen (scheinbaren) Örtern eintretenden größten Elongationen, so finden wir mit Hilfe derselben auch die größte Elongation, welche direkt im Anfang des Zeichens zustande kommt. Dies auf dem vorstehend erörterten Wege zu finden, wird dem Verständnis leicht zugänglich zu machen sein.

A. Zuerst soll die größte abendliche Elongation im Anfang des Skorpions nachgewiesen werden.

Es sei die Gerade ABΓΔ der durch das Apogeum A ge- Hei 515
hende Durchmesser, auf welchem Γ als der Mittelpunkt der Ekliptik und B als das Zentrum der gleichförmigen Bewegung des Epizykels angenommen sei.

---

a) Weil das Zentrum des beweglichen Exzenters, der den Epizykel trägt, infolge der Kreisbewegung um den S. 121,34 näher bezeichneten Mittelpunkt beiderseits der Linie AE zu liegen kommen kann. Vgl. die Figuren S. 145 u. 148.



1. Nun denke man sich zunächst den Mittelpunkt des Epizykels direkt im Apogeum ($\simeq 10^0$), damit auch der mittlere Ort der Sonne in $\simeq 10^0$ und der genaue Ort[a] in $\simeq 8^0$ zu liegen komme. Nachdem man um A den Epizykel ZH beschrieben, ziehe man von Γ aus an die Abendseite desselben die Tangente ΓH und schließlich die (nach Eukl. III. 18) senkrecht zu ihr stehende Verbindungslinie AH.

An der Hand früher entwickelter Beweismethoden ist (S. 144, 17) der Nachweis geführt worden, daß in der größten Entfernung (ΓA)

ephm AH = $22^p 30'$ wie ΓA = 69^p.

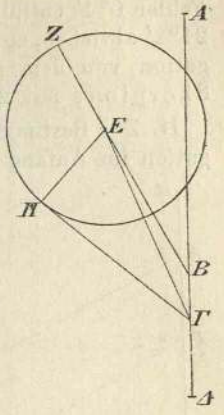
Ha 362 Setzt man h ΓA = 120^p,
so wird s AH = $39^p\ 8'$ in diesem Maße,
also b AH = $38^0\ 4'$ wie ⊖ AHΓ = 360^0,
folglich ∠ AΓH = $38^0\ 4'$ wie $2R = 360^0$,
= $19^0\ 2'$ wie $4R = 360^0$.

Hei 516 Die Gerade ΓA liegt in der Richtung nach $\simeq 10^0$: folglich wird der Planet (auf der Geraden ΓH) in $\simeq 29^0 2'$ stehen, mithin wird seine größte Elongation von dem genauen Ort ($\simeq 8^0$) der Sonne $21^0 2'$ betragen.

2. Es sei ferner von dem Apogeum (A) ab die mittlere Länge (d. i. ∠ ABE) mit 3^0 angenommen, so daß der mittlere Ort (E) der Sonne $\simeq 13^0$, der genaue Ort[b] $\simeq 11^0 4'$ sei. Nachdem man die Gerade BE gezogen, beschreibe man um E als Mittelpunkt den Epizykel ZH, ziehe wieder die

a) Weil die Anomaliedifferenz der Sonne bei $124^0 30'$ Entfernung von dem Apogeum $\Pi\ 5^0 30'$ gerade -2^0 beträgt.
b) Weil die Anomaliedifferenz der Sonne bei $127^0 30'$ Entfernung von dem Apogeum $\Pi\ 5^0 30'$ genau $-1^0 56'$ beträgt.

Tangente ΓH und die Verbindungslinien EΓ, EH.



In der gegebenen Stellung, d.h. wenn ∠ ABE = 3° wie $4R = 360^0$ angenommen wird, ergibt sich nach den früher (S. 257 f.) mitgeteilten Beweisgängen als Differenz infolge der Exzentrizität[a] ∠ AΓE = 2°52′ wie $4R = 360^0$ und als derzeitige Entfernung des Epizykels

ΓE = 68ᵖ58′
wie *ephm* EH = 22ᵖ30′.

Setzt man h ΓE = 120ᵖ,
so wird s EH = 39ᵖ 9′
in diesem Maße,

also b EH = 38° 5′ wie ⊖ EHΓ = 360°,
mithin ∠ EΓH = 38° 5′ wie $2R = 360^0$, Hei 517
= 19° 3′ wie $4R = 360^0$. Ha 363

(Nun war ∠ AΓE = 2°52′ wie $4R = 360^0$) 16
folglich ∠ AΓH = 21°55′ als Summe.

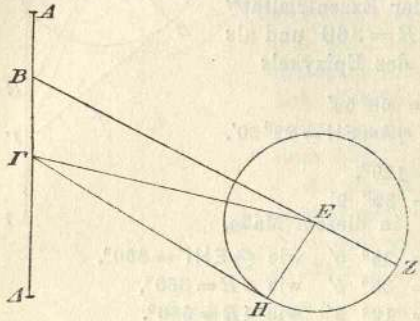
Demnach wird der Planet, wenn er in ♍ 1°55′ (d.i. 21° 55′ vorwärts von ♎ 10°) steht, seine größte Elongation von dem genauen Ort (♎ 11°4′) der Sonne mit (21°55′ — 1°4′ =) 20°51′ erreichen.

3. Nun wurde (an erster Stelle) nachgewiesen, daß, wenn der Planet in ♎ 29°2′ steht, seine größte Elongation von dem genauen Ort der Sonne 21 2′ betragen werde. Die Differenz der Örter (zwischen ♎ 29°2′ und ♍ 1°55′) beträgt 2°53′, die Differenz der größten Elongationen (21°2′ — 20°51′ =) 0°11′, so daß auf die Differenz 0°58′ zwischen dem ersten Ort (♎ 29°2′) und ♍ 0° ohne wesentlichen

a) Insofern ∠ AΓE = ∠ ABE — ∠ ΓEB. Letzterer Winkel ist die Prosthaphäresis der Länge und beträgt bei 6° Entfernung des Epizykelmittelpunktes vom Apogeum nach der Anomalietabelle (S. 265) 0°17′, also bei 3° genau 0°8′30″.

Fehler $0^0 4'$ entfallen.[a] Wenn wir also diesen Betrag von $21^0 2'$ abziehen, so werden wir die größte abendliche Elongation von dem genauen Ort der Sonne im Anfang des Skorpions mit $20^0 58'$ erhalten.

B. Zur Bestimmung der größten morgendlichen Elongation im Anfang des Stiers sei zunächst der mittlere Ort in Länge bei der Entfernung von 39^0 von dem Perigeum ($\gamma 10^0$) in der Richtung der Zeichen angenommen, so daß auch der mittlere Ort der Sonne $\vartheta 19^0$, der genaue Ort[b] $\vartheta 19^0 38'$ sei.



Vorgelegt sei die ähnliche Figur; nur muß der Epizykel
Hei 518 nach Passierung des Perigeums gezeichnet und die Tangente an die Morgenseite des Epizykels gezogen sein.

1. In der gegebenen Stellung, d. h. wenn $\angle \Delta BZ = 39^0$ wie $4R = 360^0$ angenommen wird, ergibt sich nach den früher mitgeteilten Beweisgängen[c] $\angle \Delta \Gamma E = 40^0 57'$ wie $4R = 360^0$ und als derzeitige Entfernung

Ha 364 $\Gamma E = 55^p 59'$ wie *ephm* $EH = 22^p 30'$.

26 Setzt man $h\ \Gamma E = 120^p$,
so wird $s\ EH = 48^p 14'$ in diesem Maße,
also $b\ EH = 47^0 24'$ wie $\circlearrowleft EH\Gamma = 360^0$,
Hei 519 mithin $\angle E\Gamma H = 47^0 24'$ wie $2R = 360^0$,
$= 23^0 42'$ wie $4R = 360^0$.

a) Nach dem Verhältnis $2^0 53' : 0^0 58' = 0^0 11' : 0^0 4'$. Vgl. die nämliche Berechnungsweise S. 134, 6—26.

b) Weil die Anomaliedifferenz der Sonne bei $343^0 30'$ Entfernung von dem Apogeum genau $+ 0^0 38'$ beträgt.

c) $\angle \Delta \Gamma E = \angle \Delta BZ + \angle \Gamma EB$. Letzterer beträgt nach der Anomalietabelle (S. 265) bei $(180^0 + 39^0 =)$ 219^0 Entfernung vom Apogeum genau $1^0 57'$.

(Nun war $\angle \Delta\Gamma E = 40^0 57'$ wie $4R = 360^0$)
folglich $\angle \Delta\Gamma H = 17^0 15'$ als Differenz.

Demnach wird der Planet Merkur, wenn er in ($\gamma\, 10^0 + 17^0 15'$, d. i.) $\gamma\, 27^0 15'$ steht, seine größte morgendliche Elongation von dem genauen Ort ($\vartheta\, 19^0 38'$) der Sonne mit ($2^0 45' + 19^0 38' =$) $22^0 23'$ erreichen.

2. Der Planet soll wieder nach derselben Seite von dem Perigeum ($\gamma\, 10^0$) ab bei der Entfernung von 42^0 mittlerer Länge angenommen sein, so daß der mittlere Ort der Sonne $\vartheta\, 22^0$, der genaue Ort[a] $\vartheta\, 22^0 31'$ sei.

In dieser Position, d. h. wenn $\angle \Delta BZ = 42^0$ wie $4R = 360^0$ angenommen wird, ergibt sich[b] $\angle \Delta\Gamma E = 44^0 4'$ wie $4R = 360^0$ und als derzeitige Entfernung

$$\Gamma E = 55^p 50' \text{ wie } ephm\, EH = 22^p 30'.$$

Hei 520

Setzt man $h\, \Gamma E = 120^p$,
so wird $s\, EH = 48^p 19'$ in diesem Maße, 16
also $b\, EH = 47^0 30'$ wie $\ominus\, EH\Gamma = 360^0$,
mithin $\angle E\Gamma H = 47^0 30'$ wie $2R = 360^0$,
$= 23^0 45'$, wie $4R = 360^0$.

(Nun war $\angle \Delta\Gamma E = 44^0\ 4'$ wie $4R = 360^0$)
folglich $\angle \Delta\Gamma H = 20^0 19'$ als Differenz.

Demnach wird der Planet Merkur, wenn er in ($\gamma\, 10^0 + 20^0 19'$, d. i.) $\vartheta\, 0^0 19'$ steht, seine größte Elongation nach der Morgenseite (des Epizykels) von dem genauen Ort ($\vartheta\, 22^0 31'$) der Sonne mit ($22^0 31' - 0^0 19' =$) $22^0 12'$ erreichen. Ha 365

3. Nun wurde (an erster Stelle) nachgewiesen, daß, wenn der Planet in $\gamma\, 27^0 15'$ steht, seine größte Elongation im gleichen Sinne $22^0 23'$ betragen werde. Die Differenz der Örter (zwischen $\gamma\, 27^0 15'$ und $\vartheta\, 0^0 19'$) beträgt $3^0 4'$, die Differenz der größten Elongationen ($22^0 23' - 22^0 12' =$)

a) Weil die Anomaliedifferenz der Sonne bei $346^0 30'$ Entfernung von dem Apogeum $+ 0^0 31'$ beträgt.

b) Weil die Prosthaphäresis (d. i. $\angle \Gamma EB$) bei 222^0 Entfernung von dem Apogeum $+ 2^0 4'$ beträgt.

$0^0 11'$, so daß auf die Differenz $2^0 45'$ zwischen dem ersten Orte ($\gamma\ 27^0 15'$) und $\vartheta\ 0^0$ ohne wesentlichen Fehler $0^0 10'$ entfallen.[a] Wenn wir also diesen Betrag von $22^0 23'$ abziehen, so werden wir die größte morgendliche Elongation von dem genauen Ort der Sonne im Anfang des Stiers mit $22^0 13'$ erhalten.

Dies zu finden war als Aufgabe gestellt.

Nachdem wir auf dieselbe Weise auch die in den anderen Zeichen zustandekommenden größten morgendlichen und
Hei 521 abendlichen Elongationen beider Planeten berechnet hatten,
11 haben wir eine Tabelle der Elongationen von je 12 Zeilen (für jeden Planeten) in 5 Spalten aufgestellt. In die erste Spalte haben wir vom Widder ab die Zeichenanfänge vorangestellt und in den vier weiteren Spalten die durch Rechnung gefundenen größten Elongationen von dem genauen Ort der Sonne dazugesetzt; und zwar enthält die zweite Spalte die morgendlichen und die dritte die abendlichen Elongationen der Venus, dann weiter die vierte Spalte die morgendlichen und die fünfte die abendlichen des Merkur.

Zehntes Kapitel.

Ha 366
Hei 522

Größte Elongationen von der genauen Sonne.

Anfänge der Zeichen	Venus morgens	Venus abends	Anfänge der Zeichen	Merkur morgens	Merkur abends
Widder	45° 14′	46° 22′	Widder	24° 14′	19° 36′
Stier	45 17	45 31	Stier	22 13	21 7
Zwillinge	45 34	44 49	Zwillinge	20 18	23 41
Krebs	45 56	44 25	Krebs	18 17	26 16
Löwe	46 20	44 31	Löwe	16 35	27 37
Jungfrau	46 38	44 55	Jungfrau	16 8	26 17
Wage	46 45	45 41	Wage	17 46	23 31
Skorpion	46 47	46 30	Skorpion	21 32	20 58
Schütze	46 30	47 13	Schütze	26 9	19 28
Steinbock	46 7	47 35	Steinbock	28 37	19 14
Wassermann	45 41	47 34	Wassermann	28 17	18 51
Fische	45 20	47 7	Fische	26 24	19 0

a) Nach dem Verhältnis $3^0 4' : 2^0 45' = 0^0 11' : 0^0 10'$. Genau beträgt die gesuchte Zahl nur $0^0 9' 28''$.

Dreizehntes Buch.

Erstes Kapitel.

Die Hypothesen zur Erklärung des Laufs in Breite der fünf Planeten.

An der Darstellung einer Theorie der fünf Planeten sind [Ha 367 Hei 524] noch zwei Punkte rückständig: der Lauf in Breite, welcher sich mit Bezug auf die Ekliptik vollzieht, und das Kapitel von den Sehungsbogen bei den heliakischen Auf- und Untergängen der Planeten. Da aber diesem Kapitel die Besprechung der Breitenabstände eines jeden Planeten vorausgegangen sein muß, weil deswegen einige wesentliche Unterschiede bei den heliakischen Auf- und Untergängen eintreten, so werden wir zuerst wieder vorher die Hypothesen mitteilen, welche wir (für alle fünf Planeten) unter einem gemeinsamen Gesichtspunkt hinsichtlich der Neigung ihrer Kreise zugrunde legen müssen.

Mit Rücksicht darauf, daß alle Planeten auch in Breite scheinbar eine zwiefache Differenz bewirken, wie sie auch eine zwiefache Anomalie in Länge zeigten, die eine mit [Ha 368] Bezug auf die Teile der Ekliptik infolge des Exzenters, die andere mit Bezug auf die Sonne infolge des Epizykels, legen wir bei allen Planeten die Annahme zugrunde, daß so- [Hei 525] wohl der Exzenter gegen die Ebene der Ekliptik geneigt sei, als auch der Epizykel gegen die Ebene des Exzenters, ohne daß deshalb, wie (S. 123,7) gesagt, irgendwelche bemerkenswerte Verschiebung hinsichtlich des Laufs in Länge oder hinsichtlich des Nachweises der Anomalien eintritt, wie wir weiterhin darlegen werden, wenigstens nicht bei so kleinen Neigungswinkeln.

Ferner haben wir mit Rücksicht auf spezielle Beobachtungsergebnisse, die für jeden Planeten einzeln erzielt worden sind, folgende Voraussetzungen zu machen.

1. Wenn die Zahl der genauberechneten Länge ebenso wie die Zahl der genauberechneten Anomalie gleichzeitig die Entfernung mit rund 90° angibt, d. h. die Zahl der Länge von dem nördlichen oder dem südlichen Grenzpunkt des Exzenters ab, die Zahl der Anomalie von dem betreffenden (d. h. derzeitigen scheinbaren) Apogeum (des Epizykels) ab, liegen die scheinbaren Örter der Planeten direkt in der Ebene der Ekliptik.

2. Die Neigungswinkel der Exzenter werden, wie schon bei dem Monde, in dem Mittelpunkt der Ekliptik gebildet, und zwar mit Bezug auf die Durchmesser, welche durch die nördlichen oder südlichen Grenzpunkte gehen.

3. Die Neigungswinkel der Epizyklen werden mit Bezug auf die nach dem Mittelpunkt der Ekliptik gerichteten Epizykeldurchmesser gebildet, auf denen der Theorie nach die scheinbaren Apogeen und Perigeen liegen.

I. Bei den drei Planeten, dem Saturn, dem Jupiter und dem Mars, haben wir folgende Beobachtungen gemacht:

1. Wenn ihre Örter in Länge auf dem erdfernen Abschnitt des Exzenters liegen, erreichen sie stets scheinbar
Hei 526 ein Maximum des nördlichen Abstandes von der Ekliptik, und zwar ist alsdann das Maximum der nördlichen
Ha 369 Breite größer bei dem Stand (der Planeten selbst) in den Perigeen der Epizyklen als bei dem Stand in den Apogeen.

2. Wenn dagegen ihre Örter auf dem erdnäheren Abschnitt des Exzenters liegen, erreichen sie scheinbar eine südliche Breite in entgegengesetzter Folge (d. h. das Maximum der südlichen Breite ist in den Apogeen der Epizyklen kleiner als in den Perigeen).

3. Die nördlichsten Grenzpunkte der Exzenter liegen bei dem Saturn und dem Jupiter im Anfang des Zeichens der Scheren, bei dem Mars am Ende des Krebses, und zwar (bei letzterem) ziemlich nahe am Apogeum.[a]

a) Bei dem Mars liegt der nördliche Grenzpunkt in ♋ 30° rund 5° nach seinem Apogeum ♋ 25°30'. Vgl. Anm. 21.

Hieraus ist der Schluß zu ziehen, daß an den genannten Stellen der Ekliptik die einen Abschnitte der Exzenter dieser Planeten nach Norden geneigt sind, die diametral gegenüberliegenden um den gleichen Betrag nach Süden, während die Perigeen der Epizyklen stets nach derselben Seite geneigt sind, nach der die Neigung der Exzenter gerichtet ist[b]), wobei diejenigen (Epizykel-) Durchmesser, welche die durch die Apogeen gezogenen unter rechten Winkeln schneiden, zu der Ebene der Ekliptik jederzeit parallel bleiben.

II. Bei der Venus und dem Merkur haben wir dagegen folgende Beobachtungen gemacht:

1. Wenn ihre Örter in Länge in den Apogeen oder den Perigeen des Exzenters liegen, alsdann zeigen die Bewegungen in den Perigeen der Epizyklen keinerlei Unterschied in Breite gegen die Bewegungen in den Apogeen, Hei 527 sondern verlaufen entweder gleichweit nördlich oder gleichweit südlich der Ekliptik, d. h. stets nördlich bei der Venus, bei dem Merkur im Gegenteil stets südlich. Dagegen unterscheiden sich ihre Örter bei den größten Elongationen voneinander durch ein Maximum (der Differenz von 5^0 nach S. 335, 21), d. h. die morgendlichen Örter von den abendlichen, während sie von den Örtern in den Apogeen oder den Perigeen der Epizyklen, d. h. von dem Unterschied Ha 370 (in Breite), welchen (die Neigung) der Exzenter verleiht, wieder um den gleichgroßen Betrag (von $2^1/_2{}^0$ nach S. 335, 31) nach den entgegengesetzten Seiten hin abweichen: die größte östliche, d. i. abendliche Elongation liegt bei der Venus im Apogeum des Exzenters (um $2^1/_2{}^0$) nördlicher (als die Örter in den Apogeen oder Perigeen der Epizyklen) und im Perigeum (ebensoviel) südlicher, bei dem Merkur umgekehrt im Apogeum südlicher und im Perigeum nördlicher.

---

a) Das Perigeum des Epizykels hat auf dem nördlichen Teile des Exzenters die Neigung nach Norden, auf dem südlichen die Neigung nach Süden.

2. Wenn ihre genauberechneten Örter in Länge sich in den Knotenpunkten (des Exzenters mit der Ekliptik) befinden, dann liegen die auf beiden Seiten (d. i. auf der Morgen- und auf der Abendseite) der Epizyklen von den Apogeen oder den Perigeen den Abstand von 90^0 einhaltenden (Epizykel-) Örter beiderseits in der Ebene der Ekliptik, während die in den Perigeen (der Epizyklen) liegenden Örter von den in den Apogeen liegenden ein Maximum des Unterschieds (in Breite) zeigen: bei der Venus haben die Perigeen in dem Knoten[a], welcher auf dem mit der Aphäresis behafteten Halbkreis (des Exzenters vom Apogeum zum Perigeum) liegt, die Neigung nach Süden und in dem Knoten, welcher auf dem mit der Prosthesis behafteten Halbkreis (vom Perigeum zum Apogeum) liegt, die Neigung nach
Hei 528 Norden, bei dem Merkur dagegen wieder umgekehrt in dem
16 Knoten, welcher auf dem mit der Aphäresis behafteten Halbkreis liegt, die Neigung nach Norden und in dem Knoten, welcher auf dem entgegengesetzten Halbkreis liegt, die Neigung nach Süden.

Hieraus sind wieder folgende Schlüsse zu ziehen:

1. Die Neigungswinkel der Exzenter haben gleichfalls eine Bewegung und bewerkstelligen eine Wiederkehr, welche mit den Umläufen der Epizyklen zusammenfällt. Stehen letztere in den Knotenpunkten, so fallen diese Winkel (der Exzenter) in die Ebene der Ekliptik (sind gleich Null); stehen aber die Epizyklen in den Perigeen oder den Apogeen (der Exzenter), so verursachen jene Winkel bei der Venus ein Maximum nördlicher Breite des Epizykels[b], bei dem Merkur ein Maximum südlicher Breite.

---

a) Vorliegende Bezeichnung der Knoten ist hier und ebenso S. 332,1 erforderlich, weil die Bahn der Venus keinen niedersteigenden, die Bahn des Merkur keinen aufsteigenden Knoten hat. Vom Apogeum zum Perigeum ist die mittlere Bewegung der genauen voraus, bedarf also zur Bestimmung der genauen des Abzugs, vom Perigeum zum Apogeum bleibt sie hinter der genauen zurück, bedarf also zur Bestimmung der letzteren des Zusatzes. Vgl. I Anh. Anm. 24.

b) D. h. der Epizykelmittelpunkt erreicht bei der Venus, mag

2. Die Epizyklen verursachen zwei Unterschiede (in Breite): einmal dadurch, daß sie in den Knotenpunkten der Exzenter ihren durch die scheinbaren Apogeen gezogenen Durchmessern ein Maximum der Neigung verleihen, zweitens dadurch, daß sie in den Apogeen und den Perigeen der Exzenter den Durchmessern, welche die vorgenannten unter rechten Winkeln schneiden, ein Maximum des Schiefstandes verleihen — durch diese Bezeichnung soll der in diesem Fall gebildete Neigungswinkel unterschieden werden. Umgekehrt verlegen sie in den Apogeen und den Perigeen der Exzenter die erstgenannten (durch die scheinbaren Apogeen gezogenen) Durchmesser in die Ebene des Exzenters, während sie in den bezeichneten Knotenpunkten die letztgenannten (jene unter rechten Winkeln schneidenden) Durchmesser in die Ebene der Ekliptik verlegen.[a] Ha 371

Zweites Kapitel.

Art der Bewegung der nach den Hypothesen eintretenden Neigungswinkel und Schiefstände.

Der Inhalt unserer Hypothesen läßt sich zu folgendem Gesamtbild zusammenfassen. Hei 529

1. Die Exzenter der fünf Planeten bilden gegen die Ebene der Ekliptik Neigungswinkel im Mittelpunkte der Ekliptik. Bei den drei Planeten, dem Saturn, dem Jupiter und dem Mars, bleiben diese Winkel unverändert, so daß die einander diametral gegenüberliegenden Epizykelörter entgegengesetzte Breite haben. Bei der Venus und dem Merkur bewerkstelligen dagegen diese Neigungswinkel der Exzenter gleichzeitig mit den Epizyklen eine Wiederkehr zu

---

er im Perigeum oder im Apogeum des Exzenters stehen, ein Maximum nördlicher Breite, bei dem Merkur in beiden Fällen ein Maximum südlicher Breite.

a) Infolgedessen ist das Maximum der Breite im Apogeum oder Perigeum des Exzenters lediglich von der Neigung des Exzenters abhängig, in den Knotenpunkten dagegen lediglich von der Neigung des Epizykels.

derselben Breite[a]), welche bei der Venus immer nördlich, bei dem Merkur immer südlich ist.

2. Die durch die scheinbaren Apogeen gehenden Durchmesser der Epizyklen liegen von einem gewissen Anfangspunkt (des Epizykellaufs) an in der Ebene des Exzenters und werden von kleinen Kreisen (aus dieser Lage) auf- und niederbewegt. Diese kleinen Kreise liegen, nehmen wir einmal an, bei den erdnahen Endpunkten dieser Durchmesser
Ha 3 und stehen in genauem Verhältnis zu der Abweichung in
10 Breite[b]), so groß diese eben (bei jedem Planeten) ist. Sie stehen senkrecht zu den Ebenen der Exzenter und haben ihre Zentren in diesen Ebenen; sie drehen sich gleichförmig und dem Lauf in Länge entsprechend von dem einen ihrer beiden Anfangspunkte an, welche auf den Schnittlinien ihrer
Hei 530 eigenen Ebenen mit denen der Epizyklen liegen, der Hypo-
16 these gemäß nach Norden. Hierdurch heben sie die Ebenen der Epizyklen im Verlauf der Drehung bis zum ersten Quadranten (ihres Umlaufs) natürlich empor bis zum nördlichsten Grenzpunkt (der erreichbaren Breite), senken sie im
20 Verlauf der weiteren Drehung wieder bis zur Ebene des Exzenters und im Verlauf der Drehung bis zum dritten Quadranten weiter bis zum südlichsten Grenzpunkt, um sie auf dem Wege der Wiederkehr zum letzten Quadranten wieder emporzuheben zur Ebene der Anfangslage.

25 Der Ausgangs- und Wiederkehrpunkt des vorstehend beschriebenen Auslaufs liegt bei dem Saturn, dem Jupiter und dem Mars an dem im aufsteigenden Knoten (von Exzenter und Ekliptik) gebildeten Schnittpunkt, bei der Venus

a) Dadurch, daß die Ebene des Exzenters während des Laufs des Epizykels vom Apogeum zum Knoten bei der Venus zur Ebene der Ekliptik herabsinkt und während des Laufs des Epizykels vom Knoten zum Perigeum wieder zu der gleichen Höhe über die Ebene der Ekliptik emporsteigt. Bei dem Merkur vollzieht sich dagegen diese Bewegung der Exzenterhälften entsprechend unterhalb, d. i. südlich der Ekliptikebene.

b) D. h der Halbmesser dieser kleinen Kreise ist genau so groß wie das Maximum der Breite.

im Perigeum des Exzenters, bei dem Merkur im Apogeum des Exzenters.

3. Die Durchmesser, welche die obengenannten (durch die scheinbaren Apogeen gezogenen) unter rechten Winkeln schneiden, bleiben bei den drei erstgenannten Planeten, wie (S. 327, 7) gesagt, immer parallel zu der Ebene der Ekliptik oder sind wenigstens nur ganz unbeträchtlich gegen dieselbe schiefgestellt. Bei dem Merkur und der Venus liegen sie gleichfalls wieder von einem gewissen Anfangspunkt (des Epizykellaufs) an in der Ebene der Ekliptik und werden von kleinen Kreisen auf- und niederbewegt. Letztere liegen, nehmen wir einmal an, bei den nachfolgenden (östlichen) Endpunkten[a] dieser Durchmesser und stehen wieder in genauem Verhältnis zu der Abweichung in Breite, so groß sie eben (bei diesen beiden Planeten) ist. Sie stehen senkrecht zur Ebene der Ekliptik und haben ihre Zentren auf den zur Ebene der Ekliptik parallelen Durchmessern.[b] Sie drehen Ha 373
sich mit der gleichen Geschwindigkeit wie die anderen Kreise von dem einen ihrer beiden Anfangspunkte an, welche auf den Schnittlinien ihrer eigenen Ebenen mit denen der Epi- Hei 531
zyklen liegen, der Hypothese gemäß nach Norden, wodurch sie gleichzeitig die nach Abend zu liegenden (westlichen) Endpunkte[c] der betreffenden Durchmesser mit in Bewegung versetzen, was natürlich in derselben Reihenfolge geschieht, wie wir sie oben beschrieben haben.

Bei diesen Durchmessern liegt der Ausgangs- und Wiederkehrpunkt des entsprechenden Auslaufs bei der Venus in

a) Es sind die an der Abendseite des Epizykels liegenden Endpunkte, die bei dem täglichen Umschwung den vorangehenden Endpunkten folgen. Vgl. S. 313 Anm. a).

b) Unter diesen Durchmessern sind die Normallagen zu verstehen, mit welchen die beweglichen Durchmesser die Winkel des S. 327, 28 erwähnten Schiefstandes bilden, während der Epizykel die Quadranten der Ekliptik vom Knoten zum Perigeum, vom Perigeum zum gegenüberliegenden Knoten usw. durchläuft.

c) Es sind die an der Morgenseite des Epizykels liegenden Endpunkte. Indem die Morgenseite bei dem täglichen Umschwung vorangeht, hält sie die Richtung nach Abend zu ein.

dem Knoten, welcher auf dem mit der Prosthesis behafteten Halbkreis (des Exzenters vom Perigeum zum Apogeum) liegt, bei dem Merkur in dem Knoten, welcher auf dem mit der Aphäresis behafteten Halbkreis liegt.

4. Hinsichtlich der beschriebenen kleinen Kreise, von denen die Veränderungen (der Lage) der Epizyklen geregelt werden, muß indessen noch folgende Bemerkung vorausgeschickt werden. Sie werden zwar gleichfalls (wie die Ekliptik) von den Ebenen (der Exzenter) halbiert, zu deren beiden Seiten wir die Veränderungen der Neigungswinkel (der Epizyklen) vor sich gehen lassen — denn nur so ist es möglich, daß die beiderseits (der Exzenterebenen) von diesen (kleinen Kreisen) verliehenen Breiten (nördlich wie südlich) gleichgroß ausfallen — indessen vollziehen sich bei ihnen die mit gleichförmiger Bewegung vor sich gehenden Umläufe nicht um das eigene Zentrum, sondern um ein anderes, welches mit Bezug auf den kleinen Kreis dieselbe Exzentrizität bewirken soll, wie sie für den Planeten (bei dem Lauf) in Länge mit Bezug auf die Ekliptik gilt. Denn da in der Ekliptik und auf dem kleinen Kreise Wiederkehren von gleicher Zeitdauer angenommen werden, da ferner die in jedem der beiden Kreise je einen Quadranten betragen-
Hei 532 den Läufe, wie die Himmelserscheinung lehrt, miteinander zusammenfallen, so würde die vorliegende Aufgabe nimmermehr eine Lösung finden, wenn der Umlauf des kleinen Kreises um sein eigenes Zentrum vor sich ginge. Dann wür-
Ba 374 den die Läufe auf dem kleinen Kreise jeden Quadranten in gleichen Zeiten durchmessen, was aber bei den theoretisch auf die Ekliptik bezogenen Läufen der Epizyklen infolge der von Quadrant zu Quadrant (mit verschiedener Wirkung) zugrundeliegenden Exzentrizität nicht der Fall ist. Erfolgt aber der Umlauf um ein Zentrum, welches seiner Lage nach dem Zentrum des Exzenters und seiner Quadranten entspricht, so werden die Wiederkehren der Neigungswinkel die zusammenfallenden Quadranten der Ekliptik und des kleinen Kreises in gleichen Zeiten durchlaufen.[a)]

a) D. h. die den Neigungswinkel der bezeichneten Durch-

Es wird sich wohl niemand im Hinblick auf die Dürftigkeit menschlicher Machwerke der Technik Gedanken machen, daß die hier vorgetragenen Hypothesen zu künstlich seien. Darf man doch Menschliches nicht mit Göttlichem vergleichen und ebensowenig die Beweisgründe für so gewaltige Vorgänge den ungleichartigsten Beispielen entnehmen. Denn was könnte es Ungleichartigeres geben als Wesen, die sich ewig gleichmäßig verhalten, gegenüber Geschöpfen, die sich niemals so verhalten, oder Ungleichartigeres als Geschöpfe, die von jeder Kleinigkeit aus ihrem Gleise gebracht werden können, gegenüber Wesen, die nicht einmal durch sich selbst Störungen erleiden? Versuchen freilich soll man, soweit es möglich ist, die einfacheren Hypothesen den am Himmel verlaufenden Bewegungen anzupassen; wenn dies aber durchaus nicht gelingen will, so soll man zu den Hypothesen schreiten, welche diese Möglichkeit bieten. Denn lassen sich einmal alle Himmelserscheinungen auf Grund der Hypothesen genügend erklären, wie könnte dann noch jemand die Hei 533
Möglichkeit wunderbar erscheinen, daß den Bewegungen der himmlischen Körper ein so kompliziertes Ineinandergreifen eigen sei, wo doch bei ihnen keinerlei in ihrer Natur begründeter Zwang herrscht, sondern die angemessene Kraft obwaltet, den allen himmlischen Körpern je nach ihrer Beschaffenheit eigenen Bewegungen auszuweichen und nachzugeben, auch wenn diese Bewegungen in entgegengesetzter Richtung verlaufen. So kommen denn alle diese Wesen durch alle nur denkbaren Ströme der Materie glücklich hindurch und können sie mit ihrem Lichte durchdringen, ja ein mit so wunderbarer Kraft begabtes Wesen findet seinen Weg nicht nur auf den ihm speziell vorgeschriebenen Kreisen, sondern auch um die Sphären selbst und um die Achsen der Umschwünge. Gerade in dem bei der Verschiedenartigkeit der Bewegungen so überaus komplizierten Ineinander- Ha 375 31

messer des Epizykels verursachende Bewegung der kleinen Kreise wird sich Quadrant für Quadrant dieser Kreise in derselben Zeit vollziehen, in welcher der Epizykel auf dem Exzenter die entsprechenden Quadranten der Ekliptik durchläuft.

greifen dieser Umschwünge erblicken wir bei der Konstruktion der bei uns üblichen Himmelsgloben[a] ein höchst mühsames und schwerzubewältigendes Stück Arbeit, wenn es gilt, den ungehemmten Verlauf der Bewegungen zu erzielen, während wir am Himmel dieses Ineinandergreifen nirgends auch nur im geringsten von (der Schwierigkeit) einer derartigen Vermischung (der Bewegungen) nachteilig beeinflußt sehen.

Hierzu kommt noch eine Erwägung. Die „Einfachheit" der Vorgänge am Himmel darf man nicht nach dem beurteilen, was uns Menschen als einfach gilt, zumal man auf Erden über den Begriff „einfach" keineswegs einig ist. Denn wenn jemand von diesem menschlichen Standpunkt aus seine Betrachtungen anstellt, dem dürfte nichts von allem, was am Himmel vor sich geht, einfach erscheinen, nicht einmal die Unveränderlichkeit des ersten (d. i. täglichen) Umschwungs; denn gerade dieses in alle Ewigkeit sich gleichbleibende Verhalten ist bei uns Menschen, nicht schwer durchführbar,
Hei 534 nein, überhaupt ganz unmöglich. Man muß vielmehr in seinem Urteil von der Unwandelbarkeit der am Himmel selbst kreisenden Geschöpfe und ihrer Bewegungen ausgehen; nur unter diesem Gesichtspunkt können sie alle „einfach" erscheinen, ja noch in höherem Grade einfach als die Dinge, welche auf Erden als einfach gelten, weil kein Mühsal, kein Notzustand bei den Umläufen dieser Wesen denkbar ist.

Drittes Kapitel.

Zahlenmäßiger Betrag der Neigungswinkel und der Schiefstände von Fall zu Fall.

Von Lage und Verlauf der Neigung der Kreise im allgemeinen wird man sich nach den gebotenen Erörterungen wohl eine Vorstellung machen können.[17] Was aber die speziell
Ha 376 für jeden Planeten geltenden zahlenmäßigen Beträge der Bogen anbelangt, welche die Neigungswinkel auf dem größten

a) D. h. der Himmelsgloben, welche zugleich den Vorgang der Präzession der Nachtgleichen darstellen, wie dies S. 75, 4—23 beschrieben worden ist.

Kreise abschneiden, der durch die Pole des geneigten Kreises (sei es der Exzenter oder der Epizykel) gezogen wird und senkrecht zur Ebene der Ekliptik steht — das ist nämlich der Kreis, auf welchen die Örter in Breite theoretisch bezogen werden — so gewähren bei der Venus und dem Merkur die scheinbaren Örter in Breite in den (S. 327 f.) besprochenen Lagen für die Gewinnung der zahlenmäßigen Beträge einen Anhalt.

I. 1. Wenn (bei diesen Planeten) die Bewegungen in Länge in den Apogeen und den Perigeen der Exzenter verlaufen, liegen ihre scheinbaren Örter, während die Planeten in Hei 535 den Perigeen und den Apogeen der Epizyklen stehen, wie wir (S. 327, 17) nach den näheren Beobachtungen des uns gewordenen Zusatzbetrags (in Breite) mitteilten, gleichweit nördlich oder südlich der Ekliptik, und zwar steht die Venus etwa $^1/_6{}^0$ stets nördlich (der Ekliptik), der Merkur stets $^3/_4{}^0$ südlich, woraus zu schließen ist, daß dieser Betrag (lediglich) auf die Neigungswinkel ihrer Exzenter entfällt.[a] Dagegen liegen (vgl. S. 327, 28) die scheinbaren Örter dieser beiden Planeten bei den größten Elongationen von der Sonne um etwa 5^0 nach dem mittleren (Entfernungs-) Verhältnis nördlicher oder südlicher als bei den Elongationen nach der entgegengesetzten Seite. Nämlich die Venus bewerkstelligt die hiermit bezeichnete entgegengesetzte Stellung in scheinbarer Breite mit unbeträchtlich weniger als 5^0 im Apogeum des Exzenters, mit unbeträchtlich mehr im Perigeum, während bei dem Merkur dieses weniger oder mehr rund $^1/_2{}^0$ beträgt.[b] Demnach unterspannen die Schiefstände des Epizykels oberhalb oder unterhalb der Ebenen, in welchen die Exzenter liegen, auf dem zur Ekliptik (nach Z. 3) senkrechten Kreise nach dem mittleren Verhältnis etwa $2^1/_2{}^0$.[c]

a) Weil die Epizyklen in den Ebenen der Exzenter liegen.

b) D. h. bei dem Merkur beträgt der Unterschied in Breite bei den entgegengesetzten Elongationen im Apogeum des Exzenters $4^1/_2{}^0$, im Perigeum $5^1/_2{}^0$.

c) Indem der vom beweglichen Quermesser des Epizykels gebildete Winkel des Schiefstandes im Betrage von 5^0 durch die zur Ekliptik parallele Normallage des Quermessers halbiert wird.

Ha 377 Aus diesen Winkeln werden auch die zahlenmäßigen Beträge derjenigen Winkel abgeleitet, welche von dem Schiefstande der Epizykeln mit den Ebenen der Exzenter gebildet werden, wie bei den später (S. 367 ff.) hierüber zu führenden Nach-
Hei 536 weisen klar werden wird, um nicht an dieser Stelle die für
6 die fünf Planeten allgemeingültig gehaltene Besprechung der Neigungswinkel zu unterbrechen.

2. Wenn die genauberechneten Bewegungen in Länge in den Knotenpunkten, d. i. nahezu in den mittleren Ent-
10 fernungen verlaufen[a], dann liegt

a) der scheinbare Ort der Venus bei dem Stande im Apogeum des Epizykels 1^0 nördlich und (im gegenüberliegenden Knoten ebensoviel) südlich der Ekliptik, bei dem Stande im Perigeum dagegen $6\frac{1}{3}^0$ (südlich oder gegen-
15 über nördlich). Hieraus läßt sich der Schluß ziehen, daß der Neigungswinkel des Epizykels, auf dem Kreise gemessen, welcher in der (S. 335, 1) angegebenen Weise durch die Pole des Epizykels gezogen wird, $2\frac{1}{2}^0$ beträgt. Denn wir finden aus der auf dem Epizykel eintretenden Anomalie[18],
20 daß in den mittleren Entfernungen (d. i. in den Knoten) soviel (d. h. $2\frac{1}{2}$) Grade am Apogeum des Epizykels am Auge (d. i. im Mittelpunkt der Ekliptik) einen Winkel von $1^0 2'$, am Perigeum aber einen solchen von $6^0 22'$ (auf dem oben bezeichneten Kreise) unterspannen.[b]

25 b) Der Merkur kommt bei dem Stande im Apogeum des Epizykels, wie man aus seinen ziemlich sicher festzustellenden heliakischen Aufgängen[c] berechnen kann, $1\frac{3}{4}^0$ südlich und (im gegenüberliegenden Knoten ebensoviel) nörd-

---

a) D. h. wenn in genauberechneter Länge vom Apogeum des Exzenters ab der Epizykelmittelpunkt direkt in einem der Knoten anzunehmen ist.

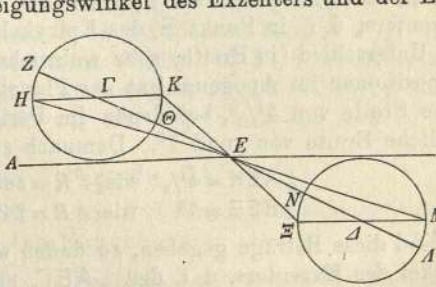
b) D. h. ein Bogen von $2\frac{1}{2}^0$ am Apogeum des Epizykels erscheint dem Auge auf genanntem Kreise unter einem Winkel von $1^0 2'$, ein ebensogroßer Bogen am Perigeum aber unter einem Winkel von $6^0 22'$. Zur Berechnung s. Anm. 18.

c) Eine Andeutung der Berechnung, welche bei 18° Entfernung vom zweiten Knoten zu $1^0 40'$ nördlicher Breite führt, wird gehörigen Ortes (s. Anm. 23, 2) mitgeteilt.

lich der Ekliptik zu stehen, bei dem Stande im Perigeum dagegen rund 4^0 (nördlich oder gegenüber südlich). Hieraus ist zu schließen, daß der Neigungswinkel des Epizykels $6^1/_4{}^0$ beträgt. Denn wir finden wieder aus der auf dem Epizykel eintretenden Anomalie[18], daß in den Entfernungen, in welchen die größten Neigungswinkel (des Epizykels) eintreten, d. h. wenn die genauberechnete Länge 90^0 Abstand von dem Apogeum (des Exzenters) anzeigt, so viel (d. h. $6^1/_4$) Grade am Apogeum des Epizykels am Auge einen Winkel von $1^0 46'$, am Perigeum aber einen solchen von $4^0 5'$ (auf dem Breitenkreis) unterspannen. Hei 537 Ha 378

II. Bei den übrigen Planeten, dem Saturn, dem Jupiter und dem Mars, kann man nicht ohne weiteres zu den zahlenmäßigen Beträgen der Neigungswinkel gelangen, weil beide, sowohl der am Exzenter als der am Epizykel gebildete, stets miteinander vermischt sind. Aber aus den Örtern in Breite, welche in den Perigeen und in den Apogeen der Exzenter und der Epizyklen beobachtet werden, scheiden wir die beiden Neigungswinkel auf folgende Weise aus.

In der senkrecht zur Ebene der Ekliptik stehenden Ebene (in welcher die Neigungswinkel des Exzenters und der Epizyklen liegen) sei AB die gemeinsame Schnittlinie mit der Ebene der Ekliptik und ΓΔ die gemeinsame Schnittlinie mit der Ebene des Exzenters; E sei der Mittelpunkt der Ekliptik.[a] Auf der gemeinsamen Schnittlinie (ΓΔ) der



a) Die falsche Lage der Figur im griechischen Text erschwert ungemein das Verständnis. Bei Richtigstellung der Figur liegen die Kreise durch die Pole der Epizyklen in der Ebene des Papiers und die Ebenen der Ekliptik, des Exzenters und der Epizyklen in der Blickrichtung, so daß sie als die Linien AB, ΓΔ, HK und ΞM erscheinen.

Ebenen beschreibe man um das Apogeum Γ des Exzenters und das Perigeum Δ in der (zur Ekliptik senkrecht) angenommenen Ebene die gleichgroßen Kreise ZHΘK und ΛMNΞ. Das sind die durch die Pole der Epizyklen gehenden
Hei 538 Kreise, auf denen die Neigung der Ebenen der Epizyklen (zu der
6 Ebene des Exzenters), d. h. die auf den Durchmessern HΓK und ΞΔM bei Γ und Δ gebildeten, natürlich gleichgroßen Winkel (HΓZ und ΛΔM) gemessen werden. Nun ziehe man von dem Mittelpunkt E der Ekliptik, wo sich unser
Ha 379 Auge befindet, Verbindungslinien nach den Apogeen und
11 den Perigeen der Epizyklen, nach den (in H unterhalb und in M oberhalb der Exzenterebene liegenden) Apogeen die Geraden EH und EM, nach den (in K oberhalb und in Ξ unterhalb der Exzenterebene liegenden) Perigeen die Geraden
15 EK und EΞ. Alsdann fallen (S. 173,25) die Punkte K und Ξ auf die Örter der Oppositionen, und die Punkte H und M auf die Örter der Konjunktionen.

1. Für den Mars haben wir diejenigen Örter in Breite gewählt, welche sich einerseits bei den Oppositionen im
20 Apogeum des Exzenters ergeben, d. i. in Punkt K des Epizykels, anderseits bei den Oppositionen im Perigeum des
Hei 539 Exzenters, d. i. in Punkt Ξ des Epizykels, weil bei ihnen der Unterschied (in Breite) sehr wahrnehmbar ist. Bei den Oppositionen im Apogeum hat der Planet (in K) eine nörd-
25 liche Breite von $4\frac{1}{3}^0$, bei denen im Perigeum (in Ξ) eine südliche Breite von rund 7^0. Demnach stellt sich

$$\angle AEK = 4\tfrac{1}{3}^0 \text{ wie } 4R = 360^0,$$
$$\angle BE\Xi = 7^0 \quad \text{wie } 4R = 360^0.$$

Sind diese Beträge gegeben, so finden wir den Neigungs-
30 winkel des Exzenters, d. i. den ∠AEΓ, und den Neigungswinkel des Epizykels, d. i. den ∠HΓZ, auf folgendem Wege.

Aus den Anomalien des Mars, welche wir nachgewiesen haben, ist leicht ersichtlich[a], daß von den am Auge gebil-

a) Weil die Breitenkreise ZHΘK und ΛMNΞ gleichgroß sind wie der Epizykel, so entsprechen die Winkel am Auge der Prosthaphäresis der Anomalie in der 5.—7. Spalte (S. 263).

d ten Winkeln, welche an den Apogeen[a] und den Perigeen des Epizykels von den gleichgroßen Bogen (des Breitenkreises) überspannt werden, die bei dem Stande (des Epizykels) im Apogeum des Exzenters (am Auge) gebildeten Winkel sich zu den bei dem Stande im Perigeum gebildeten verhalten wie 5 : 9. Nun ist der Bogen ΘK gleich dem Bogen NΞ: folglich verhält sich Ha 380

$$\angle \Gamma EK : \angle \Delta E\Xi = 5 : 9.$$

Gegeben sind demnach ∠ AEK und ∠ BEΞ, gegeben ist Hei 540 ferner das Verhältnis von ∠ ΓEK : ∠ ΔEΞ (= 5 : 9), endlich sind (die beiderseitigen Neigungswinkel des Exzenters) ∠ AEΓ und ∠ BEΔ einander gleich. Nun gibt ein arithmetischer Hilfssatz[b] folgendes Verfahren an die Hand:

„Wenn wir von jeder der Verhältniszahlen (5 und 9) denjenigen Bruchteil ($^2/_3$) nehmen, welcher herauskommt, wenn man die Differenz ($2^2/_3$) der ungetrennten zahlenmäßigen Beträge (7 und $4^1/_3$) durch die Differenz (4) der Verhältniszahlen (5 und 9) dividiert, so werden wir den auf das betreffende Verhältnis (∠ ΓEK : ∠ ΔEΞ) entfallenden zahlenmäßigen Betrag erhalten."

Die (ungetrennten) zahlenmäßigen Beträge (der Breitenabstände) sind $4^1/_3$ und 7, ihre Differenz beträgt $2^2/_3$; das Verhältnis (der ungetrennten Winkel) ist 5 : 9, die Differenz dieser Zahlen beträgt 4, endlich gibt $2^2/_3 : 4$ (d. i. $\frac{8}{3 \cdot 4}$) den Bruchteil $^2/_3$. Nehmen wir also $^2/_3$ von 5 und von 9, so erhalten wir

$$\angle \Gamma EK = 3°20' \text{ und } \angle \Delta E\Xi = 6°.$$

Weiter erhalten wir als die Differenzen die beiderseitigen Neigungswinkel des Exzenters:

Bei rund 3° Entfernung vom Perigeum des Epizykels (d. i. zu 183°) erhält man bei dem Stand im Apogeum des Exzenters $5°45' - 1°16' = 4°30'$, bei dem Stand im Perigeum $5°45' + 2°20' = 8°$. Das Verhältnis $4^1/_2 : 8$ entspricht also annähernd dem Verhältnis 5 : 9.

a) Hier war eine Lücke des griechischen Textes nach der ähnlichen Stelle S. 340, 29 auszufüllen.

b) Zu vergleichen ist der Satz (V. 17) des Euklid: Sind verbundene Größen proportioniert, so sind auch die getrennten proportioniert.

$\angle AE\Gamma = (\angle AEK - \angle \Gamma EK$ d.i. $4^\circ 20' - 3^\circ 20' =) 1^\circ$,
$\angle BE\Delta = (\angle BE\Xi - \angle \Delta E\Xi$ d.i. $7^\circ - 6^\circ =) 1^\circ$.

Endlich erhalten wir aus diesen Winkelgrößen ($3^\circ 20'$ und 6°) auch den Bogen ΘK ($= N\Xi$) des Neigungswinkels des Epizykels mit $2^\circ 15'$, weil nach den Tabellen der Anomalie[19] ungefähr so viel Grade (am Perigeum des Epizykels) die gefundenen zahlenmäßigen Beträge der (am Auge gebildeten) Winkel ΓEK und $\Delta E\Xi$ umfassen.[a]

2. Für den Saturn und den Jupiter haben wir zwischen den Örtern (bei den Oppositionen) in den erdfernen Teilen der Exzenter und den Örtern in den diametral gegenüberliegenden, d. i. erdnahen Teilen, keine Unterschiede (in Hei 541 Breite) für die sinnliche Wahrnehmung gefunden. Deshalb haben wir für diese Planeten die vorliegende Aufgabe auf Ha 381 einem anderen Wege gelöst, nämlich durch Vergleichung der Örter in den Apogeen der Epizyklen mit den Örtern in den Perigeen derselben.

Wie uns aus den von Fall zu Fall angestellten Beobachtungen gut ersichtlich geworden ist, zeigt der Saturn in den Örtern, welche er zur Zeit seiner heliakischen Auf- und Untergänge (d. i. nahe der Konjunktion in H oder M) einnimmt, ein Maximum nördlicher oder südlicher Breite ($= \angle AEH$ oder $\angle BEM$) von rund 2°, der Jupiter ein solches von 1°. Dagegen zeigt in den zur Zeit der Oppositionen eingenommenen Örtern (K oder Ξ) der Saturn ein solches Maximum ($= \angle AEK$ oder $\angle BE\Xi$) von etwa 3°, der Jupiter von etwa 2°. Nun geht aus den Anomalien auch dieser Planeten deutlich hervor, daß von den am Auge gebildeten Winkeln, welche an den Apogeen und an den Perigeen des Epizykels von gleichgroßen Bogen (des Breitenkreises) überspannt werden, die an den Apogeen gebildeten Winkel zu den

a) D. h. ein Bogen von $2^\circ 15'$ am Perigeum des Epizykels erscheint dem Auge auf dem Breitenkreis in der größten Entfernung, d. i. wenn der Epizykel im Apogeum des Exzenters steht, unter einem Winkel von $3^\circ 20'$, in kleinster, d. i. bei dem Stande im Perigeum des Exzenters, unter einem Winkel von 6°. Zur Berechnung s. Anm. 19.

an den Perigeen gebildeten sich bei dem Saturn wie 18 : 23 und bei dem Jupiter wie 29 : 43 verhalten.[a] Die Bogen des Epizykels ZH und ΘK sind gleichgroß: folglich verhält sich

bei dem Saturn $\angle ZEH : \angle ZEK = 18 : 23$,

bei dem Jupiter $\angle ZEH : \angle ZEK = 29 : 43$.

Nun bleibt für den $\angle$ HEK als Differenz ($\angle$ AEK — $\angle$ AEH) der beiden Örter in Breite (bei Opposition und heliakischem Aufgang) bei beiden Planeten $3^0 - 2^0$ bzw. $2^0 - 1^0 =) 1^0$ übrig. Wird dieser eine Grad (als Summe der Winkel ZEH und ZEK) nach den vorstehend festgestellten Verhältnissen geteilt[b], so werden wir erhalten Hei 542 11

bei dem Saturn $\angle ZEH = 0^\circ 26'$ und $\angle ZEK = 0^\circ 34'$,

bei dem Jupiter $\angle ZEH = 0^\circ 24'$ und $\angle ZEK = 0^\circ 36'$.

Demnach wird als Differenz auch der Neigungswinkel des Exzenters übrigbleiben:

bei dem Saturn $\angle AE\Gamma = (3^\circ - 0^\circ 34' =) 2^\circ 26'$, Ha 382

bei dem Jupiter $\angle AE\Gamma = (2^\circ - 0^\circ 36' =) 1^\circ 24'$.

Anstatt dieser Beträge werden wir wegen des kommensurableren Maßes von den nach oben abgerundeten Werten $2\frac{1}{2}^0$ und $1\frac{1}{2}^0$ Gebrauch machen.

Ohne weiteres erhalten wir endlich auch den Bogen (HZ = ΘK) des Neigungswinkels ($Z\Gamma H = K\Gamma\Theta$) der Epizyklen

bei dem Saturn mit $\Theta K = 4\frac{1}{2}^\circ$,

bei dem Jupiter mit $\Theta K = 2\frac{1}{2}^\circ$.

---

a) Die Tabelle des Saturn (S. 261) gibt in der 6. Spalte der Prosthaphäresis der Anomalie zur Argumentzahl 6 den Winkel mit 0°36′, zu 3 also mit 0°18′, zur Argumentzahl 183 mit 0°23′. — Die Tabelle des Jupiter (S. 262) liefert zu denselben Argumentzahlen (3 und 183) am Apogeum des Epizykels 0°29′, am Perigeum 0°43′.

b) Bei dem Saturn erhält man aus der Proportion $x : (60' - x) = 18 : 23$ die beiden Winkel mit $26\frac{14}{41}$ Minuten und $33\frac{27}{41}$ Minuten, d. s. 26′20″30‴ und 33′39″30‴, bei dem Jupiter aus der Proportion $x : (60' - x) = 29 : 43$ mit $24\frac{12}{72}$ und $35\frac{60}{72}$ Minuten, d. s. 24′10″ und 35′50″.

Denn rund so viel Grade überspannen beiderseits (d. i. am Apogeum den b HZ und am Perigeum den b ΘK) wieder nach den Tabellen der Anomalie[20] die (S. 341, 13. 14) gefundenen zahlenmäßigen Beträge der (am Auge gebildeten) Winkel ZEH und ZEK.[a]

Dies zu finden war als Aufgabe gestellt.

Viertes Kapitel.

Praktische Anleitung zur Aufstellung von Tabellen für die Einzelörter in Breite.

Aus dem vorstehend vorgelegten Material wurden von uns die zahlenmäßigen Normalbeträge der größten Neigungswinkel der Exzenter und der Epizyklen abgeleitet. Um aber auch bei den gradweise fortschreitenden Abständen (von den Apogeen, sei es des Planeten auf dem Epizykel oder des Epizykels auf dem Exzenter) die Örter in Breite jedesmal nach einer bequemen Methode ermitteln zu können,
Hei 543 haben wir für die fünf Planeten fünf Tabellen aufgestellt. Jede enthält ebensoviel (d. s. 45) Zeilen wie die Tabellen der Anomalie, aber nur fünf Spalten.

Von letzteren enthalten die beiden ersten Spalten, wie dort, die Argumentzahlen. Die dritte Spalte enthält die Abstände von der Ekliptik in Breite, welche auf die Einzelabschnitte der Epizyklen bei ihren größten Neigungswinkeln entfallen, d. h. die Spalte (der Tabelle) für die Venus und die (der Tabelle) für den Merkur die Breitenabstände bei den (größten) Neigungswinkeln (der Epizyklen) in den Knotenpunkten der Exzenter, die Spalte (der Tabellen) für die drei übrigen Planeten die Breitenabstände bei den (größten) Neigungswinkeln in den nördlichen Grenz-
Ha 383 punkten der Exzenter. Die entsprechenden Beträge in den

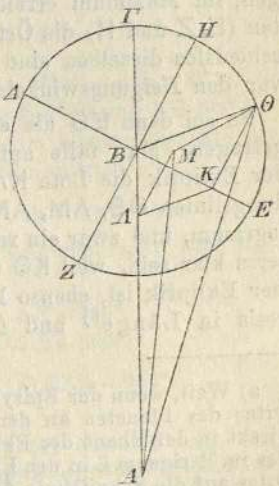
a) D. h. für den Saturn: ein Winkel am Auge von 26′ (d. i. ∠ ZEH) schneidet am Apogeum H des Epizykels den Bogen HZ von $4\frac{1}{2}$ Graden des Kreises ZHΘK ab, ein Winkel am Auge von 34′ (∠ ZEK) den ebensogroßen Bogen ΘK am Perigeum K des Epizykels. Zur Berechnung s. Anm. 20.

südlichen Grenzpunkten der Exzenter wird für diese drei Planeten die vierte Spalte enthalten. Bei diesen Planeten ist das Maximum der Abweichung der Exzenter selbst nach Norden und nach Süden miteingeschlossen in Rechnung gezogen worden.

Zur Erklärung der dritten Spalte der Tabellen der Venus und des Merkur.

I. Für die Venus und den Merkur ist die Gewinnung dieser Gradbeträge (der Breite) wieder durch ein (für beide anwendbares) theoretisches Verfahren auf folgende Weise von uns gehandhabt worden.

In der senkrecht zur Ebene der Ekliptik stehenden Ebene (in welcher die Neigungswinkel liegen) sei ΑΒΓ die gemeinsame Schnittlinie mit der Ebene der Ekliptik selbst und ΔΒΕ die gemeinsame Schnittlinie mit der Ebene des Epizykels; Α sei der Mittelpunkt der Ekliptik, Β der des Epizykels und ΑΒ die (mittlere) Entfernung bei den größten Neigungswinkeln der Epizyklen (d. i. in den Knotenpunkten). Nachdem man um Β den Epizykel ΔΖΕΗ beschrieben, ziehe man rechtwinklig zu ΔΕ den Durchmesser ΖΒΗ. Es soll aber auch die Ebene des Epizykels rechtwinklig zu der (senkrecht zur Ekliptik) angenommenen Ebene gestellt sein[a]), wovon die Folge sein muß, daß von den in ihr (d. i. der Ebene des Epizykels) rechtwinklig zu ΔΕ gezogenen



Hei 544

a) Dann liegt der Durchmesser ΔΕ in der auf ΑΒ senkrecht stehenden Ebene des Neigungswinkels ΑΒΕ, während der Durchmesser ΖΗ mit der Schnittlinie ΑΒ in Punkt Β rechte Winkel bildet.

Geraden (wie ZH und KΘ) nur der Durchmesser ZH in der Ebene der Ekliptik liegt, während alle übrigen (wie KΘ) zu ihr (d. i. zur Ebene der Ekliptik) parallel sind.

Es soll die Aufgabe gestellt sein, wenn das Verhältnis AB:BE und der zahlenmäßige Betrag des Neigungswinkels (des Epizykels), d. i. des ∠ ABE, gegeben ist, die Örter der (beiden) Planeten in Breite zu finden, wenn sie von dem Perigeum E des Epizykels beispielshalber 45^0, d. s. solche Grade, wie der Epizykel 360 hat, entfernt stehen. Wir beabsichtigen nämlich, gleichzeitig auch die Unterschiede mit- Ha 384 nachzuweisen, welche infolge derartiger (d. i. größter) Nei- Hei 545 gungswinkel für die Örter in Länge eintreten; diese Unterschiede müssen nämlich in den Örtern, die etwa in der Mitte zwischen dem Perigeum E und den Punkten Z oder H liegen, ihr Maximum erreichen, weil in den genannten Punkten (E, Z und H) die Örter (des Planeten in Länge) unterschiedslos dieselben sind wie diejenigen, welche abgesehen von den Neigungswinkeln (des Epizykels) eintreten.[a]

So sei denn EΘ als ein Bogen von wie gesagt 45^0 abgetragen. Man fälle auf BE das Lot ΘK, auf die Ebene der Ekliptik die Lote KΛ und ΘM und ziehe die Verbindungslinien ΘB, ΛM, AM, AΘ. Daß ΛKΘM ein Parallelogramm, und zwar ein rechtwinkliges ist, dürfte ohne weiteres klar sein, weil KΘ (nach Zeile 2) parallel zur Ebene der Ekliptik ist, ebenso klar, daß ∠ ΛAM die Prosthaphäresis in Länge[b] und ∠ ΘAM den Ort in Breite mißt,

---

a) Weil, wenn der Epizykel in den Knotenpunkten steht, die Örter des Planeten an den Endpunkten des Durchmessers ZH direkt in der Ebene der Ekliptik liegen, während die Projektion des im Perigeum E in der Ebene des Neigungswinkels liegenden Ortes auf die Schnittlinie ABΓ fällt.

b) Der auf die Ebene der Ekliptik projizierte Ort M des Planeten in Θ muß, in Länge in der Ekliptik gemessen, vor dem Epizykelmittelpunkt, d. i. vor dem Knoten liegen, wogegen er, wenn Θ auf dem Quadranten EZ angenommen wird, nach dem Knoten liegt. Ein Bedenken gegen die Wahl des Punktes Θ auf dem Epizykelquadranten EH wird zu S. 346, 26 geäußert.

während $\angle A\Lambda M$ und $\angle AM\Theta$ ebenfalls Rechte sind, weil auch die Gerade AM in der Ekliptik liegen muß.[a]

Nun soll der Nachweis geführt werden, auf welchen zahlenmäßigen Betrag die in Frage stehenden Örter (in Breite und in Länge) für jeden der obengenannten Planeten sich belaufen, und zwar zuerst für

A. Die Venus.

1. Da der Bogen $E\Theta$ 45^0 mißt, wie der Epizykel 360 Grade hat, so ist als Zentriwinkel des Epizykels Hei 546

$$\begin{aligned} \angle EB\Theta &= 45^0 \quad \text{wie } 4R = 360^0, \\ &= 90^0 \quad \text{wie } 2R = 360^0; \end{aligned}$$

$$\text{mithin} \left\{ \begin{matrix} \text{b BK} = \\ \text{b K}\Theta = \end{matrix} \right\} 90^0 \quad \text{wie } \ominus \text{BK}\Theta = 360^0, \qquad \text{Ha 385}$$

$$\text{also} \left\{ \begin{matrix} \text{s BK} = \\ \text{s K}\Theta = \end{matrix} \right\} 84^p 52' \quad \text{wie } h\,\text{B}\Theta = 120^p.$$

Setzt man den Epizykelhalbmesser $B\Theta$ gleich $43^p 10'$ in dem Maße, in welchem die mittlere Entfernung AB 60^p beträgt, weil in dieser Entfernung (im Knoten) gerade der größte Neigungswinkel des Epizykels eintritt,

so wird BK und $K\Theta = 30^p 32'$ in diesem Maße.

Ferner ist, weil (S. 336, 18) als Neigungswinkel (des Epizykels) gegeben,

$$\begin{aligned} \angle \text{ABE} &= 2^0 30' \quad \text{wie } 4R = 360^0, \\ &= 5^0 0' \quad \text{wie } 2R = 360^0; \end{aligned}$$

$$\text{mithin} \left\{ \begin{matrix} \text{b}\Lambda\text{K} = 5^0 0' \\ \text{b B}\Lambda = 175^0 0' \end{matrix} \right\} \text{wie } \ominus \text{B}\Lambda\text{K} = 360^0,$$

a) Weil sie von dem Mittelpunkt der Ekliptik nach dem (nach S 344,21) in der Ebene der Ekliptik liegenden Punkt M gezogen ist. Zur Unterstützung der Vorstellung der Figur ist schon bemerkt, daß man sich den Durchmesser ZH rechtwinklig zur Schnittlinie AB (s. S. 344, 1) zu denken hat; daher $\angle A\Lambda M = 1R$. Der Endpunkt Γ der Schnittlinie AB liegt natürlich über oder unter der Ebene des Epizykels, je nachdem man sich das Perigeum E unter oder über der Ebene der Ekliptik vorstellt, was für den Verlauf des Beweisgangs gleichgültig ist.

also $\left\{\begin{array}{l} s\,\Lambda K = 5^{p}14' \\ s\,B\Lambda = 119^{p}53' \end{array}\right\}$ wie $h\,BK = 120^{p}$.

Setzt man $BK = 30^{p}32'$ wie $AB = 60^{p}$,
so wird $\Lambda K = 1^{p}20'$ und $B\Lambda = 30^{p}30'$;

mithin $\left\{\begin{array}{ll} A\Lambda = AB - B\Lambda = & 29^{p}30' \\ \Lambda M = K\Theta = & 30^{p}32' \end{array}\right\}$ in demselben Maße.

Hei 547

(Nun ist $A\Lambda^{2} + \Lambda M^{2} = AM^{2}$)
mithin $h\,AM = 42^{p}27'$ in demselben Maße.

Setzt man $h\,AM = 120^{p}$,
so wird $s\,\Lambda M = 86^{p}19'$ in diesem Maße,
folglich $\angle\,\Lambda AM = 92^{0}\ 0'$ wie $2R = 360^{0}$,
$= 46^{0}\ 0'$ wie $4R = 360^{0}$.

Hiermit ist der Winkel der im vorliegenden Falle eintretenden Prosthaphäresis in Länge gefunden.

2. Es ist, weil ΘM (im Parallelogramm) gleich ΛK, auch

$\Theta M = 1^{p}20'$ wie $AM = 42^{p}27'$. (s. Z. 4. 8)

Nun ist $AM^{2} + \Theta M^{2} = A\Theta^{2}$,

Ha 386

mithin $h\,A\Theta = 42^{p}29'$ in demselben Maße.

Setzt man $h\,A\Theta = 120^{p}$,
so wird $s\,\Theta M = 3^{p}46'$ in diesem Maße,
folglich $\angle\,\Theta AM = 3^{0}36'$ wie $2R = 360^{0}$,
$= 1^{0}48'$ wie $4R = 360^{0}$.

Hiermit ist der Winkel der Abweichung in Breite gefunden. Diesen Betrag werden wir in der dritten Spalte der Tabelle der Venus in die Zeile mit der Argumentzahl 135^{0} (d. i. $180^{0} - 45^{0}$) setzen.[a]

3. Um den Unterschied kenntlich zu machen, welcher bei der Prosthaphäresis in Länge eintritt, sei die ähnliche Figur

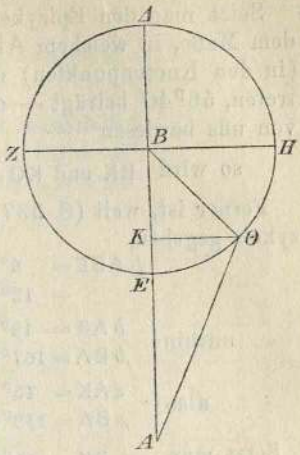
---

a) Weil die Entfernung 45^{0} von dem Perigeum E ab gerechnet war. Genau genommen gehört der Betrag zu der Argumentzahl ($180^{0} + 45^{0} =$) 225, weil der Planet vom Apogeum Δ über Z nach Θ gelaufen ist, daher bereits 45^{0} über das Perigeum des Epizykels hinaus ist.

vorgelegt, nur daß sie den Epizykel ohne Neigungswinkel zeigt. Es ist, wie oben (S. 345, 20) nachgewiesen,

BK und KΘ = 30ᵖ 32′
wie AB = 60ᵖ,
mithin AK = AB − BK = 29ᵖ 28′
in demselben Maße.
Nun ist AK² + KΘ² = AΘ²,
mithin hAΘ = 42ᵖ 26′
in demselben Maße.

Setzt man hAΘ = 120ᵖ,
so wird sKΘ = 86ᵖ 21′,
folglich ∠ ΘAK = 92° 3′
wie $2R = 360°$,
= 46° 2′
wie $4R = 360°$.

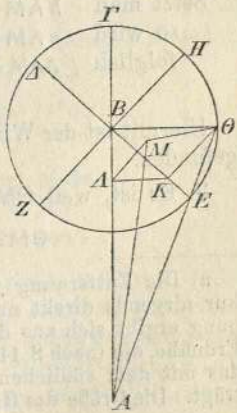


Das ist der Winkel der Prosthaphäresis in Länge, welcher oben bei der (Annahme größter) Neigung (des Epizykels) in demselben Maße mit 46° nachgewiesen worden war. Folglich ist die Prosthaphäresis in Länge infolge der Neigung des Epizykels nur um 0° 2′ kleiner ausgefallen. Dies sollte gefunden werden.

B. Der Merkur.

Um auch die für den Merkur sich ergebenden Örter (in Länge und in Breite) nachzuweisen, sei die ähnliche Figur wie die vorletzte vorgelegt, an welcher der Bogen EΘ wieder zu 45° in demselben Maße (wie oben S. 345, 8) angenommen sein soll. Mithin ist wieder (wie S. 345, 14. 15)

BK und KΘ = 84ᵖ 52′
wie hBΘ = 120ᵖ.



Hei 549 Setzt man den Epizykelhalbmesser $B\Theta$ gleich $22^p30'$ in dem Maße, in welchem AB, d. i. die Entfernung, in welcher (in den Knotenpunkten) die größten Neigungswinkel eintreten, $56^p40'$ beträgt — dies alles ist früher (vgl. S. 328, 7) von uns bewiesen[a] —

so wird BK und $K\Theta = 15^p55'$ in diesem Maße.

Ferner ist, weil (S. 337, 3) als Neigungswinkel des Epizykels gegeben,

$$\begin{aligned} \angle ABE &= 6°15' && \text{wie } 4R = 360°, \\ &= 12°30' && \text{wie } 2R = 360°; \end{aligned}$$

$$\text{mithin} \left\{ \begin{array}{ll} b\,\Lambda K = 12°30' \\ {}'b\,B\Lambda = 167°30' \end{array} \right\} \text{wie } \ominus B\Lambda K = 360°,$$

$$\text{also} \left\{ \begin{array}{ll} s\,\Lambda K = 13^p\ 4' \\ {}'s\,B\Lambda = 119^p17' \end{array} \right\} \text{wie } h\,BK, = 120^p.$$

Setzt man $BK = 15^p55'$ wie $AB = 56^p40'$,
so wird $\Lambda K = 1^p44'$ und $B\Lambda = 15^p49'$;

$$\text{mithin} \left\{ \begin{array}{ll} A\Lambda = AB - B\Lambda = 40^p51', \\ \Lambda M = K\Theta \quad\ = 15^p55'. \end{array} \right. \quad \text{(s. Z. 6)}$$

Hei 550 Nun ist $A\Lambda^2 + \Lambda M^2 = AM^2$,
mithin $h\,AM = 43^p50'$ wie $\Lambda M = 15^p55'$.

Setzt man $h\,AM = 120^p$,
so wird $s\,\Lambda M = 43^p34'$ in diesem Maße,
folglich $\angle \Lambda AM = 42°34'$ wie $2R = 360°$,
$= 21°17'$ wie $4R = 360°$.

Hiermit ist der Winkel der Prosthaphäresis in Länge gefunden.

Ha 388 2. Es ist, weil ΘM (im Parallelogramm) gleich ΛK, auch

$\Theta M = 1^p44'$ wie $AM = 43^p50'$. (s. Z. 16. 20)

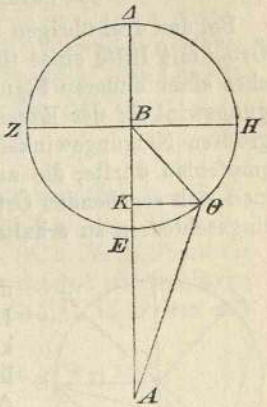
---

a) Die Entfernung in den Knotenpunkten ist für den Merkur nirgends direkt nachgewiesen. Die Methode der Berechnung ergibt sich aus dem Nachweis der Entfernung in größter Erdnähe, die (nach S. 146, 12) bei 120° Entfernung vom Apogeum, das mit dem südlichen Grenzpunkt zusammenfällt, $55^p34'$ beträgt. Die Größe des Halbmessers $B\Theta$ ist S. 144, 15 nachgewiesen.

Nun ist $AM^2 + \Theta M^2 = A\Theta^2$,
mithin $h A\Theta = 43^p 52'$ in demselben Maße.

Setzt man $h A\Theta = 120^p$,
so wird $s \Theta M = 4^p 44'$ in diesem Maße,
folglich $\angle \Theta AM = 4^\circ 32'$ wie $2R = 360^\circ$,
$= 2^\circ 16'$ wie $4R = 360^\circ$.

Hiermit ist der Winkel der Abweichung in Breite gefunden. Diesen Betrag werden wir in der dritten Spalte der Tabelle des Merkur in dieselbe Zeile (wie bei der Venus), d. h. in die Zeile mit der Argumentzahl 135^0 setzen.



3. Um wieder die Vergleichung der Prosthaphäresis (in Länge) zu ermöglichen, sei wieder die Figur ohne den Neigungswinkel (des Epizykels) vorgelegt. Wie oben (S. 348, 6) nachgewiesen, ist

BK und $K\Theta = 15^p 55'$
wie $AB = 56^p 40'$,
mithin $AK = AB - BK = 40^p 45'$ in demselben Maße. Hei 551

Nun ist $AK^2 + K\Theta^2 = A\Theta^2$,
mithin $h A\Theta = 43^p 45'$ wie $K\Theta = 15^p 55'$.

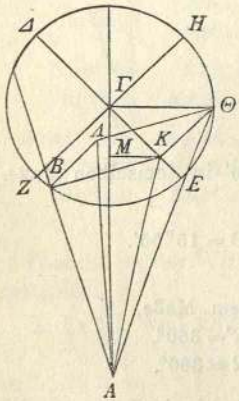
Setzt man $h A\Theta = 120^p$,
so wird $s K\Theta = 43^p 39'$ in diesem Maße,
folglich $\angle \Theta AK = 42^\circ 40'$ wie $2R = 360^\circ$,
$= 21^\circ 20'$ wie $4R = 360^\circ$.

Das ist der Winkel der Prosthaphäresis in Länge, welcher oben bei der (Annahme größter) Neigung (des Epizykels) in demselben Maße mit $21^\circ 17'$ nachgewiesen worden war. Folglich ist auch hier die Prosthaphäresis in Länge infolge der Neigung des Epizykels nur um $0^\circ 3'$ kleiner Ha 389 ausgefallen. Dies sollte gefunden werden.

Somit hätten wir bei diesen beiden Planeten auf dem vorstehend beschriebenen Wege die bei den größten Neigungswinkeln eintretenden Örter in Breite ermittelt, weil diese (Neigungswinkel) zustande kommen, wenn der Exzenter in derselben Ebene wie die Ekliptik liegt.[a]

Zur Erklärung der dritten und vierten Spalte der Tabellen des Saturn, Jupiter und Mars.

Hei 552 Bei den drei übrigen Planeten ermitteln wir dagegen diese Örter mit Hilfe eines theoretischen Beweisverfahrens, welches einer anderen Figur bedarf, weil bei den größten Neigungswinkeln der Exzenter zugleich auch (S. 326, 19) die größten Neigungswinkel der Epizyklen eintreten und es sich empfehlen dürfte, die aus beiden Neigungswinkeln zusammen sich ergebenden Örter in Breite in die Berechnung miteingeschlossen zu erhalten.



Es sei wieder in der zur Ebene der Ekliptik senkrecht stehenden Ebene (in welcher die Neigungswinkel liegen) AB die gemeinsame Schnittlinie mit der Ebene der Ekliptik und ΔΓΕ die gemeinsame Schnittlinie mit der Ebene des Epizykels; A sei als der Mittelpunkt der Ekliptik angenommen und Γ als der des Epizykels. Um Γ sei der Epizykel ΔΖΕΗ wieder so beschrieben, daß von den rechtwinklig zu ΔΕ gezogenen Geraden (wie ΖΗ und ΚΘ) nur der Durchmesser ΖΓΗ in der Ebene des Exzenters liege und parallel sei zu der Ebene der Ekliptik, während die übrigen Geraden (wie ΚΘ) zu beiden genannten Ebenen parallel sind.

a) Infolgedessen hängt die Größe der Breite lediglich von der Neigung des Epizykels ab.

Es sei in gleicher Weise (wie bisher, von dem Perigeum E aus) der Bogen EΘ abgetragen, welcher in demselben Maße (wie S. 345, 8) zu 45^0 angenommen sein soll. Man fälle von Punkt Θ aus, wo der Planet steht, (auf den Durchmesser ΔE) das Lot ΘK, ferner von den Punkten Θ und K Hei 553
auf die Ebene der Ekliptik die Lote KB, ΘΛ und ziehe die Ha 390
Verbindungslinien BΛ, AΛ. 7

Es sei die Aufgabe gestellt, sowohl die durch den Winkel BAΛ gemessene Prosthaphäresis in Länge zu finden, als auch den durch den Winkel ΘAΛ gemessenen Ort 10
in Breite. Man fälle nun noch von K auf AΓ das Lot KM und ziehe die Verbindungslinien ΓΘ, AK, AΘ.[a])

A. Der Saturn.

Es ist (S. 246, 32) nachgewiesen worden, daß der Halbmesser (ΓΘ) des Epizykels gleich $6^p30'$ in dem Maße ist, 15
in welchem die mittlere Entfernung (d. i. der Halbmesser des Exzenters) 60^p beträgt. Es soll zunächst wieder davon ausgegangen werden, daß, wie oben (S. 345, 14. 15 in dem entsprechenden Dreieck) nachgewiesen,

$$\Gamma K \text{ und } K\Theta = 84^p52' \quad \text{wie } h\,\Gamma\Theta = 120^p. \qquad 20$$

Setzt man $\Gamma\Theta = 6^p30'$ als *ephm*,
so wird ΓK und $K\Theta = 4^p36'$ in diesem Maße.

Ferner ist, weil (S. 341, 25) als Neigungswinkel des Epizykels gegeben,

$$\begin{aligned} \angle A\Gamma E &= 4^0\,30' \quad \text{wie } 4R = 360^0, \qquad 25\\ &= 9^0\,0' \quad \text{wie } 2R = 360^0; \end{aligned}$$

$$\text{mithin} \begin{cases} {}^b K M = 9^0\,0' \\ {}^b\Gamma M = 171^0\,0' \end{cases} \text{wie } \odot KM\Gamma = 360^0,$$

$$\text{also} \begin{cases} {}^s K M = 9^p25' \\ {}^s\Gamma M = 119^p38' \end{cases} \text{wie } h\,\Gamma K = 120^p. \qquad 30$$

Setzt man $\Gamma K = 4^p36'$, (s. Z. 22) Hei 554
so wird $KM = 0^p22'$ und $\Gamma M = 4^p35'$.

a) Der hier im griechischen Text folgende Satz ist Z. 17–20 eingeschoben worden.

1. Beweis für den erdferneren Halbkreis (Spalte 3). Bei dem größten Neigungswinkel auf dem erdferneren Halbkreise beläuft sich die Strecke AΓ, d. i. die Entfernung am Anfang der Scheren[a], nach den früher (S. 257, 18) bei den Anomalien durchgeführten theoretischen Beweismethoden auf $62^p 10'$. Demnach ist

Ha 391 $AM = A\Gamma - \Gamma M = 57^p 35'$ wie $KM = 0^p 22'$,
mithin auch $h\,AK = 57^p 35'$ (weil unbetr. $>$ AM).

Setzt man $h\,AK = 120^p$,
so wird $s\,KM = 0^p 46'$ in diesem Maße,
mithin $\angle\, KAM = 0° 44'$ wie $2R = 360°$.

Ferner ist $\angle\, BA\Gamma = 2° 30'$ wie $4R = 360°$ als Neigungswinkel des Exzenters, (S. 341, 21)
$= 5° 0'$ wie $2R = 360°$,
folglich $\angle\, BAK = 5° 44'$ als Summe beider;

mithin $\left\{\begin{array}{ll} b\,KB = & 5° 44' \\ ,b\,AB = & 174° 16' \end{array}\right\}$ wie $\ominus KBA = 360°$,

also $\left\{\begin{array}{ll} s\,KB = & 6^p 0' \\ ,s\,AB = & 119^p 51' \end{array}\right\}$ wie $h\,AK = 120^p$.

Setzt man $AK = 57^p 35'$, (s. Z. 8)
Hei 555 so wird $KB = 2^p 53'$ und $AB = 57^p 31'$.

21 Da nun $K\Theta = B\Lambda$, (im Parallelogramm)
so ist auch $B\Lambda = 4^p 36'$ in demselben Maße.

Nun ist $AB^2 + B\Lambda^2 = A\Lambda^2$,
mithin $h\,A\Lambda = 57^p 42'$ in demselben Maße.

25 Da ebenso $\Theta\Lambda = KB$, (im Parallelogramm)
so ist auch $\Theta\Lambda = 2^p 53'$ (wie $A\Lambda = 57^p 42'$).

Nun ist $A\Lambda^2 + \Theta\Lambda^2 = A\Theta^2$,
mithin $h\,A\Theta = 57^p 46'$ in demselben Maße.

---

a) Das Apogeum des Saturn lag zur Zeit des Ptolemäus (S. 242, 27: 136 n. Chr.) in ♏ 23°, wo die größte Entfernung (S. 256, 5) $63^p 25'$ beträgt, während der nördliche Grenzpunkt, der hier in Betracht kommt, genau 53° rückwärts (nach S. 326, 31) am Anfang der Scheren lag. Vgl. Anm. 21.

Setzt man $h\,A\Theta = 120^p$,
so wird $s\,\Theta\Lambda = 5^p 59'$ in diesem Maße,
folglich $\angle\,\Theta A\Lambda = 5^\circ 44'$ wie $2R = 360^\circ$,
$= 2^\circ 52'$ wie $4R = 360^\circ$.

Hiermit ist der Winkel der Abweichung in Breite gefunden. Diesen Betrag werden wir in die dritte Spalte der Tabelle des Saturn zu 135^0 setzen. Ha 392

2. Beweis für den erdnäheren Halbkreis (Spalte 4). Bei dem größten Neigungswinkel auf dem erdnäheren Halbkreis beläuft sich die Strecke $A\Gamma$, d. i. die Entfernung am Anfang des Widders, auf $57^p 40'$ (vgl. S. 352, 3) in dem Maße, in welchem oben (S. 351, 32) KM mit $0^p 22'$ und ΓM mit $4^p 35'$ nachgewiesen worden ist. Demnach ist

$AM = A\Gamma - \Gamma M = 53^p 5'$ in demselben Maße,
mithin auch $h\,AK = 53^p\ 5'$, weil unbetr. $> AM$.

Setzt man $h\,AK = 120^p$,
so wird $s\,KM = 0^p 50'$ in diesem Maße,
mithin $\angle\,KAM = 0^\circ 48'$ wie $2R = 360^\circ$. Hei 556

Nun war $\angle\,BA\Gamma = 5^\circ\ 0'$ wie $2R = 360^\circ$, (S. 352, 13)
folglich $\angle\,BAK = 5^\circ 48'$ als Summe;

mithin $\left\{\begin{array}{ll} b\,KB = & 5^\circ 48' \\ {}_b\,AB = & 174^\circ 12' \end{array}\right\}$ wie $\ominus\,KBA = 360^\circ$,

also $\left\{\begin{array}{ll} s\,KB = & 6^p\ 4' \\ {}_s\,AB = & 119^p 51' \end{array}\right\}$ wie $h\,AK = 120^p$.

Setzt man $AK = 53^p\ 5'$,
so wird $KB = 2^p 41'$ und $AB = 53^p 1'$.

Nun war $B\Lambda = 4^p 36'$ in demselben Maße nachgewiesen, (S. 352, 22)

ferner ist $AB^2 + B\Lambda^2 = A\Lambda^2$,
mithin $h\,A\Lambda = 53^p 13'$ in demselben Maße.

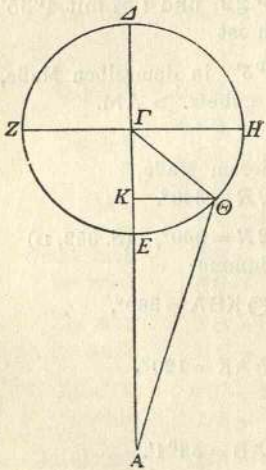
Setzt man $h\,A\Lambda = 120^p$,
so wird $s\,B\Lambda = 10^p 23'$ in diesem Maße,
folglich $\angle\,BA\Lambda = 9^\circ 56'$ wie $2R = 360^\circ$, Ha 393
$= 4^\circ 58'$ wie $4R = 360^\circ$.

Hiermit ist der Winkel der Prosthaphäresis in Länge gefunden.[a]

Da ferner $\Theta\Lambda = KB$, (im Parallelogramm)
so ist auch $\Theta\Lambda = 2^{p}41'$ wie $A\Lambda = 53^{p}13'$. (S. 353, 26. 29)

Nun ist $A\Lambda^2 + \Theta\Lambda^2 = A\Theta^2$,
mithin $h A\Theta = 53^{p}17'$ in demselben Maße.

Hei 557 Setzt man $h A\Theta = 120^{p}$,
so wird $s\,\Theta\Lambda = 6^{p}\ 3'$ in diesem Maße,
folglich $\angle\,\Theta A\Lambda = 5^{0}46'$ wie $2R = 360^{0}$,
$= 2^{0}53'$ wie $4R = 360^{0}$.



Hiermit ist der Winkel der Abweichung in Breite gefunden. Diesen Betrag werden wir in die vierte Spalte der Tabelle zu 135^{0} setzen.

3. Um nun auch die Vergleichung der Prosthaphäresisbeträge in Länge bei dem Neigungswinkel in größerer Erdnähe zu ermöglichen, sei wieder die Figur ohne den Neigungswinkel gezeichnet. In dem Maße, in welchem die Strecke $A\Gamma$ der diesfalls geltenden Entfernung $57^{p}40'$ beträgt, ist ΓK und $K\Theta$ (nach S. 351, 22) mit $4^{p}36'$ gegeben. Demnach ist

$$AK = A\Gamma - \Gamma K = 53^{p}4'.$$

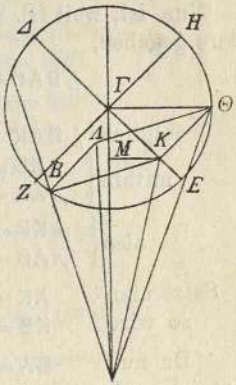
Nun ist $AK^2 + K\Theta^2 = A\Theta^2$,
mithin $h A\Theta = 53^{p}16'$ in demselben Maße.

---

a) Die Prosthaphäresis in Länge wird nur für die größere Erdnähe nachgewiesen, weil das Maximum des Unterschieds gegen die Prosthaphäresis in Länge bei Fehlen des Neigungswinkels festgestellt werden soll.

Setzt man $h\,A\Theta = 120^{p}$,
so wird $s\,K\Theta = 10^{p}22'$ in diesem Maße,
folglich $\angle\,\Theta AK = 9^{0}54'$ wie $2R = 360^{0}$. Hei 558
$= 4^{0}57'$ wie $4R = 360^{0}$.

Das ist der Winkel der Prosthaphäresis in Länge, welcher (oben S. 353, 33) bei den Neigungswinkeln in demselben Maße mit $4^{0}58'$ nachgewiesen worden war. Folglich ist infolge der beiden Neigungswinkel (des Exzenters und des Epizykels) zusammen die Prosthaphäresis in Länge nur um $0^{0}1'$ größer ausgefallen. Dies sollte gefunden werden. Ha 394



B. Der Jupiter.

Es sei die Figur mit den Neigungswinkeln in den für den Jupiter (S. 255, 32) nachgewiesenen Verhältnissen vorgelegt. Demnach beträgt in dem Maße, in welchem der Halbmesser $\Gamma\Theta$ des Epizykels gleich 11^{p} $30'$ ist, ΓK und $K\Theta$ $8^{p}8'$.[a] Nun ist (S. 341, 26) als der Neigungswinkel des Epizykels

$$\angle\,A\Gamma E = 2^{0}30' \text{ wie } 4R = 360^{0},$$
$$= 5^{0}\ 0' \text{ wie } 2R = 360^{0};$$

$$\text{mithin} \left\{ \begin{array}{ll} b\,KM = & 5^{0}\ 0' \\ ,b\,\Gamma M = & 175^{0}\ 0' \end{array} \right\} \text{ wie } \ominus\, KM\Gamma = 360^{0}, \quad \text{Hei 559}$$

$$\text{also} \left\{ \begin{array}{ll} s\,KM = & 5^{p}14' \\ ,s\,\Gamma M = & 159^{p}53' \end{array} \right\} \text{ wie } h\,\Gamma K = 120^{p}.$$

1. Beweis für den erdferneren Halbkreis. Hier beträgt (bei dem größten Neigungswinkel) die Strecke $A\Gamma$, d. i. die Entfernung am Anfang der Scheren[b], $62^{p}30'$.

a) Im Verhältnis zum Saturn (S. 351, 22) nach der Proportion $6^{p}30' : 11^{p}30' = 4^{p}36' : x$.

b) Das Apogeum liegt bei dem Jupiter in ♍ 11^{0} (S. 219, 21), wo die größte Entfernung (S. 256, 6) $62^{p}45'$ beträgt, während der nördliche Grenzpunkt (nach S. 326, 31) 19^{0} weiter vorwärts am Anfang der Scheren liegt.

Setzt man $\Gamma K = 8^p\ 8'$ in diesem Maße,
so wird $KM = 0^p 21'$ und $\Gamma M = 8^p 8'$,
mithin $AM = A\Gamma - \Gamma M = 54^p 22'$ in demselben Maße,
mithin auch $h\,AK = 54^p 22'$, weil unbetr. $> AM$.

Setzt man $h\,AK = 120^p$,
so wird $s\,KM = 0^p 46'$ in diesem Maße,
mithin $\angle\, KAM = 0^\circ 44'$ wie $2R = 360^\circ$.

Nun ist, weil (S. 341, 21) als Neigungswinkel des Exzenters gegeben,

Ha 395 11 $\angle\, BA\Gamma = 1^\circ 30'$ wie $4R = 360^\circ$,
$= 3^\circ\ 0'$ wie $2R = 360^\circ$;

folglich $\angle\, BAK = 3^\circ 44'$ als Summe,

mithin $\left\{\begin{array}{l} b\,KB = 3^\circ 44' \\ {}_b AB = 176^\circ 16' \end{array}\right\}$ wie $\ominus\, KBA = 360^\circ$,

also $\left\{\begin{array}{l} s\,KB = 3^p 54' \\ {}_s AB = 119^p 56' \end{array}\right\}$ wie $h\,AK = 120^p$.

Setzt man $AK = 54^p 22'$,
so wird $KB = 1^p 46'$ und $AB = 54^p 20'$.

Da nun $B\Lambda = K\Theta$, (im Parallelogramm)
Hei 560 so ist auch $B\Lambda = 8^p 8'$ in demselben Maße. (S. 355, 20)

Ferner ist $AB^2 + B\Lambda^2 = A\Lambda^2$,
mithin $h\,A\Lambda = 54^p 56'$ in demselben Maße.

Ebenso ist $\Theta\Lambda\ (= KB$ im Parallelogramm$)$
$= 1^p 46'$ (wie $A\Lambda = 54^p 56'$).

Nun ist $A\Lambda^2 + \Theta\Lambda^2 = A\Theta^2$,
mithin $h\,A\Theta = 54^p 58'$ in demselben Maße.

Setzt man $h\,A\Theta = 120^p$,
so wird $s\,\Theta\Lambda = 3^p 52'$ in diesem Maße,
folglich $\angle\, \Theta A\Lambda = 3^\circ 42'$ wie $2R = 360^\circ$,
$= 1^\circ 51'$ wie $4R = 360^\circ$.

Hiermit ist der Winkel der Abweichung in Breite gefunden. Diesen Betrag werden wir in die dritte Spalte der Tabelle des Jupiter zu 135° setzen.

2. Beweis für den erdnäheren Halbkreis. Es beträgt (bei dem größten Neigungswinkel) die Strecke $A\Gamma$, d. i. die Entfernung am Anfang des Widders, $57^p 30'$ in dem Maße, in welchem wir (S. 356, 2) $KM = 0^p 21'$ und $\Gamma M = 8^p 8'$ nachgewiesen haben. Demnach ist

$$AM = A\Gamma - \Gamma M = 49^p 22',$$

mithin auch $h\,AK = 49^p 22'$, weil unbetr. $> AM$. Ha 396

Setzt man $h\,AK = 120^p$,
so wird $s\,KM = 0^p 51'$ in diesem Maße,
mithin $\angle\, KAM = 0^\circ 49'$ wie $2R = 360^\circ$.

(Nun war $\angle\, BA\Gamma = 3^\circ\ 0'$ wie $2R = 360^\circ$)
folglich $\angle\, BAK = 3^\circ 49'$ als Summe;

mithin $\left\{\begin{array}{ll} b\,KB = & 3^\circ 49' \\ b\,AB = & 176^\circ 11' \end{array}\right\}$ wie $\ominus\, KBA = 360^\circ$,

also $\left\{\begin{array}{ll} s\,KB = & 3^p 59' \\ s\,AB = & 119^p 56' \end{array}\right\}$ wie $h\,AK = 120^p$. Hei 561

Setzt man $AK = 49^p 22'$,
so wird $KB = 1^p 39'$ und $AB = 49^p 20'$.

Nun ist auch $B\Lambda\,(= K\Theta$ im Parallelogramm$) = 8^p 8'$ (wie $AB = 49^p 20'$).

Ferner ist $AB^2 + B\Lambda^2 = A\Lambda^2$,
mithin $h\,A\Lambda = 50^p$ in demselben Maße.

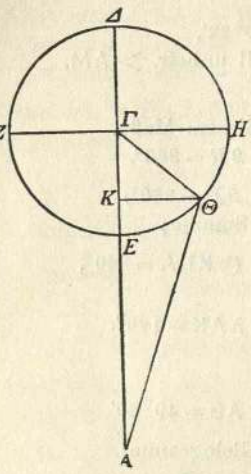
Setzt man $h\,A\Lambda = 120^p$,
so wird $s\,B\Lambda = 19^p 31'$ in diesem Maße,
folglich $\angle\, BA\Lambda = 18^\circ 44'$ wie $2R = 360^\circ$,
$= 9^\circ 22'$ wie $4R = 360^\circ$.

Hiermit ist der Winkel der Prosthaphäresis in Länge gefunden.

Es ist ferner $\Theta\Lambda\,(= KB$ im Parallelogramm$) = 1^p 39'$ wie $A\Lambda = 50^p$.

Nun ist $A\Lambda^2 + \Theta\Lambda^2 = A\Theta^2$,
mithin $h\,A\Theta = 50^p\ 2'$ in demselben Maße.

Setzt man $h\,A\Theta = 120^p$,
so wird $s\,\Theta\Lambda = 3^p 57'$ in diesem Maße,
folglich $\angle\,\Theta A\Lambda = 3^0 45'$ wie $2R = 360^0$,
$= 1^0 53'$ wie $4R = 360^0$.



Hiermit ist der Winkel des Abstandes in Breite gefunden. Diesen Betrag werden wir in die vierte Spalte der Tabelle zu 135^0 setzen.

Ha 397

3. Zur Vergleichung der Prosthaphäresisbeträge in Länge sei die Figur ohne die Neigungswinkel vorgelegt. Bei der (zuletzt) vorgelegten Entfernung ist (S. 357, 2)

Hei 562

$A\Gamma = 57^p 30'$ wie ΓK und
$K\Theta = 8^p 8'$, (S. 355, 20)
mithin $AK = A\Gamma - \Gamma K = 49^p 22'$.

Nun ist $AK^2 + K\Theta^2 = A\Theta^2$,
mithin $h\,A\Theta = 50^p 2'$
in demselben Maße.

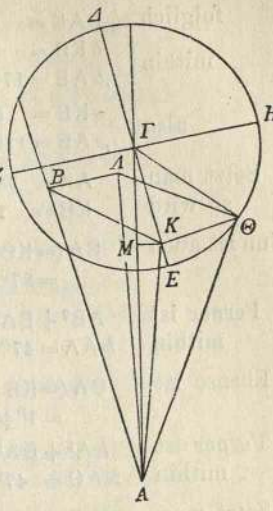
Setzt man $h\,A\Theta = 120^p$,
so wird $s\,K\Theta = 19^p 30'$ in diesem Maße,
folglich $\angle\,\Theta AK = 18^0 42'$ wie $2R = 360^0$,
$= 9^0 21'$ wie $4R = 360^0$.

Das ist der Winkel der Prosthaphäresis in Länge, welcher oben (S. 357, 26) bei den Neigungswinkeln in demselben Maße mit $9^0 22'$ nachgewiesen worden war. Folglich ist wieder infolge der beiden Neigungswinkel (des Exzenters und des Epizykels) zusammen die Prosthaphäresis in Länge nur um $0^0 1'$ größer ausgefallen. Dies zu finden war als Aufgabe gestellt.

C. Der Mars.

Es sei zuerst die Figur mit den Neigungswinkeln vorgelegt. Es läßt sich wieder berechnen, daß in dem Maße,

in welchem (S. 255, 33) der Halbmesser ΓΘ des Epizykels $39^p 30'$ beträgt, jede der beiden Geraden ΓK und KΘ gleich $27^p 56'$ ist.[a] Als der Neigungswinkel des Epizykels ist (S. 340, 5) gegeben



Hei 563

$$\angle A\Gamma E = 2^0 15' \quad \text{wie } 4R = 360^0,$$
$$= 4^0 30' \quad \text{wie } 2R = 360^0;$$

mithin { $b\,KM = 4^0 30'$; $b\,\Gamma M = 175^0 30'$ } wie $\odot KM\Gamma = 360^0$,

Ha 398

also { $s\,KM = 4^p 43'$; $s\,\Gamma M = 119^p 54'$ } wie $h\,\Gamma K = 120^p$.

1. Beweis für den erdferneren Halbkreis. Hier beträgt AΓ als die Strecke der größten Entfernung[b] 66^p.

Setzt man $\Gamma K = 27^p 56'$ in diesem Maße,
so wird $KM = 1^p 6'$ und $\Gamma M = 27^p 54'$,
mithin $AM = A\Gamma - \Gamma M = 38^p 6'$.

(Nun ist $AM^2 + KM^2 = AK^2$)
mithin $h\,AK = 38^p 7'$ in demselben Maße.

Setzt man $h\,AK = 120^p$,
so wird $s\,KM = 3^p 28'$ in diesem Maße,
mithin $\angle KAM = 3^0 19'$ wie $2R = 360^0$.

Nun war $\angle BA\Gamma = 1^0 0'$ wie $4R = 360^0$ als Neigungswinkel des Exzenters, (S. 340, 1) Hei 56
$= 2^0 0'$ wie $2R = 360^0$,

a) Im Verhältnis zum Jupiter (S. 355, 19) nach der Proportion $11^p 30' : 39^p 30' = 8^p 8' : x$.

b) Das Apogeum liegt bei dem Mars in ♋ $25^0 30'$, der nördliche Grenzpunkt (S. 326, 32) am Ende des Krebses, so daß die größte Entfernung (S. 256, 7) nicht wesentlich verändert wird.

folglich $\angle BAK = 5^\circ 19'$ als Summe beider,

mithin $\left\{ \begin{array}{l} b\,KB = 5^\circ 19' \\ {}_b AB = 174^\circ 41' \end{array} \right\}$ wie $\ominus KBA = 360^\circ$,

also $\left\{ \begin{array}{l} s\,KB = 5^p 34' \\ {}_s AB = 119^p 52' \end{array} \right\}$ wie $h\,AK = 120^p$.

Setzt man $AK = 38^p\ 7'$,

so wird $KB = 1^p 46'$ und $AB = 38^p 5'$.

Nun ist auch $B\Lambda\ (= K\Theta$ im Parallelogramm$) = 27^p 56'$ (wie $AB = 38^p 5'$).

Ferner ist $AB^2 + B\Lambda^2 = A\Lambda^2$,

mithin $h\,A\Lambda = 47^p 14'$ in demselben Maße.

Ebenso ist $\Theta\Lambda\ (= KB$ im Parallelogramm$) = 1^p 46'$ (wie $A\Lambda = 47^p 14'$).

Ferner ist $A\Lambda^2 + \Theta\Lambda^2 = A\Theta^2$,

mithin $h\,A\Theta = 47^p 16'$ in demselben Maße.

Ha 399 Setzt man $h\,A\Theta = 120^p$,

so wird $s\,\Theta\Lambda = 4^p 29'$ in diesem Maße,

folglich $\angle\,\Theta A\Lambda = 4^\circ 18'$ wie $2R = 360^\circ$,

$= 2^\circ\ 9'$ wie $4R = 360^\circ$.

Hiermit ist der Winkel des Abstandes in Breite gefunden. Diesen Betrag werden wir in die dritte Spalte der Tabelle des Mars zu 135° setzen.

2. Beweis für den erdnäheren Halbkreis. Hier beträgt bei den in der kleinsten Entfernung eintretenden Neigungswinkeln die Strecke $A\Gamma$ (S. 256, 13) 54^p in dem Maße, in Hei 565 welchem (S. 359, 17) KM mit $1^p 6'$ und ΓM mit $27^p 54'$ nachgewiesen wurde. Demnach ist

$$AM = A\Gamma - \Gamma M = 26^p 6'.$$

(Nun ist $AM^2 + KM^2 = AK^2$)

mithin $h\,AK = 26^p\ 7'$ in demselben Maße.

Setzt man $h\,AK = 120^p$,

so wird $s\,KM = 5^p\ 3'$ in diesem Maße,

mithin $\angle\,KAM = 4^\circ 49'$ wie $2R = 360^\circ$.

(Nun war $\angle BA\Gamma = 2^\circ\ 0'$ wie $2R = 360^\circ$)
folglich $\angle BAK = 6^\circ 49'$ als Summe,
mithin $\left\{\begin{array}{l} bKB = 6^\circ 49' \\ bAB = 173^\circ 11' \end{array}\right\}$ wie $\ominus KBA = 360^\circ$,
also $\left\{\begin{array}{l} sKB = 7^p\ 8' \\ sAB = 119^p 47' \end{array}\right\}$ wie $hAK = 120^p$.

Setzt man $AK = 26^p\ 7'$,
so wird $KB = 1^p 33'$ und $AB = 26^p 4'$.

Nun ist wieder $B\Lambda$ (= $K\Theta$ im Parallelogramm)
$= 27^p 56'$ (wie $AB = 26^p 4'$).

Ferner ist $AB^2 + B\Lambda^2 = A\Lambda^2$,
mithin $hA\Lambda = 38^p 12'$ in demselben Maße.

Setzt man $hA\Lambda = 120^p$,
so wird $sB\Lambda = 87^p 45'$ in diesem Maße,
folglich $\angle BA\Lambda = 94^\circ\ 0'$ wie $2R = 360^\circ$, Ha 400
$= 47^\circ\ 0'$ wie $4R = 360^\circ$.

Hiermit ist der Winkel der Prosthaphäresis in Länge gefunden.

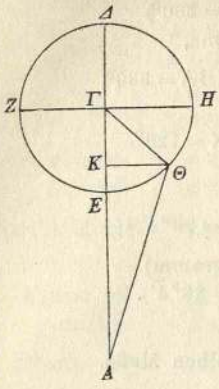
Es ist ferner $\Theta\Lambda$ (= KB im Parallelogramm)
$= 1^p 33'$ wie $A\Lambda = 38^p 12'$.

Nun ist $A\Lambda^2 + \Theta\Lambda^2 = A\Theta^2$,
mithin $hA\Theta = 38^p 14'$ (wie $\Theta\Lambda = 1^p 33'$).

Hei 566
Setzt man $hA\Theta = 120^p$,
so wird $s\Theta\Lambda = 4^p 52'$ in diesem Maße,
folglich $\angle \Theta A\Lambda = 4^\circ 40'$ wie $2R = 360^\circ$,
$= 2^\circ 20'$ wie $4R = 360^\circ$.

Hiermit ist der Winkel des Abstandes in Breite gefunden. Diesen Betrag werden wir in die vierte Spalte der Tabelle zu 135^0 setzen.

3. Zur Vergleichung der Prosthaphäresis in Länge legen wir wieder die Figur ohne die Neigungswinkel vor. In der kleinsten Entfernung, in welcher der Unterschied am



stärksten wahrnehmbar werden muß, verhält sich[a]) die Strecke AΓ zu jeder der beiden Strecken ΓK und KΘ wie $54^p : 27^p 56'$. Demnach ist

$$AK = A\Gamma - \Gamma K = 26^p 4'.$$

(Nun ist $AK^2 + K\Theta^2 = A\Theta^2$)
mithin $h\,A\Theta = 38^p 12'$
(wie $K\Theta = 27^p 56'$).

Setzt man $h\,A\Theta = 120^p$,
so wird $s\,K\Theta = 87^p 45'$
in diesem Maße,
folglich $\angle\,\Theta AK = 94^\circ 0'$
wie $2R = 360^\circ$,
$= 47^\circ 0'$
wie $4R = 360^\circ$.

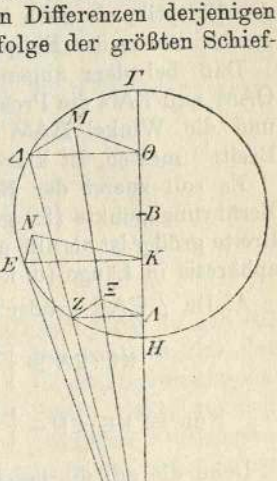
Das ist der Winkel der Prosthaphäresis in Länge.
Hei 567 Von genau derselben Größe war er (S. 361, 16) auch aus der Berechnung bei den Neigungswinkeln hervorgegangen. Es hat sich also bei dem Mars für die Prosthaphäresis in Länge infolge der Neigungswinkel der Kreise gar kein Unterschied herausgestellt. Dies sollte gefunden werden.

Zur Erklärung der vierten Spalte der beiden Tabellen der Venus und des Merkur.

Ha 401 Die vierte Spalte dieser Tabellen wird die Örter in Breite
21 enthalten, die von den größten Schiefständen der Epizyklen der Venus und des Merkur verursacht werden, welche (S. 327, 19) in den Apogeen und den Perigeen der Exzenter eintreten. Ermittelt worden sind indes die (durch diese Schiefstände verursachten) Örter von uns nur an sich, d. h. ohne Berücksichtigung des Unterschieds, welcher infolge der Neigungswinkel der Exzenter hinzutritt. Denn es hätten

a) Der sonst üblichen Ausdrucksweise entspricht: ΓK und $K\Theta = 27^p 56'$ wie $A\Gamma = 54^p$. Zur Feststellung der Größe von ΓK und KΘ ist S. 359, 4 zu vergleichen.

sich alsdann noch mehr Tabellen nötig gemacht, und die Berechnung (nach diesen Tabellen) wäre nur noch komplizierter geworden, weil die (Breiten der) Örter auf der Abendseite und der Morgenseite (der Epizyklen) ungleich groß ausfallen und sich durchaus nicht (in allen Fällen) nach derselben Seite (d. i. beiderseits nördlich oder beiderseits südlich) der Ekliptik erstrecken müssen. Übrigens könnten auch, da der Neigungswinkel der Exzenter nicht unverändert bleibt, die Differenzen der Verminderungen, welche bei den größten Neigungswinkeln (in den Knotenpunkten) eintreten, nicht im Einklang mit den Differenzen derjenigen Verminderungen stehen, welche infolge der größten Schiefstände (in den Apogeen und Perigeen der Exzenter) eintreten. Wird jedoch der Unterschied getrennt behandelt, so werden sich die einzelnen Fälle von uns nach einer bequemeren Methode darstellen lassen, wie aus den Nachweisen selbst, die hier unmittelbar folgen, ersichtlich sein wird.



Es sei AB die gemeinsame Schnittlinie der Ebenen der Ekliptik und des Epizykels; A sei angenommen als der Mittelpunkt der Ekliptik, B als der Mittelpunkt des Epizykels.[a] Um letzteren beschreibe man den Epizykel ΓΔΕΖΗ schiefgestellt zur Ebene der Ekliptik, d. h. es sollen die in den (beiden) Ebenen rechtwinklig zu der gemeinsamen Schnittlinie ΓΗ ge-

a) Demnach werden die Winkel des Schiefstandes, unabhängig von den Entfernungen, in denen sie der Hypothese nach wirklich eintreten, nach dem Verhältnis der mittleren Entfernung (*κατὰ τὸν μέσον λόγον*) betrachtet, nach welchem schon bisher (S. 335, 21. 31) der Gesichtswinkel EAN = $2\frac{1}{2}^{0}$ aufgefaßt wurde.

zogenen Geraden alle (Neigungs-) Winkel, welche in den Punkten der Schnittlinie selbst gebildet werden, gleichgroß
Ha 402 machen. Alsdann ziehe man die Tangente AE an den Epizykel und die ihn schneidende Gerade AZΔ in beliebiger
5 Lage, fälle (in der Ebene des Epizykels) von den Punkten Δ, E, Z die Lote ΔΘ, EK, ZΛ auf die Schnittlinie ΓH, auf
Hei 569 die Ebene der Ekliptik aber die Lote ΔM, EN, ZΞ und ziehe die Verbindungslinien ΘM, KN, ΛΞ und außerdem AN und AΞM. Eine Gerade ist AΞM deshalb, weil die
10 drei Punkte in zwei Ebenen liegen, sowohl in der Ebene der Ekliptik, als auch in der durch AZΔ gelegten, welche zu der Ebene der Ekliptik senkrecht steht.

Daß bei dem angenommenen Schiefstand die Winkel ΘAM und KAN die Prosthaphäresis des Planeten in Länge[a] und die Winkel ΔAM und EAN die Prosthaphäresis in Breite[b] messen, ist klar.

Es soll zuerst der Beweis geführt werden, daß der im Berührungspunkte (E) gebildete Winkel EAN des Ortes in Breite größer ist als alle anderen, gerade wie auch die Prosthaphäresis in Länge (d. i. ∠ KAN).

A. Da ∠ EAK größer ist als alle anderen, so ist

$$KE : EA > \begin{cases} \Theta\Delta : \Delta A. \\ \Lambda Z : ZA. \end{cases}$$

$$\text{Nun ist } KE : EN = \begin{cases} \Theta\Delta : \Delta M. \\ \Lambda Z : Z\Xi. \end{cases} \quad \text{(Eukl. VI. 4)}$$

Denn die auf die beschriebene Weise gebildeten Dreiecke sind alle, wie (Z. 1) angedeutet, gleichwinklig und die Winkel ΔMΘ, ENK und ZΞΛ Rechte. Folglich ist

---

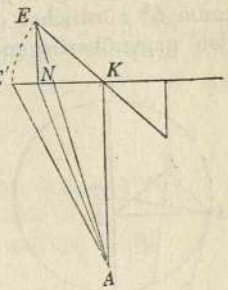
a) Der in der Ebene der Ekliptik liegende ∠ KAN mißt die Entfernung des in N auf die Ekliptik projizierten Planetenortes E. Siehe die von mir beigegebene Figur.

b) Der in der zur Ekliptik senkrechten Ebene liegende ∠ EAN mißt je nach dem Schiefstand des Epizykels die Breite des Planetenortes E über oder unter der Ekliptik, d. i. den Schiefstand an und für sich (S. 362, 25). Prosthaphäresis wird er genannt, weil er die Breite, die eventuell durch die Neigung des Exzenters verursacht wird, vermehrt oder vermindert.

$$EN : EA > \begin{cases} \Delta M : \Delta A. \\ Z\Xi : ZA. \end{cases}$$

Nun sind ferner die Winkel ΔMA, ENA und $Z\Xi A$ Rechte; folglich ist $\angle EAN > \angle \Delta AM$ und selbstverständlich auch größer als alle auf dieselbe Weise zustandekommenden Winkel. Hei 570 Ha 403

B. Ohne weiteres ist klar, daß auch von den Unterschieden, welche bei den Prosthaphäresisbeträgen in Länge infolge des Schiefstandes entstehen, derjenige der größte ist, welcher bei den in E liegenden Örtern größter Breite zum Ausdruck kommt; denn gemessen werden diese Unterschiede von den Winkeln, welche die Differenzen zwischen den Geraden $\Theta\Delta$ und ΘM, KE und KN, ΛZ und $\Lambda\Xi$ unterspannen.[a] Da aber für alle diese Geraden zu ihren Differenzen dasselbe Verhältnis bestehen bleibt, so folgt daraus, daß auch die Differenz zwischen KE und KN zu EA in einem größeren Verhältnis steht als die Differenzen zwischen den übrigen (wie zwischen $\Theta\Delta$ und ΘM) zu den $A\Delta$ entsprechenden Geraden. Ferner ist ohne weiteres klar, daß in demselben Verhältnis, in welchem die größte Prosthaphäresis in Länge zum Ort der größten Breite steht, auch in allen Abschnitten des Epizykels die jeweiligen Prosthaphäresisbeträge in Länge zu den Örtern in Breite stehen; denn wie sich KE zu KN verhält, so verhalten sich auch alle die

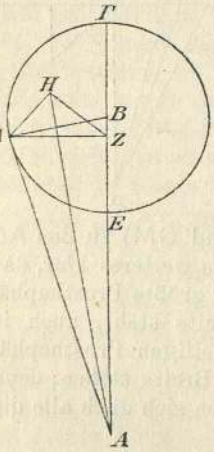


a) Die von mir beigegebene Figur zeigt, daß die Prosthaphäresis in Länge bei normaler Lage des Quermessers des Epizykels KE' ist, d. i. die in der Ebene des Epizykels zum Quermesser durch den Berührungspunkt der Tangente gezogene Parallele, bei Schiefstand desselben aber KN. Der infolge des Schiefstandes eintretende Unterschied ist also $E'N$, gemessen von dem $\angle E'AN$, welcher $= \angle E'AK - \angle NAK$. Da aber der infolge der Schiefstellung des Quermessers um den Schenkel AK gedrehte Gesichtswinkel gleichgroß bleibt, so ist der Unterschied der Prosthaphäresis in Länge $= \angle EAK - \angle NAK$.

ΛZ und ΘΔ entsprechenden Geraden zu den ZΞ und ΔM entsprechenden. Dies zu beweisen war als Aufgabe gestellt.

Hei 571 Nachdem diese Erörterungen der Methode vorausgeschickt sind, wollen wir zuerst sehen, wie hoch sich für jeden der beiden Planeten der zahlenmäßige Betrag des Winkels stellt, welcher von dem Schiefstand der Ebenen gebildet wird. Wir legen hierbei nach den eingangs (S. 335, 19) besprochenen Verhältnissen die Annahme zugrunde, daß an den Stellen, die in der Mitte zwischen der größten und der kleinsten Entfernung liegen[a]), jeder dieser beiden Planeten im Maximum 5^0 nördlicher oder südlicher zu stehen kommt als in den gegenüberliegenden Örtern auf dem Epizykel. Denn die Venus bewerkstelligt (S. 335, 23)

Ha 404



die im Perigeum und im Apogeum des Exzenters eintretende Abweichung (von der Normalen) mit unbeträchtlich mehr (im Perigeum) oder weniger (im Apogeum) als diese 5^0, während bei dem Merkur dieses mehr oder weniger rund $^1/_2{}^0$ ausmacht.

Es sei wieder ABΓ die gemeinsame Schnittlinie der Ekliptik und des Epizykels. Nachdem man um Punkt B den Epizykel ΓΔE in der oben (S. 363, 27) näher angegebenen Weise zur Ebene der Ekliptik schiefgestellt beschrieben, ziehe man von dem Mittelpunkt A der Ekliptik an den Epizykel die Tangente AΔ, fälle von Δ aus auf den

a) Das würde für beide Planeten in den Knotenpunkten sein, wo der Hypothese gemäß (s. die Figur zu Anm. 17) dieser Schiefstand gerade nicht eintritt. Die gegen die Hypothese gemachte Annahme, daß der Epizykelmittelpunkt B bei dem Schiefstande in der Ebene der Ekliptik liege, dient lediglich dazu, den größten Winkel des Schiefstandes nur an sich (S. 362, 25), d. h. als reine Breite zur Ekliptik bei der mittleren Entfernung (d. i. im Mittel) festzustellen.

Durchmesser ΓBE das Lot ΔZ, auf die Ebene der Ekliptik aber das Lot ΔH und ziehe die Verbindungslinien BΔ, ZH, AH. Angenommen sei, daß ∠ ΔAH von der mitgeteilten Abweichung in Breite die Hälfte[a] messe, welche für jeden der beiden Planeten $2^1/_2{}^0$ wie $4R = 360^0$ beträgt. Hei 572

Es soll die Aufgabe gestellt sein, den Größenbetrag des Schiefstandes der beiden Ebenen zu finden, d. i. den zahlenmäßigen Betrag des ∠ ΔZH. 6

A. Für die Venus

beträgt (S. 256,8) die größte Entfernung $61^p 15'$, (S. 256,14) die kleinste $58^p 45'$, die mittlere 60^p in dem Maße, in welchem der Halbmesser ihres Epizykels gleich $43^p 10'$ ist. Demnach ist

1. $AB : B\Delta = 60^p : 43^p 10'$.[b]

Nun ist $AB^2 - B\Delta^2 = A\Delta^2$, mithin $A\Delta = 41^p 40'$.

Ferner ist $AB : A\Delta = B\Delta : \Delta Z$, (Eukl. VI. 4) Ha 405

mithin $\Delta Z = 29^p 58'$ in demselben Maße.

Der Annahme nach ist weiter

$\angle \Delta AH = 2^0 30'$ wie $4R = 360^0$,

$= 5^0 0'$ wie $2R = 360^0$,

mithin $b\Delta H = 5^0 0'$ wie $\ominus AH\Delta = 360^0$, Hei 573

also $s\Delta H = 5^p 14'$ wie $h A\Delta = 120^p$.

Setzt man $A\Delta = 41^p 40'$, (Z. 15)

so wird $\Delta H = 1^p 50'$ wie $\Delta Z = 29^p 58'$.

Setzt man $h\Delta Z = 120^p$,

so wird $s\Delta H = 7^p 20'$ in diesem Maße,

folglich $\angle \Delta ZH = 7^0 0'$ wie $2R = 360^0$,

$= 3^0 30'$ wie $4R = 360^0$.

Hiermit ist der Winkel des Schiefstandes gefunden.

---

a) Zur Halbierung des Winkels von 5° s. S. 335, 31.

b) Die bisher übliche Ausdrucksweise würde sein: $B\Delta = 43^p 10'$ wie $AB = 60^p$.

2. Da die Differenz der Winkel ΔAZ und ZAH den Unterschied der Prosthaphäresis in Länge mißt, welcher (infolge des Schiefstandes) eintritt[a], so kann auch dieser (Unterschied) aus dem zu ermittelnden zahlenmäßigen Betrag dieser (beiden Winkel) ohne weiteres mitberechnet werden. Nachgewiesen wurde (S. 367, 24)

$$\left.\begin{array}{l}\Delta H = 1^p 50' \\ \Delta Z = 29^p 58'\end{array}\right\} \text{ wie } A\Delta = 41^p 40'.$$

Nun ist $A\Delta^2 - \Delta H^2 = AH^2$ und $\Delta Z^2 - \Delta H^2 = HZ^2$,
mithin $AH = 41^p 37'$ und $HZ = 29^p 51'$.

Setzt man $h\,AH = 120^p$,
so wird $s\,HZ = 86^p 16'$ in diesem Maße,
folglich $\angle ZAH = 91^\circ 56'$ wie $2R = 360^\circ$,
$= 45^\circ 58'$ wie $4R = 360^\circ$.

Setzt man aber gleicherweise

(nachdem $\Delta Z = 29^p 58'$ wie $A\Delta = 41^p 40'$ gefunden ist)
Ha 406 Hei 574 $h\,A\Delta = 120^p$,
so wird $s\,\Delta Z = 86^p 18'$ in diesem Maße,
folglich $\angle \Delta AZ = 91^\circ 58'$ wie $2R = 360^\circ$,
$= 45^\circ 59'$ wie $4R = 360^\circ$.

Es ist also infolge des Schiefstandes die Prosthaphäresis in Länge nur um $0^\circ 1'$ kleiner geworden.

B. Für den Merkur

wurde (S. 256, 9) in dem Maße, in welchem der Halbmesser des Epizykels gleich $22^p 30'$ ist, die größte Entfernung mit 69^p nachgewiesen, während die diametral gegenübergelegene Entfernung $(60^p - 3^p =) 57^p$ beträgt, woraus sich das Mittel zwischen diesen beiden Entfernungen mit 63^p ergibt. Demnach ist

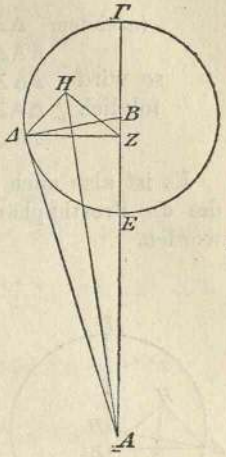
---

a) Zu der Differenz $\angle \Delta AZ - \angle ZAH$ als Unterschied der Prosthaphäresis s. S. 365 Anm. a)

1. $AB : B\Delta = 63^p : 22^p 30'$.

Nun ist $AB^2 - B\Delta^2 = A\Delta^2$,
mithin $A\Delta = 58^p 51'$.

Ferner ist $AB : A\Delta = B\Delta : \Delta Z$,
(Eukl. VI. 4)
mithin $\Delta Z = 21^p 1'$
in demselben Maße.



Der Annahme nach ist weiter

$\angle \Delta AH = 5^\circ 0'$
wie $2R = 360^\circ$,
mithin $b\,\Delta H = 5^\circ 0'$
wie $\ominus AH\Delta = 360^\circ$,
also $s\,\Delta H = 5^p 14'$
wie $h\,A\Delta = 120^p$.

Hei 575

Setzt man $A\Delta = 58^p 51'$,
so wird $\Delta H = 2^p 34'$
wie $\Delta Z = 21^p 1'$.

Setzt man $h\,\Delta Z = 120^p$,
so wird $s\,\Delta H = 14^p 40'$ in diesem Maße,
folglich $\angle \Delta ZH = 14^\circ 0'$ wie $2R = 360^\circ$,
$= 7^\circ 0'$ wie $4R = 360^\circ$.

Hiermit ist der Winkel des Schiefstandes gefunden.

2. Um wieder die Vergleichung der Winkel der Prosth- Ha 407
aphäresis zu ermöglichen, hat man auszugehen von

$\left.\begin{array}{l}\Delta H = 2^p 34' \\ \Delta Z = 21^p\ 1'\end{array}\right\}$ wie $h\,A\Delta = 58^p 51'$.

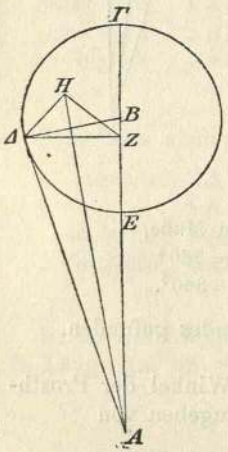
Nun ist $A\Delta^2 - \Delta H^2 = AH^2$ und $\Delta Z^2 - \Delta H^2 = HZ^2$,
mithin $AH = 58^p 47'$ und $HZ = 20^p 53'$.

Setzt man $h\,AH = 120^p$,
so wird $s\,HZ = 42^p 38'$ in diesem Maße,
folglich $\angle ZAH = 41^\circ 38'$ wie $2R = 360^\circ$,
$= 20^\circ 49'$ wie $4R = 360^\circ$.

Setzt man aber gleicherweise

(nachdem $\Delta Z = 21^p 1'$ wie $A\Delta = 58^p 51'$ gefunden ist)
$h\,A\Delta = 120^p$,
so wird $s\,\Delta Z = 42^p 50'$ in diesem Maße,
Hei 576 folglich $\angle\,\Delta AZ = 41^0 50'$ wie $2R = 360^0$,
6 $= 20^0 55'$ wie $4R = 360^0$.

Es ist also auch bei dem Merkur infolge des Schiefstandes die Prosthaphäresis in Länge nur um $0^0 6'$ kleiner geworden.



Probe der Ergebnisse. Des weiteren wollen wir nun sehen, ob wir unter Zugrundelegung der gewonnenen zahlenmäßigen Beträge der Schiefstände die in den größten und den kleinsten Entfernungen[a] sich ergebenden Örter der größten Breite mit den aus der Beobachtung (S. 327, 19) gewonnenen Beträgen in Einklang finden.

A. Für die Venus sei wieder dieselbe Figur vorgelegt.

1. In der größten Entfernung (S. 367, 10) verhält sich

$$AB : B\Delta = 61^p 15' : 43^p 10'.$$

Nun ist $AB^2 - B\Delta^2 = A\Delta^2$,
mithin $A\Delta = 43^p 27'$.

Ferner ist $AB : A\Delta = B\Delta : \Delta Z$, (Eukl. VI. 4)
Ha 408 mithin $\Delta Z = 30^p 37'$ in demselben Maße.

Weiter ist, da der Winkel des Schiefstandes (S. 367, 27) als gegeben angenommen wird,

a) D. h. bei dem Stande des Epizykels in dem Apogeum und dem Perigeum des Exzenters, wo die Schiefstände der Hypothese gemäß eintreten.

$\angle \Delta ZH = 7^0\ 0'$ wie $2R = 360^0$, Hei 577
also $s\Delta H = 7^p 20'$ wie $h\Delta Z = 120^p$.
Setzt man $\Delta Z = 30^p 37'$ wie $A\Delta = 43^p 27'$.
so wird $\Delta H = 1^p 52'$ in demselben Maße.

Setzt man $h A\Delta = 120^p$,
so wird $s\Delta H = 5^p\ 9'$ in diesem Maße,
folglich $\angle \Delta AH = 4^0 54'$ wie $2R = 360^0$,
$= 2^0 27'$ wie $4R = 360^0$.

Hiermit ist der Winkel des Maximums der Abweichung in Breite gefunden.

2. In der kleinsten Entfernung (S. 367, 11) verhält sich

$$AB : B\Delta = 58^p 45' : 43^p 10'.$$

Nun ist $AB^2 - B\Delta^2 = A\Delta^2$, mithin $A\Delta = 39^p 51'$.

Ferner ist $AB : A\Delta = B\Delta : \Delta Z$,
mithin $\Delta Z = 29^p 17'$ in demselben Maße.

Der Annahme nach ist weiter

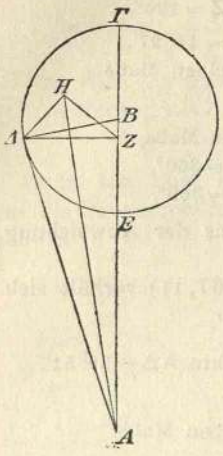
$$\Delta Z : \Delta H = 120^p : 7^p 20'.^a)$$

Setzt man $\Delta Z = 29^p 17'$ wie $A\Delta = 39^p 51'$,
so wird $\Delta H = 1^p 47'$ in demselben Maße.

Setzt man $h A\Delta = 120^p$,
so wird $s\Delta H = 5^p 22'$ in diesem Maße,
folglich $\angle \Delta AH = 5^0\ 8'$ wie $2R = 360^0$,
$= 2^0 34'$ wie $4R = 360^0$.

Da im Mittel (S. 335, 31) die Abweichung in Breite mit $2\frac{1}{2}^0$ zugrunde gelegt ist, so ist demnach die Abweichung um einen für die sinnliche Wahrnehmung nicht in Frage kommenden Betrag im Apogeum (des Exzenters) kleiner und im Perigeum größer geworden. Denn in der größten Entfernung ist die Breite nur um $0^0 3'$ kleiner und in der kleinsten um $0^0 4'$ größer geworden. So kleine Beträge beobachtungsgemäß sicherzustellen, wäre ganz unmöglich. Hei 578 Ha 409

a) Die übliche Ausdrucksweise ist die oben Z. 2 angewendete Nebeneinanderstellung.



B. Für den Merkur sei wieder

1. die größte Entfernung (S. 368, 25) angenommen, d. h. es sei

$$AB : B\Delta = 69^p : 22^p 30',$$
$$A\Delta = 65^p 14' \quad \text{und} \quad \Delta Z = 21^p 16'.$$

Die Berechnung letzterer Strecken erfolgt auf demselben Wege wie oben (bei der Venus). Weiter haben wir auch hier den Winkel des Schiefstandes (S. 369, 14) der Annahme nach als gegeben mit

$$\angle\, \Delta ZH = 14^0\ 0' \quad \text{wie } 2R = 360^0,$$

mithin $s\,\Delta H = 14^p 40'$ wie $h\,\Delta Z = 120^p$.

Setzt man $\Delta Z = 21^p 16'$ wie $A\Delta = 65^p 14'$,

so wird $\Delta H = 2^p 36'$ in demselben Maße.

Setzt man $h\,A\Delta = 120^p$,

so wird $s\,\Delta H = 4^p 47'$ in diesem Maße,

Hei 579 folglich $\angle\, \Delta AH = 4^0 34'$ wie $2R = 360^0$,

$= 2^0 17'$ wie $4R = 360^0$.

Hiermit ist der Winkel des Maximums der Abweichung in Breite gefunden.

2. In der kleinsten Entfernung[a]) ist wieder gegeben

$$AB : B\Delta = 57^p : 22^p 30',$$
$$A\Delta = 52^p 22' \quad \text{und} \quad \Delta Z = 20^p 40',$$

berechnet wie oben.

Weil der Schiefstand derselbe ist (d. h. wieder 14^0 wie $2R = 360^0$ beträgt), so erhält man als gegeben wieder (vgl. oben Z. 13) die Proportion

a) Es handelt sich nicht um die Entfernung bei der größten Erdnähe, welche (nach S. 146, 12) $55^p 34'$ beträgt, sondern um die der größten Entfernung im Apogeum diametral gegenüberliegende im Perigeum. Vgl. S. 368, 27.

$$\Delta Z : \Delta H = 120^{p} : 14^{p}40'.$$

Setzt man $\Delta Z = 20^{p}20'$ wie $A\Delta = 52^{p}22'$,
so wird $\Delta H = 2^{p}32'$ in demselben Maße.

Setzt man $h\,A\Delta = 120^{p}$,
so wird $s\,\Delta H = 5^{p}48'$ in diesem Maße,
folglich $\angle\,\Delta AH = 5^{0}32'$ wie $2R = 360^{0}$, Ha 410
$= 2^{0}46'$ wie $4R = 360^{0}$.

Es hat sich demnach auch hier von der nach dem mittleren Verhältnis mit $2^{1}/_{2}{}^{0}$ festgestellten Abweichung in Breite für die Breite im Apogeum des Exzenters als Unterschied ein Fehlbetrag von $(2^{0}30' - 2^{0}17' =) 0^{0}13'$ und für die Breite im Perigeum ein Mehrbetrag von $(2^{0}46' - 2^{0}30' =) 0^{0}16'$ herausgestellt. An Stelle dieser Differenzen werden wir zu der Korrektion, welche bei der tabellarischen Berechnung im Gegensatz zum mittleren Verhältnis anzubringen ist[a], von dem Werte $^{1}/_{4}{}^{0}$ Gebrauch machen, welcher Hei 580 dem Unterschied entspricht, der sich bei dem Beobachtungsgeschäft (S. 335, 28) für die sinnliche Wahrnehmung geltend macht.

Mit Hilfe der vorstehend geführten Nachweise und mit Rücksicht darauf, daß auch in den übrigen Abschnitten des Epizykels die Teilbeträge der Prosthaphäresis in Länge zu den Einzelörtern in Breite in demselben Verhältnis stehen wie die größten Beträge der Prosthaphäresis in Länge zu den Örtern der größten Breite, ist uns der Ansatz der Örter in Breite infolge des Schiefstandes in den hierfür angelegten vierten Spalten der Tabellen der Venus und des Merkur leicht von der Hand gegangen. Indessen sind dies nur die Örter, welche sich lediglich infolge des Schiefstandes der Epizyklen ableiten lassen, sowie aus dem Betrag (von $2^{1}/_{2}{}^{0}$), welcher, wie gesagt, auf das Mittel entfällt. Der Unterschied, welcher sich infolge des (Hinzutritts des) Neigungswinkels der Exzenter einstellt, wozu bei dem Merkur noch der Unterschied (von $^{1}/_{4}{}^{0}$) bei seiner Stellung im Apogeum

a) Die hierauf bezügliche Korrektion ist S. 378, 26 angedeutet.

und im Perigeum hinzukommt, wird die nötige Korrektion, weil es sich dabei leicht machen läßt, gelegentlich der alsbald mitzuteilenden tabellarischen Berechnung (S. 378, 26; 380, 2) erhalten. (Zur Gewinnung der Beträge der vierten Spalte aus dem bisher im Mittel gefundenen Betrag von $2\frac{1}{2}^0$ ist weiter folgendes zu bemerken.) Bei den vorliegenden mittleren Verhältnissen wurde für beide Planeten die größte Breite infolge des Schiefstandes (der Epizyklen) beiderseits der Ekliptik (S. 371 u. 372f.) mit $2\frac{1}{2}^0$ nachgewiesen, die größte Prosthaphäresis in Länge (S. 368, 14) für die Venus mit rund 46^0 und für den Merkur mit rund 22^0.[a] Nun finden wir die auf die einzelnen Gradabschnitte der Epizyklen entfallenden (mittleren) Prosthaphäresisbeträge in den (sechsten Spalten der) Tabellen ihrer Anomalie angesetzt. Da nehmen wir denn für jeden der beiden Planeten in zugehöriger Weise den ebensogroßen Teil, welchen diese Beträge von den ganzen größten Prosthaphäresisbeträgen in Länge ausmachen, von $2\frac{1}{2}^0$ und setzen das Ergebnis in die vierte Spalte der Tabellen der Breite zu denselben Argumentzahlen.[b]

Ha 411
11
Hei 581

Die fünfte Spalte

haben wir hinzugefügt, um auch die in den anderen Positionen der Exzenter zustande kommenden Abweichungen in Breite auf dem methodischen Wege des Ansatzes der Sechzigstel in genauer Berechnung feststellen zu können. Die Neigungswinkel und Schiefstände der Epizyklen bewerkstelligen nämlich die Wiederkehr ihrer Ab- und Zunahme vermittels Anbringung der kleinen Kreise in genauer Entsprechung, wie (S. 332, 5) gesagt, zu der Wiederkehr mit

a) Nach S. 370, 6 beträgt sie nur $20^0 55'$, während in der Tabelle des Merkur (S. 265) zur Argumentzahl 111 die Prosthaphäresis der mittleren Anomalie mit $22^0 2'$ angesetzt ist.

b) So beträgt z. B. zum 24. Epizykelgrad der Venus das Verhältnis der mittleren Prosthaphäresis zum Maximum 10 : 46. Es sind also $\frac{10}{46}$ von $2\frac{1}{2}$ zu nehmen, weil angenommen wird, daß $10 : 46 = x : 2\frac{1}{2}$. Das Ergebnis $0^0 33'$ steht demgemäß in der vierten Spalte bei der Argumentzahl 24.

Bezug auf den Exzenter. Ferner sind die zahlenmäßigen Beträge der Neigungswinkel und Schiefstände insgesamt nicht weit entfernt von dem Betrag (von 5^0), der bei dem schiefen Kreis des Mondes in Betracht kommt, und auch die Einzelbeträge der unter so kleinen Neigungswinkeln eintretenden Abweichungen (in Breite) stehen nahezu wieder in entsprechendem Verhältnis (zu den wechselnden Breiten des Mondes). Da uns nun die für den Mond auf dem Wege geometrischer Konstruktion ermittelten Beträge (in der siebenten Spalte der Gesamtanomalie des Mondes I 286) zur Verfügung stehen, so haben wir jeden der dort gemachten Ansätze (der Breite) mit 12 multipliziert[a]) — weil dort das Maximum rund 5^0 beträgt, während wir es hier mit 60 ansetzen — und die Ergebnisse zu den betreffenden Argumentzahlen in die fünften Spalten der Tabellen für jeden Planeten gesetzt.

Fünftes Kapitel.

Die Tabellen zur Bestimmung der Breite

gestalten sich folgendermaßen (S. 376—377). {Ha 412 Hei 582

Sechstes Kapitel.

Berechnung der Abweichung der fünf Planeten in Breite nach den Tabellen.

Nach den umstehend vorgelegten Tabellen werden wir die Berechnung der Breite der fünf Planeten auf folgende Weise in Angriff nehmen. {Ha 414 Hei 587

a) D. h. die dort für die Breite des Mondes angesetzten Fünftel des Maximums von 5^0 sind für die Tabellen sämtlicher Planeten in Sechzigstel eines mit 60 angenommenen Maximums verwandelt worden. So wird z. B. der zur Argumentzahl 30 gesetzte Bruchteil $4^1/_3$ von 5^0 der Breite des Mondes für die Planetentabellen nach dem Verhältnis $4^1/_3 : 5 = x : 60$ mit $x = 4^1/_3 \times 12$, d. i. mit 52′ gefunden. Ein bei dieser Umrechnung wiederkehrender Fehler wird Anm. 21. 2 a. E. nachgewiesen.

Argumentzahlen vom Apogeum		Saturn			Jupiter			Mars		
		Neigungswinkel vom		Sechzigstel	Neigungswinkel vom		Sechzigstel	Neigungswinkel vom		Sechzigstel
		nördl. Grenzpunkt	südl. Grenzpunkt		nördl. Grenzpunkt	südl. Grenzpunkt		nördl. Grenzpunkt	südl. Grenzpunkt	
6°	354°	2° 4′	2° 2′	59′36″	1° 7′	1° 5′	59′36″	0° 8′	0° 4′	59′36″
12	348	2 5	2 3	58 36	1 8	1 6	58 36	0 9	0 4	58 36
18	342	2 6	2 3	57 0	1 8	1 6	57 0	0 11	0 5	57 0
24	336	2 7	2 4	54 36	1 9	1 7	54 36	0 13	0 6	54 36
30	330	2 8	2 5	52 0	1 10	1 8	52 0	0 14	0 7	52 0
36	324	2 10	2 7	48 24	1 11	1 9	48 24	0 15	0 9	48 24
42	318	2 11	2 8	44 24	1 12	1 10	44 24	0 18	0 12	44 24
48	312	2 12	2 10	40 0	1 13	1 11	40 0	0 21	0 15	40 0
54	306	2 14	2 12	35 12	1 14	1 13	35 12	0 24	0 18	35 12
60	300	2 16	2 15	30 0	1 16	1 16	30 0	0 28	0 22	30 0
66	294	2 18	2 18	24 24	1 18	1 18	24 24	0 32	0 26	24 24
72	288	2 21	2 21	18 24	1 21	1 21	18 24	0 36	0 30	18 24
78	282	2 24	2 24	12 24	1 24	1 24	12 24	0 41	0 36	12 24
84	276	2 27	2 27	6 24	1 27	1 27	6 24	0 46	0 42	6 24
90	270	2 30	2 30	0 0	1 30	1 30	0 0	0 52	0 49	0 0
93	267	2 31	2 31	3 12	1 31	1 31	3 12	0 55	0 52	3 12
96	264	2 33	2 33	6 24	1 33	1 33	6 24	0 59	0 56	6 24
99	261	2 34	2 34	9 24	1 34	1 34	9 24	1 3	1 0	9 24
102	258	2 36	2 36	12 24	1 36	1 36	12 24	1 6	1 4	12 24
105	255	2 37	2 37	15 24	1 37	1 37	15 24	1 10	1 8	15 24
108	252	2 39	2 39	18 24	1 39	1 39	18 24	1 14	1 13	18 24
111	249	2 40	2 40	21 24	1 40	1 40	21 24	1 18	1 18	21 24
114	246	2 42	2 42	24 24	1 42	1 42	24 24	1 23	1 24	24 24
117	243	2 43	2 43	27 12	1 43	1 43	27 12	1 28	1 30	27 12
120	240	2 45	2 45	30 0	1 45	1 45	30 0	1 34	1 37	30 0
123	237	2 46	2 46	32 36	1 46	1 46	32 36	1 41	1 44	32 36
126	234	2 47	2 48	35 12	1 47	1 48	35 12	1 48	1 51	35 12
129	231	2 49	2 49	37 36	1 49	1 49	37 36	1 54	2 0	37 36
132	228	2 50	2 51	40 0	1 50	1 51	40 0	2 1	2 10	40 0
135	225	2 52	2 53	42 12	1 51	1 53	42 12	2 9	2 20	42 12
138	222	2 53	2 54	44 24	1 52	1 54	44 24	2 16	2 32	44 24
141	219	2 54	2 55	46 36	1 53	1 55	46 36	2 25	2 44	46 36
144	216	2 55	2 56	48 24	1 55	1 57	48 24	2 34	2 56	48 24
147	213	2 56	2 57	50 12	1 56	1 59	50 12	2 44	3 12	50 12
150	210	2 57	2 58	52 0	1 58	2 0	52 0	2 54	3 29	52 0
153	207	2 58	2 59	53 12	1 59	2 1	53 12	3 5	3 46	53 12
156	204	2 59	3 0	54 36	2 0	2 3	54 36	3 16	4 9	54 36
159	201	2 59	3 1	56 0	2 1	2 4	56 0	3 27	4 32	56 0
162	198	3 0	3 2	57 0	2 2	2 5	57 0	3 38	4 55	57 0
165	195	3 0	3 2	57 48	2 2	2 6	57 48	3 49	5 24	57 48
168	192	3 1	3 3	58 36	2 3	2 6	58 36	4 0	5 53	58 36
171	189	3 1	3 3	59 12	2 3	2 7	59 12	4 10	6 21	59 12
174	186	3 2	3 4	59 36	2 4	2 7	59 36	4 14	6 36	59 36
177	183	3 2	3 4	59 48	2 4	2 8	59 48	4 18	6 51	59 48
180	180	3 2	3 5	60 0	2 4	2 8	60 0	4 21	7 7	60 0

Argumentzahlen vom Apogeum		Venus			Merkur		
		Neigungswinkel	Schiefstände	Sechzigstel	Neigungswinkel	Schiefstände	Sechzigstel
6°	354°	1° 2′	0° 8′	59′36″	1°45′	0°11′	59′36″
12	348	1 1	0 16	58 36	1 44	0 22	58 36
18	342	1 0	0 25	57 0	1 43	0 33	57 0
24	336	0 59	0 33	54 36	1 40	0 44	54 36
30	330	0 57	0 41	52 0	1 36	0 55	52 0
36	324	0 55	0 49	48 24	1 30	1 6	48 24
42	318	0 51	0 57	44 24	1 23	1 16	44 24
48	312	0 46	1 5	40 0	1 16	1 26	40 0
54	306	0 41	1 13	35 12	1 8	1 35	35 12
60	300	0 35	1 20	30 0	0 59	1 44	30 0
66	294	0 29	1 28	24 24	0 49	1 52	24 24
72	288	0 23	1 35	18 24	0 38	2 0	18 24
78	282	0 16	1 42	12 24	0 26	2 7	12 24
84	276	0 8	1 50	6 24	0 16	2 14	6 24
90	270	0 0	1 57	0 0	0 0	2 20	0 0
93	267	0 5	2 0	3 12	0 8	2 23	3 12
96	264	0 10	2 3	6 24	0 15	2 25	6 24
99	261	0 15	2 6	9 24	0 23	2 27	9 24
102	258	0 20	2 9	12 24	0 31	2 28	12 24
105	255	0 26	2 12	15 24	0 40	2 29	15 24
108	252	0 32	2 15	18 24	0 48	2 29	18 24
111	249	0 38	2 17	21 24	0 57	2 30	21 24
114	246	0 44	2 20	24 24	1 6	2 30	24 24
117	243	0 50	2 22	27 12	1 16	2 30	27 12
120	240	0 59	2 24	30 0	1 25	2 29	30 0
123	237	1 8	2 26	32 36	1 35	2 28	32 36
126	234	1 18	2 27	35 12	1 45	2 26	35 12
129	231	1 28	2 29	37 36	1 55	2 23	37 36
132	228	1 38	2 30	40 0	2 6	2 20	40 0
135	225	1 48	2 30	42 12	2 16	2 16	42 12
138	222	1 59	2 30	44 24	2 27	2 11	44 24
141	219	2 11	2 29	46 36	2 37	2 6	46 36
144	216	2 23	2 28	48 24	2 47	2 0	48 24
147	213	2 43	2 26	50 12	2 57	1 53	50 12
150	210	3 3	2 22	52 0	3 7	1 46	52 0
153	207	3 23	2 18	53 12	3 17	1 38	53 12
156	204	3 44	2 12	54 36	3 26	1 29	54 36
159	201	4 5	2 4	56 0	3 34	1 20	56 0
162	198	4 26	1 55	57 0	3 42	1 10	57 0
165	195	4 49	1 42	57 48	3 48	0 59	57 48
168	192	5 13	1 27	58 36	3 54	0 48	58 36
171	189	5 36	1 9	59 12	3 58	0 36	59 12
174	186	5 52	0 48	59 36	4 2	0 24	59 36
177	183	6 7	0 25	59 48	4 4	0 12	59 48
180	180	6 22	0 0	60 0	4 5	0 0	60 0

I. Für den Saturn, den Jupiter und den Mars.

Nachdem wir mit der genauberechneten Länge in die Argumentzahlen der betreffenden Tabelle eingegangen sind, mit der Länge des Mars ohne weiteres, mit der des Jupiter nach Abzug von 20^0, mit der des Saturn unter Zusatz von 50^0, werden wir uns die in der fünften Spalte bei ihr stehenden Sechzigstel der Breite notieren.[21] Desgleichen gehen wir mit der genauberechneten Zahl der Anomalie in dieselben Argumentzahlen ein und entnehmen den zu ihr angesetzten Unterschied in Breite: wenn die genauberechnete Länge in den ersten 15 Zeilen steht, den in der dritten Spalte, wenn sie in den folgenden Zeilen steht, den in der vierten Spalte angesetzten. Diesen Betrag multiplizieren wir mit den (der fünften Spalte) entnommenen Sechzigsteln und werden den Planeten um die erhaltene Zahl nördlich der Ekliptik finden, wenn wir den Unterschied in Breite aus der dritten Spalte genommen haben, südlich, wenn aus der vierten.[22]

II. Für die Venus und den Merkur.

1. Zuerst gehen wir mit der genauberechneten Zahl der Anomalie in die Argumentzahlen der betreffenden Tabelle
Hei 588 ein und notieren uns die in der dritten und der vierten Spalte der Breite bei ihr stehenden Beträge getrennt, und
Ha 415 zwar die aus den dritten Spalten ohne weiteres, dagegen den Betrag aus der vierten Spalte des Merkur (vgl. S. 373, 16) mit Abzug von $^1/_{10}$ des Betrags, wenn die genauberechnete Länge in den ersten 15 Zeilen steht, und mit Zusatz von $^1/_{10}$, wenn in den darunterstehenden Zeilen.[a]

a) Im Apogeum (S. 372, 19) bleibt das Maximum des Schiefstandes $2^0 17'$ um $13'$, d. i. um $^1/_{10}$ des ganzen Betrags, hinter dem mit $2^1/_2{}^0$ angenommenen Mittel zurück, im Perigeum (S. 373, 7) überschreitet das Maximum $2^0 46'$ dieses Mittel um $16'$, also auch wieder um $^1/_{10}$ des ganzen Betrags. Zwischen größter und mittlerer Entfernung ist daher das Mittel um $^1/_{10}$ zu verkleinern, zwischen mittlerer und kleinster Entfernung um $^1/_{10}$ zu vergrößern.

2. Alsdann addieren wir zu der genauberechneten Länge jedesmal bei der Venus 90°, bei dem Merkur 270°, ziehen, wenn es geht, einen Kreis (d. s. 360°) ab und gehen mit dem Ergebnis[21] in dieselben Argumentzahlen ein. So viel Sechzigstel, als in der fünften Spalte bei der Argumentzahl stehen, nehmen wir nun von den aus der dritten Spalte notierten Beträgen und stellen das Ergebnis fest. Dasselbe gibt an:

A. wenn die mit dem angegebenen Zusatz versehene Länge in den ersten 15 Zeilen steht,

a) südliche Breite, wenn die Zahl der genauberechneten Anomalie in den ersten 15 Zeilen steht;

b) nördliche Breite, wenn in den folgenden;

B. wenn die besagte Zahl der Länge unter die ersten 15 Zeilen fällt:

a) nördliche Breite, wenn die Zahl der genauberechneten Anomalie in den ersten 15 Zeilen steht;

b) südliche Breite, wenn in den folgenden.

3. Ferner gehen wir wieder mit der genauberechneten Länge bei der Venus ohne weiteres, bei dem Merkur unter Zusatz von 180° in dieselben Argumentzahlen ein[21], nehmen so viel Sechzigstel, als in der fünften Spalte dabeistehen, von den aus der vierten Spalte notierten Beträgen und stellen das Ergebnis fest. Dasselbe gibt an: Hel 58

A. wenn die Länge, mit der wir nach Vorschrift eingegangen sind, in die ersten 15 Zeilen fällt,

a) nördliche Breite, wenn die genauberechnete Zahl der Anomalie bis 180° geht; Ha 41

b) südliche Breite, wenn über 180°;

B. wenn die besagte Zahl der Länge unter die ersten 15 Zeilen fällt,

a) südliche Breite, wenn die Zahl der Anomalie bis 180° geht;

b) nördliche Breite, wenn über 180°.

Schließlich nehmen wir von ebendiesen Sechzigsteln, die bei dem zweiten (zu 3 bewirkten) Eingehen mit der Länge

gefunden worden waren, denselben Bruchteil, der sie selbst von 60 waren, und werden von dem Ergebnis bei der Venus $^1/_6$, was stets auf nördliche, und bei dem Merkur $^3/_4$ davon, was stets auf südliche Breite entfällt[a], noch in Ansatz bringen.

So werden wir bei diesen Planeten aus der Vereinigung der drei Ansätze zur Kenntnis des scheinbaren Ortes in Breite zur Ekliptik gelangen.[22]

Siebentes Kapitel.

Heliakische Auf- und Untergänge der fünf Planeten.

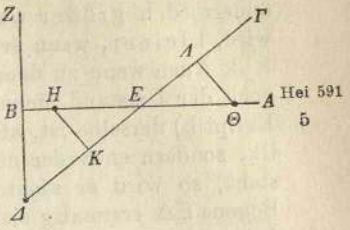
Hei 590 Nachdem vorher auch die Abweichung der fünf Planeten in Breite eingehend behandelt worden ist, bleiben zur Erfüllung unserer Aufgabe nur noch die theoretischen Erörterungen übrig, welche über ihre heliakischen Auf- und Untergänge angestellt werden müssen.

Wie wir schon bei dem Kapitel von den Fixsternen (S. 87) besprochen haben, müssen (auch) die Abstände der Planeten von der Sonne, in der Ekliptik gemessen, bei ihren heliakischen Auf- und Untergängen aus vielen Gründen mannigfach ungleich werden. Der erste Grund liegt in der Ungleichheit ihrer Größen, der zweite in der Ungleichförmig-
Ha 417 keit der Neigungswinkel, welche die Ekliptik mit dem Horizont bildet, der dritte in den Positionen der Planeten in Breite.

Denken wir uns wieder Abschnitte größter Kreise, AB als einen des Horizonts, ΓΔ als solchen der Ekliptik, und nehmen wir den Punkt E als gemeinsamen östlichen oder auch westlichen Schnittpunkt dieser Abschnitte an, die Punkte Γ und A mit der Neigung nach Süden[b], Punkt Δ

a) Insofern bei der Venus $^1/_6{}^\circ$ das Maximum des Neigungswinkels des Exzenters ist, der stets nördlich der Ekliptik liegt, während bei dem Merkur das Maximum des stets südlich der Ekliptik liegenden Neigungswinkels $^3/_4{}^\circ$ beträgt. Zur Begründung des Verfahrens s. Anm. 22. 2 a. E.

b) So daß beide Punkte auf denselben Höhenkreis zu liegen kommen.



als das Zentrum der Sonne. Durch letzteren und den Pol des Horizonts beschreiben wir wieder den Abschnitt ΔBZ eines größten (Höhen-) Kreises und wollen annehmen, daß der Planet im Horizont AEB, wenn er in der Ekliptik steht, natürlich in Punkt E auf- oder untergehe, wenn nördlich der Ekliptik, in H, wenn südlich, in Θ. Fällen wir auf die Ekliptik von den Punkten H und Θ aus die Lote HK und ΘΛ, so werden wir in BΔ wieder den (Sehungs-) Bogen erhalten, welcher den jederzeit gleichgroßen Abstand der Sonne unter dem Horizont mißt, wenn derselbe Planet (bei dem Aufgang) erstmalig sichtbar oder (bei dem Untergang) erstmalig unsichtbar wird. Denn auf den so (d. i. senkrecht) zum Horizont gezogenen größten Kreis bezogen, ist der lichte Schein, den die Sonnenstrahlen bei gleichgroßen unter den Horizont sich erstreckenden Abständen (wie BΔ) verbreiten, gleichstark. Hei 591 5

1. Da dieser Bogen (BΔ) für die Planeten je nach Ungleichheit ihrer Größe natürlicherweise ungleich groß ausfällt, so müssen unbedingt, auch wenn die übrigen Verhältnisse (wie Neigung der Ekliptik, Klarheit der Luft) alle dieselben sind, auch die den rechten Winkel (EBΔ) überspannenden Ekliptikbogen, d. h. die dem Bogen EΔ entsprechenden Abstände (der Sonne), verschieden groß sein, kleiner natürlich bei den größeren Planeten und größer bei den kleineren.[a] Hei 592 Ha 418

2. Desgleichen muß, auch wenn der (Sehungs-) Bogen BΔ bei dem nämlichen Planeten derselbe ist, aber der Neigungswinkel BEΔ der Ekliptik, sei es infolge des Unterschieds der Zeichen oder der Wohnorte, ungleich wird, auch der (Ekliptik-) Bogen EΔ des Abstandes (der Sonne) sich

a) D. h. je größer der Sehungsbogen BΔ, um so größer wird der Abstand EΔ bei gleichem ∠ BEΔ.

ändern, d. h. größer werden, wenn besagter Winkel kleiner wird, kleiner, wenn er größer wird.[a]

3. Auch wenn zu dem an erster Stelle besprochenen Fall noch der Umstand hinzutritt, daß der Neigungswinkel (der Ekliptik) derselbe ist, aber der Planet nicht in der Ekliptik, sondern entweder nördlicher in H oder südlicher in Θ steht, so wird er nicht mehr im Abstand des (Ekliptik-) Bogens EΔ erstmalig sichtbar oder unsichtbar werden, sondern, wenn nördlich der Ekliptik, im Abstand des kleineren Bogens KΔ, wenn südlich, im Abstand des größeren Bogens ΔEΛ.[b]

Es ist mithin für die Betrachtung der Einzelfälle notwendig, daß zuerst für jeden der fünf Planeten die Normal-
Hei 593 beträge der (Sehungs-) Bogen BΔ nach den mit einiger Sicherheit beobachteten heliakischen Aufgängen gegeben seien. Das dürften die Sommerbogen sein, d. h. die am Krebs liegenden, weil erstens in dieser Jahreszeit die Atmosphäre dünn und durchsichtig ist, und weil zweitens die Neigungswinkel (wie BEΔ), welche die Ekliptik mit den Horizonten bildet, von angemessener Größe sind. So fanden wir denn, als wir die unter diesen Verhältnissen angestellten Beob-
Ha 419 achtungen der Aufgänge prüften, daß am Anfang des Krebses der Saturn in einem Abstand von der genauen Sonne von rund 14^0 (heliakisch) aufgeht, der Jupiter in einem Abstand von $12^3/_4{}^0$, der Mars in einem solchen von $14^1/_2{}^0$, die Venus als Abendstern in einer Elongation von $5^2/_3$, der Merkur als Abendstern in einer solchen von $11^1/_2{}^0$.[c]

Diese Abstände (von der Sonne) sollen gegeben sein. Die Figur kann weiter in derselben Gestalt (d. h. geradlinig)

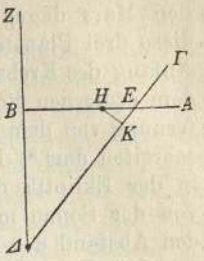
---

a) D. h. je größer der ∠ BEΔ, um so kleiner wird der Abstand EΔ bei gleichem Sehungsbogen BΔ.

b) D. h. je größer die nördliche Breite des Planeten, um so kleiner wird sein in der Ekliptik gemessener Abstand ΔK von der Sonne, je größer die südliche, um so größer sein Abstand ΔΛ, wenn der Sehungsbogen BΔ und ∠ BEΔ gleichgroß bleiben.

c) Während die in der Tabelle (S. 394) zum Krebs angegebenen Abstände für die übrigen Planeten annähernd stimmen, beträgt dort der Abstand für den Merkur $12^0 22'$.

gezeichnet sein, wie oben, weil es bei so kleinen Bogen nichts ausmachen wird, wenn wir aus praktischen Rücksichten die Verhältnisse unter der Annahme feststellen, daß die unterspannenden Sehnen für die sinnliche Wahrnehmung unterschiedslos (von den sie überspannenden Bogen) seien. Der Punkt E soll als gemeinsamer Schnittpunkt der Ekliptik und des Horizonts bei den vorliegenden heliakischen Aufgängen am Anfang des Krebses liegen, und zwar als Aufgangspunkt für die drei am Morgen erstmalig sichtbar werdenden Planeten, für den Saturn, den Jupiter und den Mars, als Untergangspunkt natürlich (s. nächste Figur) für die am Abend heliakisch aufgehenden, für die Venus und den Merkur. Als geographische Breite soll die von Phönizien zugrunde gelegt sein, wo der längste Tag Hei 594
$14^1/_4$ Äquinoktialstunden hat, weil auf diesem Parallel oder beiderseits desselben die meisten zuverlässigen Beobachtungen gemacht worden sind, nahezu auf ihm die chaldäischen, beiderseits desselben die in Griechenland und in Ägypten angestellten.



A. Die drei oberen Planeten.

Nach der von uns früher (I 110f.) mitgeteilten Berechnung der (von der Ekliptik am Horizont gebildeten) Winkel finden wir, wenn der Anfang des Krebses in der zugrunde gelegten Breite aufgeht, daß

$$\angle\, BE\Delta = 103^\circ \text{ wie } 2R = 360^\circ,^{a)}$$

demnach $B\Delta : BE = 94^p : 75^p$ wie $h\,E\Delta = 120^p$,

desgleichen $KH : KE = 94^p : 75^p$ wie $h\,EH = 120^p$. Ha 420

Weiter finden wir nach der Darstellung der Verhältnisse 31
in Breite den Saturn und den Jupiter unterschiedslos für die sinnliche Wahrnehmung nahezu in der Ekliptik selbst,

a) Als Peripheriewinkel des um Δ EBΔ beschriebenen Kreises, wozu der Komplementwinkel $B\Delta E = 77^\circ$ wie $2R = 360^\circ$.

Hei 595 den Mars dagegen etwa $^1/_5{}^0$ nördlich der Ekliptik, wenn diese drei Planeten, und zwar nur diese, ihren Aufgang am Anfang des Krebses bewerkstelligen, d. h. wenn ihr Ort auf dem erdfernen Bogen des Epizykels in einer beliebigen Entfernung von dem Apogeum liegt, die jedoch 30^0 nicht überschreiten darf.[a] Deshalb wird ΔE der Bogen sein, welcher in der Ekliptik den Abstand des Saturn und des Jupiter von der Sonne messen wird, und ΔK der Bogen, welcher den Abstand des Mars von der Sonne messen wird, weil er um den Bogen KH, welcher $0^0 12'$ beträgt, nördlich der Ekliptik steht.

Da aber $KH : KE = 94^p : 75^p$,

$(0^0 12' : x = 94^p : 75^p)$

so wird $KE = 0^0 10'$.

Nun ist für den Mars (S. 382, 25) der Bogen ΔK mit $14^1/_2{}^0$ gegeben, folglich ist der ganze Bogen $E\Delta = 14^0 40'$.

Für den Saturn beträgt (a. a. O.) dieser Bogen $E\Delta$ 14^0, für den Jupiter $12^3/_4$. Da wir wieder das Verhältnis haben

$$E\Delta : \Delta B = 120^p : 94^p,$$

so werden wir auch den Bogen ΔB des durch die Pole des Horizonts gezogenen größten Kreises (d. i. den Sehungsbogen) erhalten

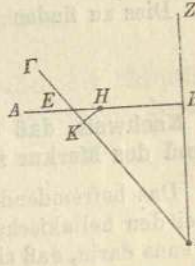
für den Saturn mit $(14 \times 94 : 120 = \text{rund})$ 11^0,
für den Jupiter mit $(12^3/_4 \times 94 : 120 = \text{rund})$ 10^0,
für den Mars mit $(14^2/_3 \times 94 : 120 = \text{rund})$ $11^1/_2{}^0$.

---

a) Daß die drei Planeten in dieser Entfernung von den Apogeen ihrer Epizyklen sich in Konjunktion mit der mittleren Sonne befinden, ist S. 173, 25 erklärt. Nahezu in der Ekliptik selbst stehen der Saturn und der Jupiter, weil ihre Epizyklen am Anfang des Krebses 90° vom nördlichen Grenzpunkt ihrer Exzenter, der am Anfang der Scheren liegt, entfernt sind. Ihre Epizyklen stehen somit in den Knotenpunkten (vgl. S. 326, 1), während der Epizykel des Mars ein Zeichen vor dem nördlichen Grenzpunkt des Exzenters steht, wo bei etwa 30° Entfernung vom Apogeum des Epizykels (nach der Tabelle S. 376) die nördliche Breite $0^0 12' 8''$ beträgt.

B. Die Venus und der Merkur.

Wenn der Anfang des Krebses untergeht, bildet er im Horizont (s. I 107, 12) denselben Neigungswinkel wie oben. Als Voraussetzung gilt (S. 382, 26), daß an dieser Stelle der Ekliptik die Venus am Abend (beobachtungsgemäß) mit Ha 421 $5^2/_3{}^0$ Elongation von der genauen Sonne heliakisch aufgeht, 6 der Merkur mit $11^1/_2{}^0$ Elongation. Folglich wird bei den (heliakischen) Aufgängen die genaue Sonne für die Venus in ♈ 24°20′ und für den Merkur in ♈ 18°30′ stehen, die Hei 596 mittlere für die Venus in ♈ 25°, für den Merkur rund in 10 ♈ 19°.[a] In diesen Graden stand also die mittlere Bewegung der Planeten in Länge (d. h. der Mittelpunkt ihrer Epizyklen). Wenn aber bei dieser Länge die Planeten selbst ihren scheinbaren Ort am Anfang des Krebses haben, so wird die Venus in etwa 14° Entfernung von dem Apogeum des 15 Epizykels gefunden, der Merkur in etwa 32° Entfernung. Der Beweis hierfür läßt sich an der Hand der theoretischen Sätze liefern, welche wir früher (S. 257, 18) zum Nachweis ihrer Anomalie mitgeteilt haben.[23] Demgemäß wird in diesen Positionen (nach den Tabellen der Breite berechnet) die Venus 1° und der Merkur $1^2/_3{}^0$ nördlich der Ekliptik gefunden, was natürlich der Betrag des Bogens KH ist. Mithin erhalten wir den Bogen KE wegen Identität des Verhältnisses



20

25

$$KH : KE = 94^p : 75^p$$

$$\text{mit} \left\{ \begin{array}{ccc} 1^0 & : & {}^3/_4{}^0 \\ 1^2/_3{}^0 & : & 1^1/_3{}^0 \end{array} \right\} = 94^p : 75^p$$

30

für die Venus mit $({}^{75}/_{94} = \text{rund})$ ${}^3/_4{}^0$,
für den Merkur mit $(1^2/_3{}^0 \times 75 : 94 =) 1^1/_3{}^0$.

a) Die Anomalie der Sonne (I 182) bedingt zum genauen Ort ♈ 24°20′ (d. i. bei 18°50′ Entfernung vom Apogeum ♉ 5°30′) für den mittleren Ort einen Zusatz von 0°44′, zum genauen Ort ♈ 18°30′ (d. i. bei 13° Entfernung) für den mittleren Ort einen Zusatz von 0°30′. Vgl. I Anh. Anm. 24.

Nun liegt in demselben Maße der Bogen ΔK, d. i. die scheinbare Elongation beider Planeten von der Sonne, für die Venus mit $5^2/_3{}^0$ und für den Merkur mit $11^1/_2{}^0$ als ge-
Hei 597 geben vor; mithin werden wir den ganzen Bogen ΔKE für
5 die Venus mit $6^2/_5{}^{a)}$ und für den Merkur mit $12^5/_6{}^0$ erhalten.

Schließlich erhalten wir wieder den zahlenmäßigen Betrag des Normalabstandes (d. i. des Sehungsbogens) ΔB wegen Identität des Verhältnisses

Ha 422
11
$$E\Delta : \Delta B = 120^p : 94^p$$
$$\text{mit} \left\{ \begin{matrix} 6^2/_5{}^0 : 5^0 \\ 12^5/_6{}^0 : 10^0 \end{matrix} \right\} = 120^p : 94^p$$

für die Venus mit $(6^2/_5 \times 94 : 120 =) 5^0$,
für den Merkur mit $(12^5/_6 \times 94 : 120 =) 10^0$.

15 Dies zu finden war als Aufgabe gestellt.

Achtes Kapitel.

Nachweis, daß das eigenartige Verhalten der Venus und des Merkur mit den Hypothesen in Einklang steht.

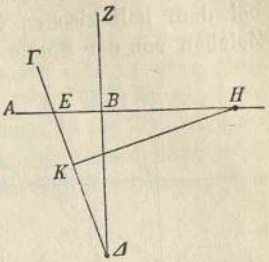
Das befremdende Verhalten der Venus und des Merkur bei den heliakischen Auf- und Untergängen besteht bei der Venus darin, daß sie am Anfang der Fische vom heliakischen Spätuntergang bis zum heliakischen Frühaufgang höchstens
20 etwa zwei Tage braucht, während diese Zeit am Anfang der Jungfrau sich auf 16 Tage beläuft, bei dem Merkur darin, daß die heliakischen Spätaufgänge ausbleiben, wenn er am Anfang des Skorpions sichtbar werden müßte, und
Hei 598 ebenso die heliakischen Frühaufgänge, wenn er am Anfang
25 des Stiers steht. Daß dieses eigenartige Verhalten im Einklang mit den vorgelegten Hypothesen steht, werden wir auf folgendem Wege begreifen lernen.

---

a) $5^2/_3{}^0 + {}^3/_4{}^0 = 6^5/_{12}{}^0$ oder $6^0 25'$, während $6^2/_5{}^0 = 6^0 24'$ eine Minute weniger beträgt.

A. Die Venus.

I. Es sei die entsprechende Figur der heliakischen Aufgänge vorgelegt wie vorher.[a] Zuerst sei der Punkt E der Ekliptik am Anfang der Fische angenommen, wo die Venus, wenn sie im Perigeum des Epizykels steht, etwa $6\frac{1}{3}^0$ nördliche Breite hat.[b]



Ha 423
11

1. Die Lage an der Figur soll die des heliakischen Spätuntergangs sein, bei welchem in der (S. 383, 16) zugrunde gelegten geographischen Breite

$$\angle BE\Delta = 154^0 \text{ wie } 2R = 360^0,^c)$$

mithin $B\Delta : BE = 117^p : 27^p$ wie $h\,E\Delta = 120^p$. 15

Setzt man $B\Delta = 5^0$ als den Normalabstand,

so wird $E\Delta = 5^0 8'$.

Ferner ist, weil der Planet $6\frac{1}{3}^0$ nördlich der Ekliptik steht, was die Größe des Bogens KH ist, wegen der Identität der Verhältnisse Hei 599 20

$$\left.\begin{matrix} KH : KE \\ 6\frac{1}{3}^0 : 1^0 30' \end{matrix}\right\} = 117^p : 27^p$$

mithin $KE = 1^0 30'$,

folglich $K\Delta = E\Delta - KE = 3^0 38'$.

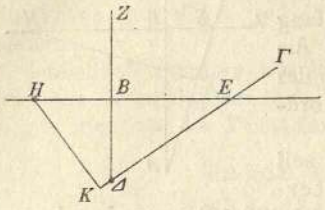
---

a) Die zum Teil fehlerhaften Figuren des Originals sind durch Figuren ersetzt worden, welche annähernd die richtigen Verhältnisse zeigen. Ob eine Figur die Sonne in Punkt Δ unter dem östlichen oder dem westlichen Horizont zeigt, ist an der Richtung des aufsteigenden oder niedersteigenden Ekliptikbogens EΔ zu erkennen.

b) Am Anfang der Fische beträgt die genauberechnete Länge $277^0 22'$, die genauberechnete Anomalie $177^0 38'$. Geht man mit diesen Grundzahlen in die Tabelle der Breite nach Vorschrift ein, so erhält man die gesuchte nördliche Breite mit rund $6^0 20'$. Vgl. die Figur zu Anm. 17.

c) Zu berechnen als der mit dem Horizont gebildete Winkel, wenn der Anfang der Fische untergeht, nach I 110f

Das ist der Bogen, welcher die Elongation des Planeten bei dem heliakischen Spätuntergang in der Richtung der Zeichen von der Sonne ab (nach Osten zu) mißt.



2. An der ähnlichen Figur ist wieder bei dem heliakischen Frühaufgang

$$\angle BE\Delta = 69^0$$
wie $2R = 360^0$,
mithin $B\Delta : BE = 68^p : 99^p$
wie $h\,E\Delta = 120^p$.

Ferner ist wegen Identität der Verhältnisse

$$\text{einerseits} \left\{ \begin{matrix} B\Delta : E\Delta \\ 5^0 : 8^0 49' \end{matrix} \right\} = 68^p : 120^p,$$

$$\text{anderseits} \left\{ \begin{matrix} KH : KE \\ 6\tfrac{1}{8}^0 : 9^0 13' \end{matrix} \right\} = 68^p : 99^p,^{a)}$$

mithin $E\Delta = 8^0 49'$ und $KE = 9^0 13'$,
folglich $\Delta K = KE - E\Delta = 0^0 24'$.

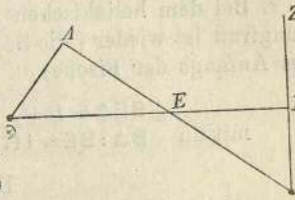
Hiermit erhalten wir KE als den Bogen des Unterschieds infolge der Breite[b)] und in der Differenz ΔK einen Bogen, welcher selbstverständlich von der Sonne ab in der Richtung der Zeichen (d. i. ostwärts) verläuft.

Nun betrug bei dem heliakischen Spätuntergang die Elon- Hei 600 gation (von der Sonne in der Ekliptik gemessen) gleichfalls in der Richtung der Zeichen $3^0 38'$. Folglich hat die Ha 424 Venus in der Zeit vom Spätuntergang bis zum Frühaufgang infolge der auf dem Epizykel vor sich gehenden Rückläufigkeit (in der Ekliptik) eine Strecke zurückgelegt, welche um $3^0 14'$ kleiner ist als die (mittlere) Bewegung der Sonne,

a) In $\triangle EB\Delta$ handelt es sich um das Verhältnis der dem $\angle BE\Delta = 69^0$ wie $2R = 360^0$ gegenüberliegenden Kathete zur Hypotenuse, in $\triangle EKH$ um das Verhältnis der demselben Winkel gegenüberliegenden Kathete zu der dem Komplementwinkel $EHK = 111^0$ wie $2R = 360^0$ gegenüberliegenden Kathete.

b) Hätte die Venus keine Breite, so würde ihr Aufgangspunkt E, d. i. $\gtrless 0^0$, mit dem Sonnenabstand $E\Delta$ sein.

d. i. als ihre eigene (mittlere) Bewegung in Länge. Gerade um diesen Betrag ist der Planet rückläufig, wenn er im Perigeum des Epizykels $1^0 15'$ zurückgelegt hat, wie aus der Anomalietabelle leicht zu ersehen ist.[24] Da er aber diese Strecke (nach der Tafel III^b S. 115: $1^0 13' 58''$) in mittlerer Bewegung in rund 2 Tagen durchläuft, so ist klar, daß die Zeit, in welcher die Elongation von der gefundenen Größe (d. i. von $0^0 24'$) erreicht wird, mit den Erscheinungen in Einklang steht.



II. An der ähnlichen Figur sei der Punkt E am Anfang der Jungfrau angenommen, wo der Planet Venus, wenn er im Perigeum des Epizykels steht, ungefähr die nämliche südliche Breite von $6^1/_3{}^0$ hat.[a]

1. Es soll zunächst der heliakische Spätuntergang betrachtet werden, wenn

$$\angle BE\Delta = 69^0 \quad \text{wie } 2R = 360^0,$$
$$\text{mithin } B\Delta : BE = 68^p : 99^p \quad \text{wie } h E\Delta = 120^p.$$

Da dieselben Verhältnisse vorliegen wie bei dem heliakischen Frühaufgang der Fische[b], auch der Abstand in Breite derselbe ist, so werden wir wieder (wie S. 388, 15) erhalten Hei 601

$$E\Delta = 8^0 49' \text{ und } \Lambda E = 9^0 13',$$
$$\text{folglich } \Delta\Lambda = E\Delta + \Lambda E = 18^0 2'. \qquad \text{Ha 425}$$

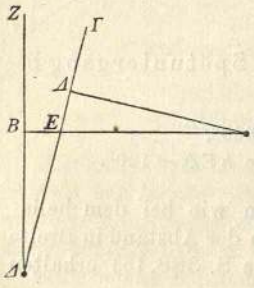
a) Bei 95° Entfernung in Länge vom Apogeum ♉ 25° und bei dem Stande des Planeten im 180. Grad des Epizykels, d. i. in der unteren Konjunktion. Vgl. die Figur zu Anm. 17.

b) Der südlich der Ekliptik (d. i. unter dem Horizont) gelegene Untergangswinkel des Anfangs der Jungfrau ist gleich dem nördlich der Ekliptik (d. i. gleichfalls unter dem Horizont) gelegenen Aufgangswinkel des Anfangs der Fische (S. 388, 7), weil in diametral gegenüberliegenden Punkten der (unter dem Horizont gelegene) Aufgangswinkel (der Fische) und der (über dem Horizont gelegene) Untergangswinkel (der Jungfrau) in Summa gleich $2R$ ist. Siehe I 108, 9.

Hiermit erhalten wir ΛE als den Bogen des Unterschieds infolge der Breite[a] und ΔΛ als den Bogen, welcher die Elongation des Planeten von der Sonne ab in der Richtung der Zeichen (nach Osten) mißt. Nach der Anomalietabelle, wie (S. 389, 3) gesagt, entfallen auf so viel Grade der Rückläufigkeit gegen die mittlere Bewegung der Sonne und des Planeten in Länge ungefähr $7^1/_2{}^0$ von dem Perigeum des Epizykels ab.[24]

2. Bei dem heliakischen Frühaufgang am Anfang der Jungfrau ist wieder (wie S. 387, 14 bei dem Spätuntergang des Anfangs der Fische)

$$\angle BE\Delta = 154^0 \text{ wie } 2R = 360^0,$$
$$\text{mithin } B\Delta : BE = 117^p : 27^p \text{ wie } hE\Delta = 120^p.$$



Da sich wieder dieselben Verhältnisse herausstellen wie die bei dem heliakischen Spätuntergang der Fische dargelegten, so werden wir wieder (wie S. 387, 17. 23) erhalten

$$E\Delta = 5^0 8' \text{ und } \Lambda E = 1^0 30',$$
$$\text{folglich } \Delta\Lambda = E\Delta + \Lambda E = 6^0 38'.$$

Hiermit erhalten wir ΛE als den Bogen des Unterschieds infolge der Breite und ΔΛ als den Bogen, welcher die Elongation des Planeten von der Sonne ab gegen die Richtung der Zeichen (nach Westen) mißt. Auf diese Hei 602 $6^0 38'$ entfallen gleicherweise von dem Perigeum des Epizykels ab ungefähr $2^1/_2{}^0$.[24]

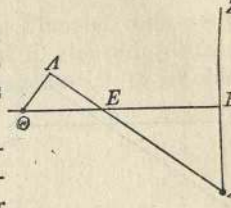
Folglich wird sich der Planet Venus vom heliakischen Spätuntergang bis zum Frühaufgang im ganzen ($7^1/_2{}^0 + 2^1/_2{}^0 =$) 10^0 auf dem Epizykel bewegt haben, d.i. eine Strecke, welche er in den rund 16 Tagen, um die es sich handelt, im Einklang mit den Erscheinungen durchwandert.

a) Ohne Breite würde die Venus in E, d. i. in ♍ 0°, mit dem Sonnenabstand EΔ stehen.

B. Der Merkur.

Nachdem diese Nachweise geführt sind, müssen auch die theoretischen Erörterungen der Verhältnisse angestellt werden, welche bei den ausbleibenden heliakischen Aufgängen des Merkur maßgebend sind.

1. Am Anfang des Skorpions kann er, auch wenn er die größte östliche Elongation von der Sonne hat, als Abendstern nicht sichtbar werden.



Es sei die für die heliakischen Aufgänge (des Merkur am Abend) maßgebende Figur vorgelegt, an welcher der Punkt E der Ekliptik am Anfang des Skorpions angenommen sein soll, wo in dem westlichen Horizont

Ha 426

$$\angle BE\Delta = 69^0 \quad \text{wie } 2R = 360^0,^{a)}$$

mithin $B\Delta : BE = 68^p : 99^p$ wie $h\,E\Delta = 120^p$.

Setzt man $B\Delta = 10^0$ als den Normalabstand, (S. 386, 14) Hei 603

so wird $E\Delta = 17^0 39'$.[b)]

Nun hat der Planet in der vorliegenden Position[c)] rund 3^0 südliche Breite. Setzt man bei den gegebenen Verhältnissen ($\Lambda\Theta : \Lambda E = 68^p : 99^p$ wie $h\,E\Theta = 120^p$) $\Lambda\Theta$ gleich 3^0 als südliche Breite, so wird

$$\Lambda E = 4^0 22' \text{ und } \Delta\Lambda = E\Delta + \Lambda E = 22^0.$$

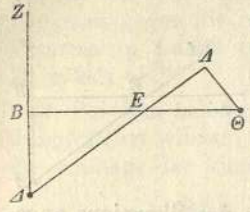
So große (östliche) Elongation muß der Planet von der genauen Sonne haben, um erstmalig (am Abend) sichtbar werden zu können. Da er nun am Anfang des Skorpions als Maximum eine (östliche) Elongation von nur $20^0 58'$

a) Weil die Untergangswinkel, welche in den von demselben Nachtgleichenpunkt gleichweit entfernten ersten Graden des Skorpions und der Jungfrau (S. 389, 19) gebildet werden, einander gleich sind. Siehe I 107, 12.

b) Zunächst erhält man $BE = 14\frac{1}{2}^0$, sodann $E\Delta = \sqrt{B\Delta^2 + BE^2}$.

c) D. i. bei 20^0 Entfernung vom Apogeum $\triangleq 10^0$ und bei der größten östlichen Elongation, die ungefähr im 108. Grad des Epizykels eintritt.

von der genauen Sonne erreicht — das ist von uns früher (S. 322,4) bei Ermittelung der größten Elongationen nachgewiesen worden —, so ist klar, daß die heliakischen Aufgänge dieser Art (bei so unzureichender Elongation) naturgemäß ausbleiben.



Ha 427

2. Es sei wieder die ähnliche Figur der heliakischen Aufgänge vorgelegt, an der wir nun den Punkt E am Anfang des Stiers zur Zeit des Frühaufgangs annehmen wollen, wenn der Planet der gegebenen Position[a] entsprechend eine südliche Breite von $3^0 10'$ hat. Da die Verhältnisse der um den rechten Winkel liegenden Bogen dieselben sind[b] wie oben (S. 391, 16), so erhalten wir

$$E\Delta = 17^0 39'.$$

Setzt man $\Lambda\Theta = 3^0 10'$ als Breite,
so wird $\Lambda E = 4^0 37'$, (weil $\Lambda\Theta : \Lambda E = 68^p : 99^p$)
folglich $\Delta\Lambda = E\Delta + \Lambda E = 22^0 16'$.

Demnach wird auch hier der Planet eine so große (westliche) Elongation von der genauen Sonne erreichen müssen,
Hei 604 um erstmalig (am Morgen) sichtbar zu werden. Da er aber eine größere (westliche) Elongation als die früher (S. 324, 6) im Maximum mit $22^0 13'$ nachgewiesene nicht erreicht, so werden naturgemäß auch die heliakischen Aufgänge dieser Art (bei so unzureichender Elongation) ausbleiben.

Hiermit sind die vorgelegten Verhältnisse von uns als mit den Erscheinungen und den aufgestellten Hypothesen im Einklang stehend nachgewiesen.

---

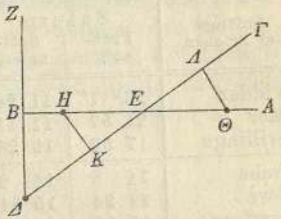
a) D. i. bei 200° Entfernung von dem Apogeum ♎ 10° und bei größter westlicher Elongation, die ungefähr im 252. Grade des Epizykels eintritt.

b) Weil der Anfang des Stiers dem Anfang des Skorpions diametral gegenüberliegt. Vgl. S. 389 Anm.[b]

Neuntes Kapitel.

Schlüssel zur Bestimmung der Elongationen von der Sonne bei den heliakischen Auf- und Untergängen von Fall zu Fall.

Wenn die Normalbogen BΔ für alle Planeten festgestellt sind, wenn ferner der im Schnittpunkt E stehende Anfang der Zeichen und somit auch ∠ BEΔ gegeben ist, so ist ohne weiteres klar, daß auch der (Ekliptik-)Bogen EΔ und der bei diesem Abstand dem Planeten zukommende Ort in Breite, d. i. der Bogen KH oder ΛΘ, hierdurch wieder der Bogen KE oder EΛ (als Unterschied infolge der Breite) gegeben sein wird, und endlich mit dem Bogen ΔK oder ΔΛ (als Differenz oder Summe) die scheinbare Elongation.



Nachdem wir auf diesem Wege wieder die Berechnung für alle Zeichen durchgeführt haben, jedoch, um unserem Handbuch keine zu große Ausdehnung zu verleihen, für jeden der fünf Planeten, weil dies vollständig genügt, lediglich für die oben (S. 383, 16) zugrunde gelegte geographische Breite, haben wir die scheinbaren Elongationen von der genauen Sonne bei den heliakischen Auf- und Untergängen unter der Annahme angesetzt, daß die Planeten selbst an den Anfängen (d. i. im ersten Grade) der Zeichen stehen. Auch diese Elongationen haben wir zur Bequemlichkeit beim Gebrauch für die fünf Planeten in fünf Tabellen angeordnet, so daß auf jeden 12 Zeilen entfallen. Ha 428 Hei 605

Die drei ersten Tabellen, die für den Saturn, den Jupiter und den Mars, haben wir zu je drei Spalten aufgestellt: die erste Spalte enthält die Anfänge der Zeichen, die zweite die Elongationen bei den Frühaufgängen, die dritte die Elongationen bei den Spätuntergängen.

Dagegen haben wir die weiteren beiden Tabellen, die für die Venus und den Merkur, zu je fünf Spalten aufgestellt:

die erste Spalte enthält wieder die Anfänge der Zeichen, die zweite die Elongationen bei den Spätaufgängen, die dritte die bei den Spätuntergängen, hierauf die vierte die Elongationen bei den Frühaufgängen, die fünfte die bei den Früh-
5 untergängen.

Zehntes Kapitel.

Tabellen der heliakischen Auf- und Untergänge der fünf Planeten.

Ha 430
Hei 606

Anfänge der Zeichen	Saturn		Jupiter		Mars	
	Früh-aufg.	Spät-unterg.	Früh-aufg.	Spät-unterg	Früh-aufg.	Spät-unterg.
Widder	23° 1′	11°28′	20°10′	10°19′	21°12′	11°40′
Stier	21 57	11 41	19 6	10 29	20 8	11 48
Zwillinge	17 52	12 26	15 51	11 10	17 21	12 30
Krebs	14 2	14 2	12 46	12 46	14 33	14 33
Löwe	11 34	15 34	10 40	14 31	12 28	17 19
Jungfrau	10 53	16 53	10 1	16 12	11 46	20 5
Wage	10 48	17 6	9 57	16 34	11 38	21 1
Skorpion	10 53	16 53	10 1	16 12	11 48	20 19
Schütze	11 34	15 34	10 40	14 31	12 34	17 32
Steinbock	14 2	14 2	12 46	12 46	14 45	14 45
Wassermann	17 52	12 26	15 51	11 10	17 35	12 36
Fische	21 57	11 41	19 6	10 29	20 26	11 49

Anfänge der Zeichen	Venus				Merkur			
	Spät-aufg.	Spät-unterg.	Früh-aufg.	Früh-unterg.	Spät-aufg.	Spät-unterg.	Früh-aufg.	Früh-unterg.
Widder	5°10′	4° 9′	3° 0′	10°28′	9°58′	9°43′	23°58′	23°38′
Stier	5 8	4 16	6 16	9 40	10 4	10 15	22 15	22 15
Zwillinge	5 12	5 7	9 15	7 36	10 18	11 47	18 0	16 44
Krebs	5 36	8 23	9 50	5 59	12 22	15 34	14 4	12 30
Löwe	6 16	13 3	8 2	5 5	13 43	19 59	11 25	10 21
Jungfrau	7 22	18 2	6 38	4 54	18 1	23 13	10 21	9 59
Wage	7 53	17 43	5 41	4 54	22 49	23 16	9 51	10 0
Skorpion	8 20	13 47	5 28	4 55	20 1	22 1	9 44	10 19
Schütze	7 49	8 1	4 39	5 16	18 11	17 25	9 25	11 19
Steinbock	6 52	4 8	2 43	6 35	13 54	12 10	9 36	14 5
Wassermann	5 51	3 16	0 30	8 33	11 10	9 50	12 27	17 50
Fische	5 22	3 38	0 24	10 16	10 11	9 43	19 15	21 46

Elftes Kapitel.

Schlußwort.

Nachdem hiermit die letzte Hand an das Werk gelegt worden ist, lieber Syrus, dürfte meines Erachtens so ziemlich alles zur Sprache gekommen sein, was in einem derartigen Handbuch erörtert werden mußte, insoweit die bis auf unsere Tage verflossene Zeit zur Aufstellung neuer Gesichtspunkte oder Erzielung größerer Genauigkeit eine Handhabe bot und der rein zu Nutz und Frommen der Wissenschaft, nicht zu eitlem Schaugepränge gebotene Erklärungsbeitrag Anlaß gab. Somit hat das vorliegende Lehrbuch den geeigneten und angemessenen Abschluß gefunden. Ha 432 Hei 608

Anhang.

Erläuternde Anmerkungen.

1) S. 5. In der Abhandlung über „Fixsternbeobachtungen des Altertums", Weltall Jahrg. 5, Heft 1 u. 2, habe ich die Alignements des Hipparch und des Ptolemäus besprochen. Heutzutage wahrnehmbare Abweichungen werden im vorliegenden Text durch ein Fragezeichen angedeutet.

Zu den in Parenthese beigefügten Sternbezeichnungen ist folgendes zu bemerken. Die Sterne des direkt besprochenen Sternbildes werden nur durch die Bayerschen Buchstaben oder die Zahlen von Flamsteed und Heis bezeichnet, nebenbei erwähnte Sterne anderer Konstellationen aber unter Benennung des betreffenden Sternbildes. Sterne, die einen besonderen Namen haben, werden mit demselben ohne weiteren Zusatz benannt, wo sich das Sternbild von selbst versteht.

2) S. 5. 6. 132. 135. Die Elle (*πῆχυς*) entspricht als astronomisches Maß zwei Graden, so daß auf einen der 24 Zolle (*δάκτυλοι*), die sie enthält, 5 Bogenminuten entfallen, mithin doppelt so viel als auf einen der 12 Zolle, in welche der rund einen halben Grad betragende Durchmesser von Sonne und Mond eingeteilt wird.

Werden Abstände nach Mondbreiten (*σελῆναι*) geschätzt, so wird die Mondbreite mit rund 0°30′ angenommen, wie aus einer Mehrzahl von Beobachtungen (S. 132,18; 133,9. 28; 151,2. 16) hervorgeht; überdies wird (S. 157, 1) die „halbe Vollmondbreite" (*σελήνης μιᾶς διχομήνου τὸ ἥμισυ*) ausdrücklich auf 0°15′ geschätzt. Allerdings beläuft sich bei einer anderen Beobachtung (S. 158, 4) die Schätzung von „$^2/_3$ von der Breite des Vollmondes" (*δύο μέρη σελήνης διχομήνου*) auf 0°24′, womit das Maximum 0°35′20″ (vgl. I 352, 24) auf 0°36′ abgerundet wird. Doch selbst wenn der Mond als sichtbares Objekt in Betracht gezogen wird, überwiegt (S. 23, 12; 25, 15; 26, 9; 28, 13) die Schätzung des Halbmessers (vom Zentrum ab) mit 0°15′. Vereinzelt steht (S. 24, 8) der auf 0°20′ geschätzte Abstand des südlichen Horns vom Zentrum, was wohl damit zu erklären ist, daß das Horn — wenn im dritten Oktanten überhaupt von einem solchen die Rede sein kann — den dunkeln Mondkörper merklich überragt.

3) S. 14. Am 9. Pharmuthi (23. Februar) 139 n. Chr. 5^h30^m nachm. (vgl. die am 8. Februar desselben Jahres $6^3/_4{}^h$ früh angestellte Beobachtung I 265, 9) betrug die Zwischenzeit seit der Epoche $885^a218^d5^1/_2{}^h$. Für diese Stunde ist, nach den Tafeln berechnet,

mittlerer Ort der Sonne	♑ 0°40′
Anomaliedifferenz	+ 2°23′
genauer Ort der Sonne	♑ 3° 3′
mittlerer Ort des Mondes	
in Länge	♉ 27°42′
in Anomalie	276° 3′
in Breite	212°23′
in Elongation	87° 2′.

Zur Bestimmung des genauen Ortes des kurz vor der ersten Quadratur stehenden Mondes bedarf es der Berechnung der Differenz seiner Gesamtanomalie (vgl. I Anh. Anm. 35). Man geht mit der verdoppelten mittleren Elongation, d. i. mit 174°4′ in die Tabelle der Gesamtanomalie (I 286) ein und addiert, weil die verdoppelte Zahl auf den Halbkreis des Exzenters zwischen Apogeum und Perigeum entfällt, den der dritten Spalte mit 2°11′ zu entnehmenden Unterschied des genauen Apogeums zu den mittleren Graden der Anomalie. Zur genauen Anomaliezahl (276°3′ + 2°11′ =) 278°14′ erhält man als Differenz der ersten Anomalie 4°53′, als Überschuß der zweiten 2°29′. Von letzterem sind, wie die Sechzigstel der sechsten Spalte zu der verdoppelten Elongation 174 an die Hand geben, $^{59}/_{60}$, d. s. 2°26′ zu der Differenz der ersten Anomalie zu addieren. Hiermit ist die Differenz der Gesamtanomalie mit 7°19′ gefunden. Dieser Betrag ist zu den mittleren Zahlen zu addieren, weil die genaue Zahl der Anomalie auf den Halbkreis des Epizykels zwischen Perigeum und Apogeum entfällt (I Anh. Anm. 32). Somit sind die genauen Zahlen für

die Länge	(♉ 27°42′ + 7°19′ =)	♊ 5° 1′
die Breite	(212°23′ + 7°19′ =)	219°42′
die südl. Breite (s. 7. Spalte I 286)		3°50′
die Elongation	(♑ 3°3′ bis ♊ 5°1′ =) / (87°2′ − 2°23′ + 7°19′ =)[a]	91°58′.

An der von Ptolemäus mit 92°7′30″ angegebenen scheinbaren Elongation fehlen demnach noch 0°9′30″, welche auf die in der Richtung der Zeichen wirkende Längenparallaxe ent-

a) Die mittlere Elongation 87°2′ erstreckt sich von dem mittleren Sonnenort ♑ 0°40′ bis zum mittleren Mondort ♉ 27°42′; die genaue, von dem genauen Sonnenort ♑ 3°3′ aus gemessen muß um die Anomaliedifferenz der Sonne gekürzt werden.

fallen, weil der Mond, als ♈ 0° kulminierte, 5° östlich des Meridians stand. Infolge dieser Wirkung der Parallaxe lag der scheinbare Ort des Mondes genau in ♈ 5°10′30″, was Ptolemäus (S. 14, 9) „ohne wesentlichen Fehler" zu ♈ 5°10′ abrundet.

Hiermit war der erste Teil der Aufgabe, die Bestimmung des Mondortes von der Sonne aus, erledigt. Nun mußte gewartet werden, bis der Regulus sichtbar wurde. Als nach Verlauf einer halben Stunde, d. i. um 6^h, diese Möglichkeit sich bot, war der Astrolab wieder einzustellen: durch Drehung des Kolurkreises (vgl. I 257, 27) wurde der Ekliptikring so weit westwärts verschoben, bis der auf ♈ 5°10′ eingestellt bleibende innere Astrolabring wieder durch das Zentrum des Mondes ging. Hierauf wurde der äußere Astrolabring, der bisher auf den Grad der Sonne eingestellt war, auf den Regulus gedreht. Die Ablesung auf dem Ekliptikring ergab jetzt den Abstand vom Monde mit 57°10′. Dieser Abstand war aber an der Einteilung des Ekliptikringes nicht von dem eingestellten ersten Mondort ♈ 5°10′ aus abzuzählen, sondern von dem scheinbaren Ort, den der Mond neuerdings, d. i. nach Verlauf der halben Stunde, infolge seiner Eigenbewegung in der Richtung der Zeichen unter Berücksichtigung der neuen Parallaxe einnahm. Da er, wie die Anomaliezahl 278 anzeigt (vgl. I Anh. Anm. 43), nahezu in der mittleren Bewegung in Länge begriffen war, so mußte in der Zwischenzeit sein mittlerer Ort um 0°16′28″ von ♉ 27°42′ nach ♉ 27°58′28″ gerückt sein. Von einer Verminderung der Differenz der Gesamtanomalie dürfte abzusehen sein, weil eine so geringe Vermehrung der mittleren Elongation und der genauen Anomaliezahl eine wesentliche Veränderung der genauen Länge nicht herbeiführen kann. Es war somit nach Verlauf der halben Stunde der genaue Ort ♉ 27° 58′28″ + 7°19′ = ♈ 5°17′28″, woraus sich unter Abzug der gegen die Richtung der Zeichen wirkenden Längenparallaxe, die Ptolemäus (S. 14, 12) mit 0°5′ in Rechnung zieht, als scheinbarer Ort ♈ 5°12′28″ ergibt.

In Widerspruch mit diesem Ergebnis steht der scheinbare Ort ♈ 5°20′, den Ptolemäus zum Ausgangspunkt seiner Messung macht. Gelangt ist er zu demselben offenbar dadurch, daß er zu dem scheinbaren Ort ♈ 5°10′ die Eigenbewegung des Mondes mit rund 0°15′ addiert und die nunmehr westlich des Meridians rückwärts wirkende Längenparallaxe mit 0°5′ abgezogen hat. Hierbei hat er jedoch die vorher östlich des Meridians vorwärts wirkende Parallaxe, die den Ort ♈ 5° auf ♈ 5°10′ brachte, aber durch Heranrücken an den Meridian verschwunden ist, offenbar außer acht gelassen.[a] Das ist um so mehr zu verwundern, als sich Ptolemäus über

den Schein einer rückläufigen Bewegung, der bei dem scheinbaren Lauf des Mondes infolge der Parallaxen entsteht — „als ob an ihm keine Eigenbewegung in der Richtung der Zeichen wahrgenommen würde“ — (I 400, 23) mit großer Klarheit äußert. Demnach hätte sich ihm der neue scheinbare Ort bei der beliebten abrundenden Rechnungsweise als unverändert herausstellen müssen, so daß von ♊ 5°10′ (bzw. von ♊ 5°12′28″) aus der Abstand des Regulus, wenn mit 57°10′ richtig gemessen, zu ♌ 2°20′ (bzw. ♌ 2°22′28″) führen mußte, was gegen Hipparchs Zeit, d. i. 265 Jahre vorher, wo der Regulus in ♋ 29°50′ stand, eine Differenz von nur 2°30′ (oder 2°32′28″ nach der genauen Rechnung) ergibt.

Richtiger wird dadurch das Ergebnis des Ptolemäus nicht. Der von ihm mit 2°40′ festgestellte Betrag der Präzession seit Hipparch entspricht zwar genau der Hypothese der Alten, nach welcher auf das Jahrhundert ein Grad entfällt, bleibt aber mehr als einen Grad hinter dem Betrag 3°41′ zurück, der sich für 265 Jahre ergibt, wenn man den heutzutage geltenden Wert der Präzession mit 50″ jährlich zugrunde legt. Der Fehler, durch welchen Ptolemäus zu seinem Ergebnis gelangte, liegt — abgesehen von der Irrung im scheinbaren Ort des Mondes — vermutlich in dem zu kurz bemessenen Abstand des Regulus. Gibt er ja selbst (S. 96, 3) ganz offen zu, daß solche Messungen bei beträchtlichen Abständen „bald größer, bald kleiner ausfallen können, als der vorliegende Abstand wirklich beträgt“, scheut sich auch nicht (I 138, 27) anzudeuten, daß er bei Beobachtungen Hipparchs derartige Irrungen vermute, wiewohl er anderseits (S. 136, 28) geneigt ist, den Abmessungen am Astrolab einen hohen Wert beizulegen.

Das ihm so trefflich passende Ergebnis mag wohl auch auf die Schätzung anderer Sternabstände bestimmend eingewirkt haben; denn Abrundungen, die ihn zu einem gewünschten Ziele führen, nimmt Ptolemäus auch sonst nur zu gern vor.

---

a) Die beiden Längenparallaxen, + 10′ bei 5° östlich und − 5′ bei 2°20′ Abstand westlich des Meridians, stehen nicht nur zu einander in richtigem Verhältnis, sondern auch zu der Höhenparallaxe, welche der Mond in der gegebenen Position bei etwa 15° Zenitabstand — der sich für die Polhöhe von Alexandria am Globus leicht feststellen läßt — haben muß. Diese Höhenparallaxe (ΔH) berechnet sich ohne wesentlichen Unterschied für die Abstände beiderseits des Meridians (nach der Parallaxentafel I 323) zu 0°26′, was (nach der Formel $\Delta H^2 - H\Theta^2 = \Delta\Theta^2$, s. Fig. I 445) bei 10′ Längenparallaxe ($H\Theta$) zu einer Breitenparallaxe ($\Delta\Theta$) von (676 − 100 = 576 d. i.) 24′, bei 5′ Längenparallaxe zu einer solchen von (676 − 25 = 651 d. i.) 25′30″ führt.

4) S. 32. Anmerkungen zum Sternkatalog. Von den beiden neu hinzugefügten Spalten enthält die erste die Nummern des Sternverzeichnisses für das Jahr 1900, herausgegeben von Dr. L Ambronn, Berlin 1907, die zweite, der Kürze halber nur mit „Bayer" überschrieben, die Bayerschen Buchstaben und die Flamsteedschen Zahlen, soweit letztere vorhanden sind; ein H ist der Zahl hinzugefügt, wenn sie dem Sternverzeichnis von Heis zum Neuen Himmelsatlas, Cöln 1872, entnommen ist. Wo außerdem die Bezeichnung des Sternbildes nötig war, gebot der beschränkte Raum die möglichste Knappheit; so steht *C. ven.* für *Canum venaticorum*, *L. min.* für *Leonis minoris*, *Cam.* für *Camelopardi*, *Cr.* für *Crucis* u. a. m. Die Heranziehung der Sternkarte wird das Verständnis leicht vermitteln. — In der letzten Spalte mit den Größenangaben sind die Zusätze *μείζων* und *ἐλάσσων* (von Heiberg 40, 9 irrtümlich *ἐλαχίστου* gedeutet), die im Original bei gewissen Größenziffern stehen, durch zwei Ziffern wiedergegeben: 4.5 z. B. heißt „kleiner als vierter, aber größer als fünfter Größe", dagegen 4.3 „größer als vierter, aber kleiner als dritter Größe". Bei Summierung der Sterne einer Größenklasse gilt die voranstehende Ziffer.

Zur Bestimmung der Sterne ist außer dem genannten Atlas von Heis der Himmelsatlas von Richard Schurig, Leipzig-Neustadt 1886, benutzt worden, der sich für diesen Zweck noch besser eignet als ersterer, weil er auch die Zahlen von Flamsteed und Heis angibt und auf den Karten die Ekliptik eingetragen zeigt. Teilt man letztere für die Zeit des Ptolemäus durch Markierung der Zeichenanfänge ein, was mit Hilfe gewisser Sterne des Katalogs leicht zu erzielen ist, so bietet diese Teilung, die auch noch weiter durchgeführt werden kann, ein vorzügliches Hilfsmittel zur Schätzung der Längen und Breiten der Sterne. Hierzu eignen sich beispielshalber die Sterne:

o Piscium	♈ 0°30′	−1°40′	*e* Tauri	♈ 29°40′	−9°30′
132 Tauri	♊ 1° 0′	+1°20′	*μ* Cancri	♋ 2°40′	+1° 0′
ν Leon. maj.	♌ 0° 0′	−0°15′	*π* Virg.	♍ 0°30′	+5°30′

usw. von Zeichen zu Zeichen.

Zum Vergleich der gewonnenen Ergebnisse ist die Übertragung von Joh. Elert Bode, Claudius Ptolemäus, Beobachtung und Beschreibung der Gestirne, Berlin und Stettin 1795, selbstverständlich herangezogen worden. Indessen werden Abweichungen von den Bestimmungen Bodes, der auf die von Irrtümern und Druckfehlern wimmelnde Übersetzung von Montignot (Straßburg 1787) angewiesen war, nur hier und da hervorgehoben. Auch habe ich die Bestimmung einer Anzahl südlicher Sterne der Argo und des Zentauren lieber offen gelassen,

als sie dem Büchlein Bodes ungeprüft zu entnehmen. Was ich mit Hilfe von Schurigs Karte des südlichen Himmels und einem Globus von 33cm Durchmesser (Sternkarte von C. Adami, Berlin 1906) habe erreichen können, ist mit oft nicht sonderlicher Zuverlässigkeit in den Katalog aufgenommen worden.

Drache 17. Die Lesart προηγούμενος des Cod. D ist unbedingt die richtige. — 23. Da die Sterne ζhg auf einer am westlichen Ende (g) südwärts geneigten Geraden stehen, so habe ich für den mittelsten (h) die Breite, einen Schreibfehler im Urtext vermutend, von $80\frac{1}{3}^0$ (πγ′) auf 83° (πγ) erhöht. Schon Bode hat hier 83°18′ korrigiert.

Bootes 8. μ ist nicht nördlicher als δ und β, sondern nur nördlicher als δ; daher ist αὐτοῦ statt αὐτῶν zu schreiben. — 11. Nur einen Grad südlich unter χ steht kein etwa einen Grad nachfolgender Stern.

Herkules 12. Da ε ein Stern dritter Größe ist, so scheint die Lesart δ′ μείζων des Cod. D vor ε′, d. i fünfter Größe, viel für sich zu haben. Indessen habe ich von der Änderung abgesehen, weil auch die Summenzahlen zweier Größenklassen des Sternbildes entsprechend korrigiert werden müßten, was grundsätzlich zu vermeiden ist, da dies auch eine Abänderung in den Gesamtsummen der Größenklassen am Schluß des Katalogs (S. 64) zur Folge haben würde.

Leier 10. Der dicht unter γ stehende Begleiter λ muß mindestens dieselbe Länge wie γ haben. Daher ist die Länge 24°10′ des Cod. D vorzuziehen.

Schlangenträger 13. Da der Ort von ξ in der Ekliptik zwischen denen von A und ϑ liegen muß, so ist die Länge 23°40′ des Cod. D die richtige. Bode vermutet an dieser Stelle den neuen Stern von 1604.

Adler 14. ϰ paßt trotz der gut übereinstimmenden Breite insofern nicht recht zu dem Stern ι, als ϰ letzterem heutzutage in der Ekliptik nachfolgt; Bode hat daher die Länge entsprechend zurückgerechnet. Der vorangehende Stern 57 kann nicht gemeint sein, weil er eine zu geringe Breite hat.

Andromeda 13. Die Lage der drei Gürtelsterne βμν erfordert die Umstellung der Längen für die beiden letzteren.

Widder 5. ι steht in der Ekliptik dem Stern γ voran; daher habe ich die Länge mit 6°50′ statt 6°30′ angesetzt. — 13 Zu dem Stern 38 ist die Konstellation S. 159 zu vergleichen. Bode nimmt hier μ Ceti sicher falsch an; erstens ist die Breite zu groß, zweitens wird dieser Stern an sechster Stelle im Walfisch verzeichnet.

Stier 10. d muß genau dieselbe Länge wie δ haben: die Änderung von ιγ zu ι γ′ ist möglichst einfach. — 20. τ hat nicht südliche, sondern nördliche Breite, wie schon Bode fest-

gestellt hat. Indessen habe ich es bei der Geringfügigkeit der Schwankung bei dem Ansatz des Originals belassen. — 27. In Schurigs Atlas ist der größere Stern 41 mit ψ zu bezeichnen, nicht der höher stehende kleinere (vgl. Heis). Da dem Stern ψ unbedingt die kleinere, p die größere Länge zukommt, so habe ich die Umstellung der Längen 8°30′ und 8° vorgenommen. — 32. Es muß auffallen, daß Ptolemäus S. 24, 6 für den nachfolgenden Teil der Pleias die stets sich gleichbleibende nördliche Breite mit 3°40′ feststellt, während er hier diesem Teile eine Breite von nur 3°20′ zuschreibt. Dies erklärt sich wohl daraus, daß er a. a. O. mehr die Mitte, d. i. den an das südliche Ende der vorangehenden Seite (31) anschließenden Anfang des nachfolgenden Teiles im Auge hat, dem die Breite 3°40′ zukommt; denn die Mitteilung des Timocharis läßt (S. 22, 18) die Wahl zwischen dem nachfolgenden Drittel oder der Hälfte. Richtig angesetzt ist die Breite 3°20′ für das nachfolgende dichteste Ende sicherlich; denn die Pleias neigt sich in ihrer Längsrichtung gegen die Ekliptik sichtlich von Norden nach Süden. Die Länge der Pleias geht aus der Differenz der Längen ♉ 3°40′ und ♉ 2°10′ genau mit 1°30′ hervor, wie sie S. 157, 18 geschätzt wird. — 33. Es handelt sich nicht um den sechsten Stern der Pleias, sondern um einen außerhalb stehenden. Daher ist statt ἕκτος mit Cod. D ἑκτός zu schreiben. Dieses μικρός genannte Sternchen ist sechster, nicht vierter Größe, wie der griechische Text besagt. Indessen habe ich von einer Änderung der Größenziffer aus dem zu Herkules 12 bemerkten Grunde abgesehen. — Die Summe 32 ist nicht falsch, wie Heiberg (S. 90 unten) vermutet: *pro λβ fuisse videtur λγ, sed γ evanuit.* Weil als elfter Stern (γ) des Fuhrmanns dort in der Summe inbegriffen, darf β Tauri hier nicht noch einmal mitgezählt werden. Ganz richtig ist er deshalb in der Summe 6 der Sterne dritter Größe des Stiers nicht inbegriffen: mit ihm würden es sieben sein. Man vergleiche die Sternsumme des Südlichen Fisches, welche ohne Fomalhaut elf beträgt; denn Fomalhaut ist bereits als 42ter Stern des Wassermanns gezählt. Wenn aus demselben Grunde ν Bootis von der Summe der Sterne des Herkules (S. 36 a. E.) ausgeschlossen wird, so scheint mir aus der ungewöhnlichen Art, wie dies geschieht, hervorzugehen, daß der diesen Stern betreffende Zusatz eine Glosse ist. — 36. Bode nimmt hier das Sternchen sechster Größe 105 an, zu welchem die Länge 21° des griechischen Textes paßt. Mir scheint die Bezeichnung als „mittelster" zutreffender für den etwas größeren Stern n, zumal da für ihn nicht nur die fünfte Größe, sondern auch die im Cod. D mit 24° angegebene Länge stimmt.

Zwillinge 25. Infolge der fehlerhaften Länge 0°40′ läßt Bode diesen Stern unbestimmt. Die Länge 3°, wie sie Cod. D bietet,

führt mit absoluter Sicherheit zu ζ Cancri (Tegmine). Man vergleiche das Alignement S. 8, 22 und die Konstellation S. 133 unten.

Löwe 26. Statt 3°12′ ist die Breite 3°10′, wie sie Cod. D bietet, unbedingt vorzuziehen (Heiberg: *fortasse recte*); denn ε' ($^5/_{60}$) wird im Katalog nirgends als Sexagesimalbruch angewendet.

Jungfrau 2. ξ muß vor ν liegen. Da die Länge 26°20′ von ν durch die ν und α Crateris verbindende Gerade zweifellos feststeht, so war für ξ die Länge 27° mindestens in 26° zu korrigieren. Bode hat 26°13′ durch Rechnung festgestellt. — 17. h steht nicht nördlich, sondern südlich der Ekliptik, wie auch Bode bemerkt. Indessen habe ich es aus demselben Grunde wie bei τ (Stier 20) auch hier bei dem Ansatz des Originals belassen. — 19. Die Lage von i ist zwar durch den Vergleich mit der Spika gesichert, doch bildet i mit den vorgenannten Sternen schwerlich ein Viereck. — 31. Die drei Sterne 53, 61, 89 stehen auch nach den Breitenangaben des Ptolemäus nicht genau auf einer Geraden. Daß 53 bei der Länge 27°10′ der Spika $^1/_2{}^0$ östlich vorangeht, stimmt nicht zu der heutigen Länge, die Bode mit 25°39′, d. i. 1° westlich der Spika, zurückgerechnet hat. Als Doppelstern kann der Stern 61 mit 63 heutzutage kaum gelten.

Scheren 14. Südlich von λ und 41 findet Bode deshalb keinen Stern, der in Länge zwischen ihnen steht, weil er $\varkappa$ als vorangehenden nördlichen ansetzt. Die Zwischenlage kommt $\varkappa$ zu, auch die überwiegende Größe; aber während die geringe nördliche Breite für λ und 41 stimmt, hat $\varkappa$ nicht $1^1/_2{}^0$ südliche Breite, sondern steht heutzutage gleichfalls, wenn auch nur ganz unbeträchtlich — nach Bode 0°1′ — nördlich der Ekliptik. Der südliche Abstand des Sterns $\varkappa$ von 41, der nach Ptolemäus 1°50′ beträgt, muß sich demnach mindestens um die ganze damalige südliche Breite von $\varkappa$ verringert haben.

Skorpion 14. Die Bezeichnung der Bestandteile des Doppelsterns ist verschieden: nach Ambronn ist ζ^2 der größere (3,8), ζ^1 der kleinere (4,8), während Schurig den größeren mit ζ^1 bezeichnet und Bode beide unter dem Buchstaben ζ zusammenfaßt. Ich habe die Bezeichnung Ambronns angenommen. Auf jeden Fall war die Angabe der Breite für beide Sterne umzustellen: der südlichere muß natürlich die größere Breite haben. Wahrscheinlich sind auch die Längen umzustellen, weil der Widerspruch in Breite vermutlich nur durch Vertauschung der Beiwörter „der nördliche“ und „der südliche“ in der Beschreibung der Sterne entstanden ist. Tatsächlich geht der Begleiter (ζ^1) dem Hauptstern (ζ^2) mit einem kaum bemerkbaren Unterschied in Breite westlich voran[a]; es kommt ihm daher

a) Das ist der Grund, weshalb der Begleiter bei Ambronn (als zuerst kulminierender Stern) die Bezeichnung ζ^1 erhalten hat.

eigentlich die kleinere Länge (20°) zu. Ob der Wechsel in Länge durch die Annahme erklärt werden kann, daß der Begleiter in der Zwischenzeit nahezu einen halben Umlauf um den Hauptstern gemacht hat, muß ich dem Urteil der Astronomen überlassen. — 22. Nebelförmig ist *G* allerdings nicht, entspricht aber in Länge und Breite ziemlich genau. — 24. Daß von den zwei Sternen *d* und 43 bei gleicher Länge *d* der vorangehende genannt wird, ist auffallend. Gerade dieser, $d = 45$ Ophiuchi, ist heutzutage der nachfolgende und 43 (bei Schurig falsch mit 45 bezeichnet) der vorangehende, was Bode durch Angabe der entsprechenden modernen Längen richtigstellt.

Steinbock 9. τ steht (nach Schurig) in der Ekliptik in Länge vor ν, ist aber als der hellste der kleinen Sterne dieser Gegend sicher gemeint. — 21. Für *νοτίῳ* vermute ich, da es keine nördliche Entsprechung hat, *νωτιαίᾳ* (vgl. S. 54 Fische 29; S. 63 Südl. Fisch 5) und habe dementsprechend übersetzt.

Wassermann 14. ϱ steht mit Fomalhaut genau auf demselben Breitenkreis; dadurch ist die Länge gesichert. Die Breite ist sichtlich geringer als die von ϑ; deshalb habe ich die Minutenzahl (10′) zu der Breite (3°) von ϑ gesetzt. — 17. *e* steht, wie nur Cod. D richtig bietet, um die angegebene Breite (nach Bode 0°14′) südlich der Ekliptik, nicht nördlich. — 23. $\varkappa$ steht mindestens 4° (statt 2°) nördlich der Ekliptik bei wesentlich geringerer Länge als der mit 15° angegebenen, da sie zwischen die Längen 13°20′ und 12° von η und ζ fallen muß. Deshalb hat Bode den Stern $\varkappa$ mit der zurückgerechneten Länge 12°20′ nur vermutungsweise hier angesetzt, obgleich kein anderer in dieser Gegend augenfälliger ist. Eine Änderung der Koordinaten habe ich nicht vorgenommen, wiewohl gegen die Länge 15° auch noch folgendes spricht. — 24. Da $\varkappa$ der vorangehende genannt wird, so dürfte λ mit der Länge 14°50′ ursprünglich als *ἐπόμενος*, nicht als *ἐχόμενος* bezeichnet gewesen sein, woraus zu schließen wäre, daß $\varkappa$ mit geringerer Länge als λ angesetzt war. Zu λ sei noch bemerkt, daß die geringe Breite heutzutage (nach Bode 0°22′) südlich ist. — 29. Mit ψ sind in den Karten drei dicht nebeneinander stehende Sterne vierter bis fünfter Größe bezeichnet, davon ψ^1 als ein im Teleskop auflösbarer Doppelstern (vgl. S. 158, 5). — 32. Der nachfolgende Stern ω^2 hat heutzutage die größere Breite, wie auch Bode angibt. — 35. Die Bestimmung des „nachfolgenden" ist nach der Karte von Schurig getroffen, wo es der Stern ι^2 (107 Flamst.) ist, den Heis unbezeichnet läßt. Diese Gruppe zeigt vier Sterne: 104A (nach Ambronn und Schurig in 103A^1 und 104A^2 zerfallend), 106ι^1, 107 (auch bei Ambronn ι^2), 108ι^2 (bei Ambronn wohl Fehler statt ι^3). Wenn Ptolemäus einen dieser Sterne wegläßt, so ist es vermutlich der vierte (108) etwas abseits stehende

(bei Heis ι^2, bei Schurig ι^3). Gerade auf diesen trifft allerdings die Bodesche Bezeichnung A^5 zu. Gegen diesen Stern scheint mir die gegen A zu große Differenz in Breite zu sprechen. — 39. Da c^1 unbedingt am tiefsten steht, so waren die Breitenangaben für c^1 und c^3 umzustellen.

Walfisch 17. Ein Viereck, dessen vorangehende und nachfolgende Seite genau je einen Grad betragen soll, läßt sich aus den heutzutage nahezu auf einer Geraden stehenden Sternen φ^1, φ^2, φ^3 und φ^4 (17, 19, 22, 23 Flamst.) nur unter der Voraussetzung gestalten, daß seinerzeit φ^1 1° südlicher als φ^2, und φ^4 1° nördlicher als φ^3 gestanden hat. Bode nimmt den etwa 3° nördlich von φ^1 stehenden Stern 21 zu Hilfe und bestimmt als nachfolgende Seite 21, 19, als vorangehende 17 und einen nördlich fehlenden Stern.

Orion 7. Unterhalb ξ stehen zwei kleine Sterne; doch dürfte heutzutage ξ mit Bezug auf keinen derselben als Doppelstern zu bezeichnen sein. — 36. τ steht nur nördlicher als β; daher ist unbedingt mit Cod. B αὐτοῦ statt αὐτῶν zu lesen.

Großer Hund 5. Daß ι größere Länge als γ haben soll, ist unbedingt falsch. Es liegt vermutlich in κε γ′ ein Druckfehler vor; denn Halma überliefert 20°20′ und Bode gibt zweifellos korrekt 21°20′ an, was ich angesetzt habe. — 22. δ Col. wird zur Zahl Ambronns falsch δ Canis majoris benannt; denn dieser Stern des Hundes steht unter 2339. — 24. Statt τοῖς τέσσαρσι ist τῶν τεσσάρων zu schreiben: westlich von den genannten vier Sternen stehen drei auf einer Geraden, keineswegs aber auf einer Geraden mit jenen vier.

Argo 5. Die nördlicheren Sterne des Hinterteils sind nach der Karte von Heis bestimmt, die südlicheren nach der Karte von Schurig. Die von Heis gebrauchten Buchstaben stimmen entweder mit den Ambronnschen überein oder sind bei Ambronn zu abweichenden Buchstaben in Parenthese hinzugefügt. Unterlassen ist dieser Zusatz bei *m* Ambronn = π Heis. Ich habe den Buchstaben *m* gewählt, weil bei Ambronn π Puppis = 2408. Ohne jede Bezeichnung ist bei Ambronn der Stern χ. — 11. Der nach dem Katalog von Heis angesetzte Stern υ gehört nach Ambronn (ohne Buchst.) und Schurig zu dem Sternbild des Großen Hundes. — 45. τ stimmt vortrefflich zu Kanobus, wenn die Länge 29° zu 19° korrigiert wird.

Wasserschlange 25. π hat unbedingt dieselbe Breite wie der vorletzte (γ) im Schwanze. Daher habe ich die von Bode nach seiner eigenen Konjektur festgestellte Breite 13°40′ der viel zu großen Zahl 17°40′ des griechischen Textes ohne Bedenken vorgezogen.

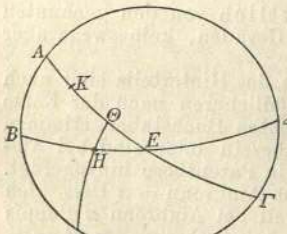
Zentaur 31. 33. 36. Die nähere Bezeichnung des Fußes ist bei diesen drei Sternen der Beschreibung der Milchstraße

S. 65, 24. 26. 28 entnommen. — 34. Für diesen Stern findet sich a. a. O. S. 65, 30 die Bezeichnung: „der am Knöchel desselben Fußes". Obgleich zweiter Größe, ist er nach dem mir vorliegenden Material nicht bestimmbar.

Wolf 19. Zu der Ambronnschen Zahl 4828 ist statt *f* offenbar falsch *δ* Lupi gesetzt: erstens stimmt Rektaszension und Deklination genau für den bei Schurig und auf dem Globus mit *f* bezeichneten Stern, zweitens ist *δ* Lupi wenige Zeilen weiter richtig unter 4836 aufgeführt.

Südlicher Fisch 14. Die vier ersten Sterne des Mikroskops konnten mit Sicherheit nach der Karte von Schurig bestimmt werden; nur mußte dem nachfolgenden Stern *ε* statt 11° die Länge 14° gegeben werden, wie sie von zweiter Hand korrigiert in Cod. A steht, zweifellos richtig, wie die Länge 12° des diesem vorangehenden Sterns *δ* beweist. Die Sterne *γ* und *ε* sind in Ambronns Verzeichnis nicht zu finden.

5) S. 87. Soll der mit einem im Horizont stehenden Stern gleichzeitig aufgehende Ekliptikgrad gefunden werden, so ist zunächst nach Feststellung der Mitkulmination des betreffenden Sterns mit der wahren Sonne (S. 85, 14) der Ekliptikgrad der Sonne und mit diesem der Kalendertag der Kulmination als gegeben anzunehmen. Aus dem Grad der Sonne berechnet man (I 93, 21) für die zugrunde gelegte geographische Breite die Länge der bürgerlichen Tagstunde des gegebenen Tages. Der (nach S. 86, 14) zu bestimmende Äquatorbogen Θ E drückt die seit Sonnenaufgang verstrichene Zeit aus, zu welcher der mit der Sonne auf demselben Deklinationskreis (ZΘ) stehende Stern (H) in den Horizont tritt. Nachdem man diese Zeitgrade in bürgerliche Stunden von der gegebenen Länge (I 98, 32) verwandelt hat, berechnet man (I 99, 5) für diese seit Sonnenaufgang verstrichenen bürgerlichen Stunden den zurzeit aufgehenden Grad der Ekliptik. Nimmt man schließlich in dem aufgehenden Grad die Sonne an, so ist damit auch der Kalendertag des wahren Mitaufgangs mit der Sonne gefunden.



Die entsprechende Berechnung führt zu dem mit einem Stern gleichzeitig untergehenden Ekliptikgrad und damit zur Bestimmung des Kalendertags des wahren Mituntergangs mit der Sonne.

6) S. 132. Die Epoche der Zeitrechnung des Dionysius ist die Sommerwende am 26. Juni 285 v. Chr. = 27. Pharmuthi

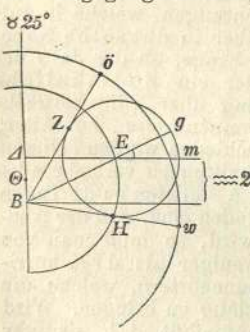
463 Nab. In das erste Dionysische Jahr (vgl. S. 167, 21) fällt die Thronbesteigung des Ptolemäus II. Philadelphus (285—247 v. Chr.), dem Ptolemäus Soter schon zwei Jahre vor seinem Tode unter Hintansetzung des erstgeborenen Sohnes die Regierung abtrat und zur Thronweihe ein Prachtfest anordnete, desgleichen noch nicht erlebt worden war. Somit liegt der Schluß nahe, daß Dionysius dem Philadelphus zu Ehren oder um ihm zu schmeicheln die neue Ära eingeführt habe. Ebenso natürlich ist die Voraussetzung, daß die Daten der von Ptolemäus mitgeteilten Beobachtungen von Dionysius selbst als Beobachter herrühren. Die zwischen dem 13ten und 45ten Jahre der Ära liegende Zeit läßt unstreitig die Möglichkeit zu, daß die letzte Beobachtung (241 v. Chr.) in sein 65tes Lebensjahr fällt, wenn er als Dreißigjähriger etwa im 10ten Jahre der Regierung des Philadelphus (d. i. 275 v. Chr.) zur Ausführung seiner Idee schritt. Daß er in Alexandria beobachtet hat, geht daraus hervor, daß Ptolemäus es nicht für nötig hält, die Beobachtungszeiten auf den Meridian von Alexandria zu reduzieren. Entnommen hat er dieses Material zweifellos der Sammlung des Hipparch, dessen Name mit einer dieser Beobachtungen (S. 134, 29) in Verbindung gebracht wird.

Die Monate dieser Zeitrechnung sind in der Weise nach den Zeichen des Tierkreises benannt, daß die betonte Endsilbe *-ών* der griechischen Monatsnamen an den Stamm der Zeichennamen angehängt wird. Ihre Reihenfolge ist mit Ergänzung der nicht überlieferten Namen: (Karkinón) Leontón, Parthenón, (Chelón) Skorpión, (Toxón) Ägón, Hydrón, (Ichthyón, Krión) Taurón, Didymón. Daß die Sommerwende am 1. Karkinon die Grenzscheide der Jahre ist, beweisen die im Tauron (S. 133, 7) und im Leonton (S. 134, 28) angestellten Beobachtungen, welche in aufeinander folgende Dionysische Jahre, aber in dasselbe Nabonassarische fallen. Die vielumstrittene Frage, ob das Jahr des Dionysius ein Epagomenenjahr oder ein Zodiakaljahr sei, ist von Böckh in der Abhandlung über „die Zeitrechnung des Astronomen Dionysios“ (Sonnenkreise der Alten, Berlin 1863, S. 286—340) endgültig entschieden worden. Nimmt man ein aller vier Jahre um einen Schalttag zu vermehrendes Zodiakaljahr von 7 Monaten zu 30 und 5 Monaten zu 31 Tagen an, die auf die Jahresviertel so zu verteilen sind, daß der Anomalie der Sonne Rechnung getragen wird, so muß man von den sieben überlieferten Daten nicht weniger als drei korrigieren, um sie mit den gegebenen Sonnenörtern, welche die Nachprüfung als richtig erweist, in Einklang zu bringen. Wird dagegen das Jahr als Epagomenenjahr aufgefaßt, d. h. als Jahr von 12 Monaten zu 30 Tagen und 5 Zusatztagen, denen im dritten Jahr jeder vierjährigen Periode ein sechster hinzugefügt wird, so macht sich nur eine Änderung nötig: nicht

der 25., sondern der 26. Ägon trifft auf den 18. Januar 272 v. Chr. zu, weil bei 30tägigen Monaten, vom 26. Juni (1. Karkinon) des Jahres 273 ab gezählt, der 1. Ägon auf den 23. Dezember dieses Jahres fallen muß.

Im Laufe eines Epagomenenjahres werden die Monatsersten allmählich hinter den Zeichenanfängen zurückbleiben, was natürlich am stärksten in den letzten Monaten, dem Tauron und dem Didymon, zum Ausdruck gelangen muß. Es wird genügen dieses Verhältnis für den 7. Didymon des 28. Dionysischen Jahres (258/57 v. Chr.) zu erläutern, an dem der mittlere Sonnenort ♊ 2°50′ für den Abend gilt. Weil die mittleren Sonnenörter sich auf Daten aus verschiedenen Jahren (272 bis 241 v. Chr.) und auf verschiedene Tageszeiten (früh oder abends) beziehen, so hat Böckh (vgl. die Tabelle a. a. O. S. 328) die Örter auf das betreffende Jahr und für 6^h früh desjenigen Tages berechnet, an dessen Morgen der Dionysische Tag (vgl. I Anh. Anm. 27) beginnen kann. Zieht man von dem mittleren Sonnenort ♊ 2°50′ am Abend des 7. Didymon einen halben Grad mittlere Sonnenbewegung ab, um den Ort für 6^h früh zu erhalten, und addiert man zu ♊ 2°20′ für die 23 Tage bis zum letzten des Monats 22°40′ mittlere Sonnenbewegung, so erhält man für den 30. Didymon früh den Sonnenort ♊ 25°. Somit entfallen auf diesen Tag und die 5 Epagomenen rund 6° Sonnenbewegung, so daß im Laufe des 1. Karkinon der mittlere Sonnenort wieder in den ersten Grad des Krebses zu liegen kommt.

7) S. 142. 163. Daß bei 90° mittlerer Entfernung des Epizykels von dem Apogeum des Exzenters die Differenz zwischen den entgegengesetzten größten Elongationen dem Doppelten des Maximums der auf die Ekliptik bezogenen Anomalie gleichkommt, soll mit Rücksicht auf die weniger komplizierte Figur für die Venus nachgewiesen werden.



Der Kreis um B sei der mit der Ekliptik konzentrische Kreis, der Kreis um Θ der den Epizykel tragende Exzenter. Die den Epizykel herumführende Leitlinie ΔE soll bis zum Apogeum ♉ 25° noch einen Quadranten zurückzulegen haben, d. h. der mittlere Ort des Epizykels, welcher mit dem mittleren Ort der Sonne zusammenfällt, wird in ≏ 25° liegen. Daß dieser Punkt der Ekliptik für ein Auge in B und Δ unterschiedslos ist, wird durch die große Entfernung der Ekliptik im Verhältnis zu der geringen Exzentrizität BΔ augenschein-

lich: die Parallelen durch B und Δ schneiden sich in der Unendlichkeit in ♒ 25°. Die entgegengesetzten größten Elongationen von der mittleren Sonne in den Punkten Z und H seien auf dem Konzenter mit ö(stlich) und w(estlich) markiert. Für das Auge in B liegt der Mittelpunkt des Epizykels in genauberechneter Länge um den Scheitelwinkel des ∠ BEΔ, d. i. um das Maximum der Anomaliedifferenz, wie bei der Sonne (s. I Anh. Anm. 24), in der Ekliptik weiter vorwärts (auf der Geraden BE). Ebendort liegt scheinbar (Punkt *g*) das genaue Apogeum des Epizykels, von dem aus gemessen die beiden Elongationen gleichgroß sind. Nun erhält von dem mittleren Apogeum (*m*) oder dem mittleren Sonnenort ♒ 25° aus gemessen, die östliche Elongation (auf der Abendseite des Epizykels) einen den ∠ BEΔ (= *b m g*) betragenden Zusatz, während die westliche Elongation (auf der Morgenseite) einen ebensogroßen Abzug erleidet. Mithin wird die östliche Elongation um das Doppelte dieses Winkels (oder *2 b m g*), d. i. um das Doppelte der Anomaliedifferenz größer als die westliche (vgl. I 159, 17); folglich beträgt das Maximum der Anomaliedifferenz (d. i. ∠ BEΔ) die Hälfte (d. i. *b g m*) der zwischen den beiden Elongationen festgestellten Differenz.

8) S. 147. 221. 244. Die östliche mittlere Elongation der Mondsichel am 2/3. Epiphi $7\frac{1}{2}^h$ abends beträgt (von ♉ 22°34′ bis ♊ 12°14′) 19°40′, die mittlere Anomalie (S. 147, 20) 281°20′. Nach der ausführlichen Berechnung der Differenz der Gesamtanomalie in Anm. 3 wird folgendes Schema verständlich sein.

1. Verdopp. Elong. 39°20′: Untersch. des gen. Apog. + 5°40′
2. Genauber. An. 287° 0′: 1. Anomalie 4°40′, Übersch. 2°19′
3. Verdopp. Elong. 39°20′: $^6/_{60} \times 2°19′ = 0°14′$

Diff. der Ges.-Anom.: 4°40′ + 0°14′ = 4°54′

Genauer Ort: ♊ 12°14′ + 4°54′ = ♊ 17°8′.

Hiermit wird der von Ptolemäus mit ♊ 17°10′ angegebene genaue Ort ziemlich erreicht.

Im zweiten Fall (S. 221) hatte der Mond am 26/27. Mesore 5^h früh den letzten Oktanten hinter sich; denn er stand etwa 37° westlich der Sonne. Seine östliche mittlere Elongation, d. i. die von der mittleren Sonne in der Richtung der Zeichen gemessene, beträgt (von ♋ 16°11′ bis ♊ 9°) 322°49′, die verdoppelte Elongation (645°38′ − 360° =) 285°38′, die mittlere Anomalie (S. 221, 3) 272°5′.

1. Verdopp. Elong. 285°38′: Untersch. des gen. Apog. − 11°27′
2. Genauber. An. 260°38′: 1. Anomalie 5°, Übersch. 2°39′
3. Verdopp. Elong. 285°38′: $^{19}/_{60} \times 2°39′ = 0°50′20″$

Diff. der Ges.-Anom.: 5° + 0°50′20″

Genauer Ort: ♊ 9° + 5°50′20″ = ♊ 14°50′20″.

Im dritten Fall (S. 244) stand der Mond am 6. Mechir 8^h abends kurz vor dem ersten Oktanten. Seine östliche mittlere Elongation beträgt (von ♐ 28°41′ bis ♒ 8°55′) 40°14′, die mittlere Anomalie (S. 244, 8) 174°15′.

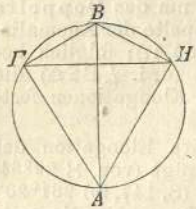
1. Verdopp. Elong. 80°28′: Untersch. des gen. Apog. + 11°
2. Genauber. An. 185°15′: 1. Anomalie 0°31′, Übersch. 0°18′
3. Verdopp. Elong. 80°28′: $^{22}/_{60} \times 0°18′ = 0°7′$

Diff. der Ges.-Anom.: $0°31′ + 0°7′ = 0°38′$

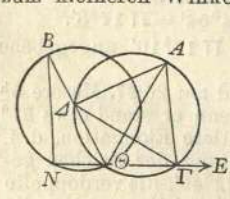
Genauer Ort: ♒ $8°55′ + 0°38′$ = ♒ 9°33′.

Das Ergebnis bleibt hinter dem von Ptolemäus mit ♒ 9°40′ angegebenen genauen Ort demnach um 0°7′ zurück.

9) S. 152. 201. Die Sehnentafeln enthalten die Sehnen bis zu der Sehne des Bogens von 180°, d. i. bis zum Durchmesser, der den Halbkreis unterspannt. Überschreitet ein Bogen 180° des Kreises, d. h. wird der ihn unterspannende Peripheriewinkel (∠ ΓBH) größer als ein Rechter, so ist den Tafeln die gleichgroße Sehne zu entnehmen, welche den Supplementbogen oder den Supplementwinkel (∠ ΓAH) unterspannt. In dem umschriebenen gleichschenkligen Dreieck ΓBH ist daher die Sehne ΓH den Sehnentafeln zu dem Supplementwinkel des ∠ ΓBH zu entnehmen. Es ist also, weil ∠ ΓBH = 270°20′ wie $2R = 360°$, mit ∠ ΓAH = 89°40′ desselben Maßes in die Tafeln einzugehen.

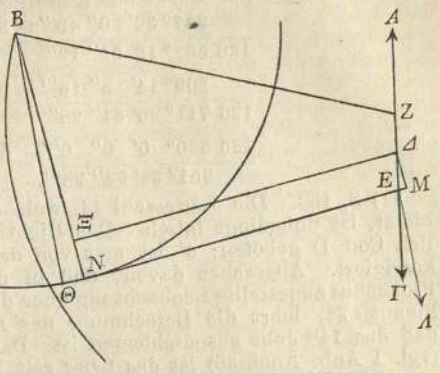


Aus demselben Grunde kann S. 201, 3 die den gegebenen ∠ BΘE überspannende Sehne (ΔΓ) als gleichgroß wie die den Nebenwinkel BΘN überspannende Sehne BN den Sehnentafeln zum kleineren Winkel entnommen werden, vorausgesetzt, daß beide Sehnen in gleichgroßen Kreisen liegen. Man halbiere ∠ BΘE, mache die Halbierungslinie ΘA gleich BΘ und beschreibe um ΘA als Durchmesser einen Kreis. Wird die Sehne ΔΓ gezogen und das Sehnenviereck ΘΔAΓ fertig gezeichnet, so werden die Sehnen BN und ΔΓ von gleichgroßen Winkeln unterspannt; denn ∠ BΘN ist Nebenwinkel und ∠ ΔAΓ Supplementwinkel des gegebenen ∠ BΘE.



Diese Erörterung machte sich nötig, um den Beweisgang (S. 201, 1) mit der den Verhältnissen nicht genau entsprechenden Figur halbwegs in Einklang zu bringen, ohne den Nebenwinkel BΘN = 98°21′ einzuschieben, der in dem rechtwinkligen Dreieck BNΘ überhaupt nicht liegen kann. Dieses Mißverhältnis wird durch den an der Figur (S. 200) mehr als einen

Rechten betragenden $\angle \Theta E \Lambda$ verursacht. Eine dem Verhältnis $ZE : \Delta\Lambda = 12^p : 60^p$ entsprechende Figur mit den genauen Winkeln würde fünfmal größer sein als die (S. 200) vorgelegte. Deshalb wird beistehend der Ausschnitt einer in den genauen Verhältnissen entworfenen Figur mitgeteilt, an welcher der Halbmesser $B\Theta \parallel E\Lambda$ auf die andere Seite des Lotes BN zu liegen kommt, so daß $\angle B\Theta N = \angle \Theta E \Lambda$ als Winkel von $81^0\,39'$ in dem rechtwinkligen Dreieck $BN\Theta$ liegen kann.



10) S. 154. 170. 250. 1. In 46 Sonnenjahren und einem Tage, d. i. in $16802\frac{1}{2}$ Tagen, vollendet (S. 100, 24) der Merkur 145 Wiederkehren der Anomalie. Die auf 20 ägyptische Jahre oder 7300 Tage entfallenden Umläufe erhält man daher nach der Proportion

$$16802\tfrac{1}{2} : 7300 = 145 : x \quad \text{mit } x = 62\tfrac{16745}{16803}.$$

Folglich fehlen an 63 Umläufen auf dem Epizykel

$$\frac{58}{16803} = \frac{1}{290} \text{ Umlauf oder } 1\tfrac{1}{4}{}^0.$$

Nahezu dasselbe Ergebnis erhält man bei Anstellung der Berechnung nach der Tafel der gleichförmigen Bewegungen des Merkur (S. 117). Da der Merkur in einem ägyptischen Jahre über drei volle Umläufe der Anomalie noch $53^0 56'$ zurücklegt, so beträgt in 20 ägyptischen Jahren über $(3 \times 20 =)$ 60 Umläufe der Überschuß $(53^0 56' \times 20 =) 1078^0 40'$, d. h. am 63^{ten} Umlauf fehlt $1\frac{1}{3}{}^0$.

2. Die Venus legt (S. 100, 19) 5 volle Umläufe auf dem Epizykel in 8 Sonnenjahren weniger $2\frac{1}{3}$ Tagen oder in $2919\frac{2}{3}$ Tagen zurück. Nun sind 8 ägyptische Jahre, d. s. 2920 Tage, um $\frac{1}{3}$ Tag länger; es entfällt also in 8 ägyptischen Jahren auf 5 Umläufe ein Überschuß von $0^0 12' 19''$; denn so viel beträgt in 8 Stunden die Bewegung der Venus in Anomalie nach der Tafel (S. 114).

3. Um festzustellen, daß der Saturn (S. 250, 27) in der Zwischenzeit von 364 ägyptischen Jahren und $219\frac{3}{4}$ Tagen in der Tat 351 volle Umläufe in Anomalie und darüber $351^0 27'$ zurückgelegt hat, multiplizieren wir den jährlichen Betrag in Anomalie mit 364 und addieren dazu den auf $219\frac{3}{4}$ Tage

entfallenden Überschuß. Ziehen wir alsdann von der Summe 351 ganze Kreise ab, so erhalten wir die oben angegebene Anomaliezahl. Die Rechnung gestaltet sich folgendermaßen:

$$\begin{array}{r} 347^\circ\,32'\ 0''\,48'''\times 364 \\ \hline 126\ 502^\circ\,12'\,51''\,12''' \\ 209^\circ\,14'\ 3''\,16''' \quad \text{in } 219\tfrac{3}{4}{}^{\text{d}} \\ \hline 126\ 711^\circ\,26'\,54''\,28''' \\ 126\ 360^\circ\ 0'\ 0''\ 0''' \quad \text{d. i. } 351\times 360^\circ \\ \hline 351^\circ\,26'\,54''\,28'''. \end{array}$$

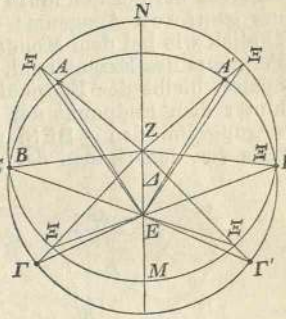
11) S. 156. Die Jahreszahl 14, welche der griechische Text bietet, ist unbedingt falsch. Das Richtige hat hier ursprünglich Cod. D geboten: δ' ist erst von der zweiten Hand in $\iota\delta'$ korrigiert. Abgesehen davon, daß in der Syntaxis keine von Ptolemäus angestellte Beobachtung über das vierte Jahr Antonins hinausfällt, lehrt die Berechnung des mittleren Sonnenortes, daß das 14te Jahr ausgeschlossen ist. Das vierte Jahr Antonins (vgl. I Anh. Anm. 30) ist das 888te seit Nabonassar und läuft vom 19. Juli 140 bis 18. Juli 141 n. Chr. Seit dem Mittag des 1. Thoth (19. Juli) bis zum Mittag des 11. Thoth (29. Juli) sind 10 Tage verflossen, hierüber bis zur Morgendämmerung des 12. Thoth $\frac{1}{2}5^{\text{h}}$ früh $16\frac{1}{2}$ Stunden. Ein späterer Termin der Beobachtung kann mit Rücksicht auf die Jahreszeit kaum angenommen werden; auch würde eine halbe Stunde später nur $1'14''$ mehr ausmachen. Für $887^{\text{a}}10^{\text{d}}16\frac{1}{2}{}^{\text{h}}$ ergibt die Nachprüfung den mittleren Sonnenort zwar nur mit ♌ $5^\circ 37' 58''$ statt mit ♌ $5^\circ 45'$; allein bei der Vorliebe des Ptolemäus für günstige Abrundung fällt dieser Minderbetrag weniger ins Gewicht als der Umstand, daß die Berechnung für 10 Jahre später (27. Juli 150 n. Chr. $\frac{1}{2}5^{\text{h}}$ früh) den mittleren Sonnenort mit ♌ $3^\circ 26' 41''$ liefert.

Als Ergänzung des zum ersten Bande (Anh. Anm. 30) aufgestellten Kanons der Regierungsjahre Hadrians und Antonins seien hier die im zweiten Bande dazukommenden Jahre Hadrians zur leichteren Prüfung der modernen Daten hinzugefügt.

11tes	Jahr	Hadrians,	das	874te	seit	Nab.,	vom	23. Juli 126—22. Juli 127
12tes	„	„	„	875te	„	„	„	23. Juli 127—21. Juli 128
13tes	„	„	„	876te	„	„	„	22. Juli 128—21. Juli 129
14tes	„	„	„	877te	„	„	„	22. Juli 129—21. Juli 130
15tes	„	„	„	878te	„	„	„	22. Juli 130—21. Juli 131
16tes	„	„	„	879te	„	„	„	22. Juli 131—20. Juli 132
18tes	„	„	„	881te	„	„	„	21. Juli 133—20 Juli 134.

Die Stellen des Textes, in denen die einzelnen Jahre genannt werden, gibt das Namenverzeichnis unter Hadrian und Antonin an die Hand.

12) S. 254. Der Exzenter der gleichförmigen Bewegung sei der Kreis um das Zentrum Z, der den Epizykel tragende Exzenter sei der Kreis um das Zentrum Δ, Mittelpunkt der Ekliptik sei E (vgl. die Fig. S. 209). Die Prosthaphäresis infolge der größeren Exzentrizität wird durch die Winkel ΕΞΖ gemessen, die infolge des Laufs auf dem Exzenter mit der kleineren Exzentrizität durch die Winkel ΕΑΖ, ΕΓΖ, ΕΓ′Ζ, ΕΑ′Ζ. Maßgebend für die genauberechnete Länge des Epizykelmittelpunktes ist die zahlenmäßige Größe dieser letzteren Winkel, zu deren Ermittelung die in der dritten und vierten Spalte der Tabellen angesetzten Zahlen dienen. Die dritte Spalte enthält die den Winkeln ΕΞΖ entsprechenden Prosthaphäresisbeträge, die vierte die nur Minuten betragende Größe der Winkel ΑΕΞ, ΓΕΞ usw., welche die Differenz der beiden Arten der Prosthaphäresis ausdrücken. Gleich Null wird diese Differenz in den mittleren Entfernungen, d. i. in den Knotenpunkten der beiden Exzenter, die bei den übrigen Planeten in die Längen 93° und 267°, bei dem Merkur infolge der größeren Exzentrizität in die Längen 60° und 300° fallen. Bei ersteren gewinnt man oberhalb der Knotenlinie, d. i. auf dem erdfernen Halbkreis, die Prosthaphäresis infolge des Laufs auf dem zweiten Exzenter durch Addition der Differenz zu den Beträgen der dritten Spalte (Außenwinkel ΕΑΖ = ∠ ΕΞΖ + ∠ ΑΕΞ), auf dem erdnahen Halbkreis durch Subtraktion der Differenz (Dreieckwinkel ΕΓΖ = Außenwinkel ΕΞΖ − Dreieckwinkel ΓΕΞ). Das entgegengesetzte Verfahren für den Merkur (vgl. die Tabelle S. 265) erklärt sich aus der rückläufigen Bewegung des den Epizykel tragenden Exzenters, infolge welcher der Planet zweimal in die Erdnähe gelangt.

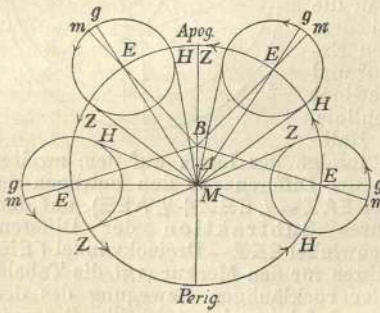


Die Berechnung dieser drei Winkel für eine gegebene gleichförmige Länge ist in den Beweisen der Exzentrizität der Planeten zahlenmäßig durchgeführt worden. Nachdem z. B. für den Jupiter die gleichförmige Länge ΝΞ mit 79°30′ ermittelt war, wurde von dem ∠ ΝΖΞ ausgehend, (S. 211, 18) die Differenz[a] ∠ ΕΑΖ − ∠ ΕΞΖ = ∠ ΑΕΞ mit 0°3′ nachgewiesen; demnach ist

a) Die Einführung des Buchstaben Z für an der zitierten Stelle gebrauchtes Θ wird nicht irre führen, da auch dort das Zentrum des ersten Exzenters mit Z bezeichnet ist.

$\angle EAZ = \angle E\Xi Z + 0^\circ 3'$, d. h. zur Größe des $\angle E\Xi Z$, die zur gegebenen Länge in der dritten Spalte steht, müssen die 3 Minuten aus der vierten Spalte addiert werden, um den gesuchten $\angle EAZ$ zu erhalten. Desgleichen wurde von dem mit $32^\circ 51'$ ermittelten Perigeumabstand ΞN ausgehend[b]), (S. 214, 16) die Differenz $\angle E\Xi Z - \angle E\Gamma' Z = \angle \Gamma' E\Xi$ mit $0^\circ 7'$ nachgewiesen, also $\angle E\Xi Z - 0^\circ 7' = \angle E\Gamma' Z$, d. h. von der Größe des $\angle E\Xi Z$ müssen 7 Minuten abgezogen werden, um den $\angle E\Gamma' Z$ zu erhalten.

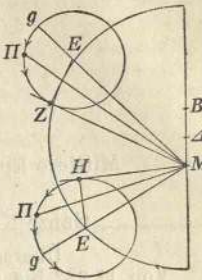
13) S. 266. 267 zweimal. 1. Genaue Berechnung der Länge und der Anomalie. Die Prosthaphäresis der Länge, d. i. $\angle BEM$ oder vielmehr dessen Scheitelwinkel, entspricht der Anomaliedifferenz bei der Sonne (I 171, 22) und zugleich dem Unterschied des genauen Apogeums des Epizykels von dem mittleren, ähnlich wie bei dem Monde (I 269, 20). Zwischen Apogeum und Perigeum des Exzenters (d. i. bei den Argumentzahlen der ersten Spalte) bleibt der Endpunkt der Leitlinie ME in der Ekliptik hinter dem Endpunkt der Leitlinie BE der gleichförmigen Bewegung um den $\angle BEM$ zurück: man hat die Prosthaphäresis von den Graden der gleichförmigen Länge abzuziehen, um die genauberechnete zu erhalten. Um denselben Winkel geht auf demselben Halbkreis des Exzenters das mittlere Apogeum (*m*) des Epizykels dem genauen (*g*) voraus: man hat die Prosthaphäresis zu den Graden der mittleren Anomaliezahl zu addieren, um die auf das genaue Apogeum reduzierte Zahl zu erhalten. Daß auf dem Halbkreis des Exzenters vom Perigeum zum Apogeum (d. i. bei den Argumentzahlen der zweiten Spalte) das umgekehrte Verfahren eintreten muß, ist aus dem Verhältnis der Leitlinien an der Figur deutlich zu erkennen.



2. Berechnung der Prosthaphäresis der Anomalie. Die Prosthaphäresis in diesem Sinne entspricht der Anomaliedifferenz bei der epizyklischen Hypothese (I 172, 28). Sie mißt den Winkel (EMΠ), unter welchem einem Auge im Mittelpunkt (M) der Ekliptik der Abstand des Planeten (Π) von dem genauen Apogeum (*g*), in der Ekliptik gemessen, erscheint. Wie bei dem Monde er-

b) An der vorliegenden Figur entspricht ΞM.

reicht dieser Winkel sein Maximum, wenn der Mond in den Berührungspunkten (Z und H) der Tangente an den Epizykel steht. Zur Berechnung dieses Winkels bedarf es zweier Argumentzahlen, der gleichförmigen Länge des Epizykels und der genauberechneten Anomaliezahl des Planeten.



Es sei z. B. für den Saturn die gleichförmige Länge mit 30° und die genauberechnete Anomaliezahl mit 45° gegeben. Zu letzterer bietet die sechste Spalte der Tabelle (S. 261) den ∠ EMΠ für die mittlere Entfernung mit 4°3′ (als Mittel zwischen 3°49′ und 4°17′). Für die größte Entfernung, d. i. bei der Länge 0°, würde derselbe Winkel durch Abzug der der fünften Spalte zu entnehmenden ganzen Differenz 0°11′30″ mit (4°3′ − 0°11′30″ =) 3°51′30″ gewonnen werden. Nun handelt es sich aber um die unwesentlich kleinere Entfernung, welche bei 30° gleichförmiger Länge eintritt: es sind die zu dieser gegebenen Länge in der achten Spalte angesetzten 52½ Sechzigstel oder ⅞ der Differenz 0°11′30″, d. s. 0°10′, von der Prosthaphäresis 4°3′ der mittleren Entfernung abzuziehen, weil die Länge 30°, als in den ersten 15 Zeilen stehend, auf den erdfernen Halbkreis des Exzenters entfällt. Somit ist ∠ EMΠ für die beiden gegebenen Argumentzahlen mit dem um ein geringes größeren Betrag (4°3′ − 0°10′ =) 3°53′ gefunden.

3. Anbringung der Prosthaphäresis der genauberechneten Anomalie. Der gefundene zahlenmäßige Betrag des ∠ EMΠ ist zu der genauberechneten Länge des Epizykels zu addieren, wenn die gegebene Anomaliezahl in der ersten Spalte, d. h. der Planet auf der Abendseite (EZ) des Epizykels steht; denn in diesem Fall geht der Planet auf beiden Halbkreisen des Exzenters, sowohl auf dem vom Apogeum zum Perigeum als auch auf dem vom Perigeum zum Apogeum, dem Epizykelmittelpunkt in der Ekliptik voran (s. Fig. zu 1). Abzuziehen ist der Betrag des Winkels, wenn die Anomaliezahl in der zweiten Spalte, d. h. der Planet auf der Morgenseite (EH) des Epizykels steht, wo er auf beiden genannten Halbkreisen des Exzenters dem Epizykelmittelpunkt in der Ekliptik nachfolgt.

14) S. 267. 1. Es soll der scheinbare Ort in Länge berechnet werden, welchen der Saturn am 6. Mechir (22. Dezember) 138 n. Chr. 8^h abends einnahm (vgl. S. 243, 25). Die seit der Epoche verflossene Zeit beträgt $885^a\,155^d\,8^h$. Für diese Stunde geben die Tafeln der mittleren Bewegungen des Saturn (S. 104 bis 106) folgende einzelne Posten an die Hand:

	Länge	Anomalie
810ª	180°53′12″	342°10′59″
72ª	160 4 43	182 24 58
3ª	36 40 11	322 36 2
150ᵈ	5 1 23	142 49 19
5ᵈ	10 2	4 45 38
8ʰ	40	19 2
	382°50′11″	995° 5′58″
Mittlere Epoche: ♌	26°43′	34° 2′
	409°34′	1029° 8′
Ganze Kreise:	360°	720°
Überschuß:	49°34′	309° 8′.
Von ♏ 23° bis ♑ 0°:	37°	
Mittlere Länge:	86°34′.	

Mit den vom damaligen Apogeum ♏ 23° (S. 244, 14) ab gerechneten Graden 86°34′ der gleichförmigen Länge gehen wir in die erste Spalte der Anomalietabelle (S. 261) ein, entnehmen der dritten und vierten Spalte die Prosthaphäresis mit (6°26′30″ + 1′30″ =) rund 6°28′ und subtrahieren (Anm 13. 1) diesen Betrag von der gleichförmigen Länge 86°34′, um die genauberechnete mit 80°6′ zu erhalten, addieren ihn aber zu den Graden der mittleren Anomalie, um die genauberechnete Anomaliezahl mit (309°8′ + 6°28′ =) 315°36′ zu erhalten. Zu letzterer notieren wir hierauf die aus der sechsten Spalte sich ergebende Prosthaphäresis 4°4′ der Anomalie für die mittlere Entfernung und die aus der fünften Spalte hervorgehende Differenz 0°12′ der größten Entfernung. Von dieser sind aber nur die zur gleichförmigen Länge 86°34′ der achten Spalte zu entnehmenden $^{10}/_{60}$, d. s. 0°2′, in Betracht zu ziehen, und zwar (Anm. 13.2 a. E.) von der notierten Prosthaphäresis 4°4′ zu subtrahieren, was 4°2′ gibt. Die hiermit gewonnene Prosthaphäresis der genauberechneten Anomalie werden wir nun von der genauberechneten Länge 80°6′ (Anm. 13. 3) abziehen, die als Ergebnis erhaltenen 76°4′ (vgl. S. 246, 10) von dem damaligen Apogeum ♏ 23° aus abzählen und so (vgl. S. 244, 1) zu dem scheinbaren Ort in Länge (7° + 60° + 9°4′ =) ♒ 9°4′ gelangen Die Breite des Saturn in dieser Position wird Anm. 22. 1 ermittelt.

2. Es soll der scheinbare Ort in Länge berechnet werden, welchen die Venus am 29/30. Tybi (16. Dezember) 138 n. Chr. $^3/_4 5^h$ früh einnahm (vgl. S. 164, 8). Die seit der Epoche verflossene Zeit beträgt $885^a 28^d 16^3/_4{}^h$. Für diese Stunde ergibt die Rechnung nach den Tafeln der mittleren Bewegungen der

Venus (S. 113—115) die gleichförmige Länge mit 292°9′ = ♐ 22°9′, was selbstverständlich zugleich der mittlere Ort der Sonne ist, die mittlere Anomalie mit 230°31′. Von dem damaligen Apogeum ♉ 25° (S. 159, 27) ab gezählt, beträgt die gleichförmige Länge (5° + 180° + 22°9′ =) 207°9′. Zu dieser Argumentzahl gibt die Anomalietabelle (S. 264) die Prosthaphäresis mit (1°7′ − 0°2′ =) 1°5′, so daß wir (Anm. 13. 1) die genauberechnete Länge mit (207°9′ + 1°5′ =) 208°14′, die genauberechnete Anomalie mit (230°31′ − 1°5′ =) 229°26′ erhalten. Zu letzterer entnehmen wir der sechsten Spalte die Prosthaphäresis 45°43′ der Anomalie für die mittlere Entfernung und der siebenten Spalte die dazugehörige Differenz 1°10′ der kleinsten Entfernung, nehmen aber von dieser nur die $^{52}/_{60}$, welche zu der gleichförmigen Länge 207°9′ in der achten Spalte angesetzt sind, und addieren (Anm. 13. 2 a. E.) den Bruchteil 1°1′ zu der notierten Prosthaphäresis 45°43′. Die hiermit erhaltenen 46°44′ subtrahieren wir (Anm. 13. 3) von der genauberechneten Länge, zählen den Rest (208°14′ − 46°44′ =) 161°30′ von dem Apogeum ♉ 25° ab und gelangen so (vgl. S. 165, 5) zu dem scheinbaren Ort in Länge (5° + 150° + 6°30′ =) ♍ 6°30′. Die Breite der Venus in dieser Position wird Anm. 22. 2 ermittelt.

3. Es soll der scheinbare Ort in Länge berechnet werden, welchen der Merkur am 18/19. Thoth (15. Nov.) 265 v. Chr. 7^h früh einnahm. Eine Stunde später sei angenommen als im Text (S. 151, 21), weil die gleichförmige Länge des Planeten in besserem Einklang mit dem mittleren Ort der Sonne (♍ 20°50′) gefunden wird. Die seit der Epoche verflossene Zeit beträgt $483^a 17^d 19^h$. Für diese Stunde liefert die Rechnung nach den Tafeln der mittleren Bewegungen des Merkur (S. 116—118) die gleichförmige Länge mit 260°51′ = ♍ 20°51′, die mittlere Anomalie mit 212°41′. Zu der von dem damaligen Apogeum ♎ 6° (S. 151, 23) ab gezählten gleichförmigen Länge 44°51′ gibt die Anomalietabelle (S. 265) die kombinierte Prosthaphäresis mit 1°53′. Es beträgt demnach (Anm. 13. 1) die genauberechnete Länge (44°51′ − 1°53′ =) 42°58′, die genauberechnete Anomalie (212°41′ + 1°53′ =) 214°34′. Zu letzterer entnehmen wir der sechsten Spalte die Prosthaphäresis 17°3′ der Anomalie für die mittlere Entfernung und der fünften Spalte die dazugehörige Differenz 2°54′ der größten Entfernung. Hiervon nehmen wir die zu der gleichförmigen Länge 44°51′ sich ergebenden $^{29}/_{60}$, d. s. 1°25′, und ziehen (Anm. 13. 2) diesen Betrag von der notierten Prosthaphäresis 17°3′ ab. Die hiermit erhaltenen 15°38′ subtrahieren wir (Anm. 13. 3) von der genauberechneten Länge 42°58′ und erhalten somit (vgl. S. 151, 11) als scheinbaren Ort in Länge (42°58′ − 15°38′ =) 27°20′, d. i. vom

Apogeum ♎ 6° ab gezählt, ♍ 3°20′. Die Breite des Merkur in dieser Position wird Anm. 22. 3 ermittelt.

15) S. 277. Die Weiterführung des Beweises gestaltet sich im Vergleich zu S. 274, 26 folgendermaßen:

$$\frac{1}{2}\,AK : ZK < \angle HZK : \angle HEK.$$

Es ist aber $\frac{1}{2}\,AK : ZK = GEp : GPl,$

folglich $GEp : GPl < \angle HZK : \angle HEK,$

oder $\angle HEK : \angle HZK < GPl : GEp.$

Die letzte, mit dem Schlußergebnis (S. 277, 3) übereinstimmende Zeile ist aus der hier vorhergehenden durch Umstellung der äußeren und Vertauschung der inneren Glieder hervorgegangen. Viel klarer tritt das zu beweisende Gegenteil (S. 276, 12) des vorher (S. 274, 28) gewonnenen Ergebnisses hervor, wenn man die hier vorletzte Zeile unter Umstellung der Verhältnisse als Schlußergebnis hinstellt. Die beiden Ergebnisse stehen sich dann in folgender Form gegenüber:

S. 277, 3 : $\angle HZK : \angle HEK > GEp : GPl,$

S. 274, 28: $\angle HZK : \angle HEK < GEp : GPl.$

Die Weiterführung des Beweises für die exzentrische Hypothese gestaltet sich in Anknüpfung an S. 275, 29 entsprechend. Auch hier führt die Gegenüberstellung der Ergebnisse in geeigneterer Form

S. 277, 4 : $\angle H\Theta K : \angle HEK > GEx : GPl,$

S. 275, 31: $\angle H\Theta K : \angle HEK < GEx : GPl,$

zu einem besseren Verständnis des Gegenteiles.

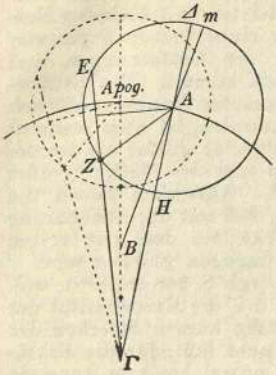
16) S. 281. Wenn die Figur dem Zeitpunkt entsprechen soll, wo der Planet, dessen Opposition direkt im Apogeum des Exzenters bevorsteht, noch stationär in Punkt Z steht, kann der Epizykelmittelpunkt nicht direkt im Apogeum angenommen werden, wie dies an den Figuren des Originals und an den von mir beigegebenen scheinbar der Fall ist. Es bedarf vielmehr einer Figur, welche den Planeten in Punkt Z stationär zeigt, während der Epizykelmittelpunkt A in einem gewissen Abstand genauberechneter Länge (2° 6′ 6″) noch vor dem Apogeum steht, wie S. 303, 30 deutlich ausgesprochen wird. Dieser Abstand wird unter Anrechnung der Prosthaphäresis (0°6′30″ auf 1°) der periodischen Länge (2°21′25″) entsprechen, die nach den Tafeln (III^a und III^b S. 106) in die zwischen dem ersten Stillstand und der Opposition verstreichende Zeit (von 70½ Tagen) umzuwandeln ist, in welcher der Epizykel in das Apogeum des Exzenters und der Planet rückläufig in das Perigeum des Epizykels gelangt.

Da für die Beweise derartig komplizierte Figuren nicht angezeigt waren, so habe ich es bei den Stellungen, welche die Figuren des Originals zeigen, belassen, jedoch diese drei Stellungen des Epizykels in größter, mittelster und kleinster Entfernung für jeden Planeten zu einer einheitlichen Figur vereinigt, in welcher der Unterschied der Entfernungen vom Mittelpunkt der Ekliptik zum Ausdruck kommt. Das Größenverhältnis zwischen Epizykel und Exzenter konnte natürlich nicht für jeden Planeten eingehalten werden, ist aber insoweit berücksichtigt, daß der Epizykel des Jupiter größer als der des Saturn und die Epizyklen der Venus und des Merkur größer als der des Jupiter gezeichnet sind. Außerdem lassen die neuen Figuren einigermaßen erkennen, daß mit der Annäherung an die Erde die Rückläufigkeitsstrecke bei den vier ersten Planeten kleiner, bei dem Merkur dagegen größer wird.

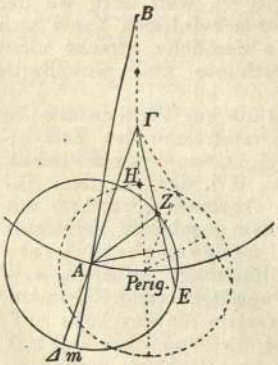
War die epizyklische Hypothese (vgl. S. 268 Anm. [3]), welche die Veränderung der Entfernung, d. i. die Exzentrizität der Planetenbahnen, bei den verhältnismäßig kurzen Strecken der Rückläufigkeit als unwesentlich außer acht läßt, für die Erklärung der vorausgeschickten Lehrsätze ausreichend, so kann sie nicht mehr genügen, sobald die Wirkung der Exzentrizität in Betracht gezogen wird. Dies geschieht erstens (S. 281, 18) mit der Erklärung, daß die Entfernung kurz vor dem Apogeum nur unwesentlich verschieden sei von der größten Entfernung, und zweitens (S 281, 22) durch Berücksichtigung der Prosthaphäresis der Länge. Solange es sich um die Rückläufigkeit in der mittleren Entfernung handelte, kam die Prosthaphäresis deshalb nicht in Betracht (vgl. S. 278, 27), weil dort, wo der Fortschritt des ungleichförmigen oder scheinbaren Laufs sich von der mittleren Bewegung auf eine ziemliche Strecke nicht wesentlich unterscheidet, genauberechnete und periodische Länge als identisch gelten kann.

Bei der größten Entfernung wird die zur Bestimmung der zwischen Stillstand und Opposition verstreichenden Zeit erforderliche periodische Länge auf folgendem Wege gewonnen. Nachdem ∠ ZAH der scheinbaren, d. i. der von dem genauen Perigeum H ab gerechneten Anomalie (S. 282, 28) mit 67°15′ gefunden ist, ergibt sich nach dem gegebenen Verhältnis $28\frac{1}{2} : \frac{9}{10}$ die auf diesen Winkel entfallende genauberechnete Länge mit 2°6′. Damit ist die Ekliptikstrecke gefunden, welche der Epizykel in der bis zur Opposition verstreichenden Zeit von A bis zum Apogeum des Exzenters für das Auge in Γ in der Richtung der Zeichen zurücklegt. Es ist aber zugleich mit dem ∠ ZAH auch der ∠ AΓE (S. 282, 27) mit 5°38′ gefunden, d. i. die Strecke, welche in derselben Zeit der Planet in der Ekliptik gegen die Richtung der Zeichen zurücklegt; folglich

beträgt die Strecke, die er für das Auge in Γ scheinbar rückläufig ist, den Unterschied der beiden Winkel, d. i. (5°38′ − 2°6′ =) 3°32′. Die Zeit, welche der Planet zu diesem Rücklauf braucht, ist dieselbe, in welcher der Epizykel die periodische oder mittlere (von dem Winkel bei B gemessene) Länge bis zum Apogeum des Exzenters zurücklegt, die um die Prosthaphäresis, d. i um den ∠ ΔA*m*, größer ist als die genauberechnete oder scheinbare (von dem Winkel bei Γ gemessene) Länge. Daher addiert Ptolemäus (S. 283, 9) den auf 2°6′ der letzteren entfallenden Betrag mit 0°15′ und erhält so mit 2°21′ die periodische Länge, zu welcher die Tafeln (S. 106) der gleichförmigen Bewegungen des Saturn die halbe Dauer der Rückläufigkeit mit 70½ Tagen liefern. Die Unzulänglichkeit der mit 0°6′30″ (S. 281, 22) zugrunde gelegten Prosthaphäresis auf einen Grad, nach welcher das einfache Rechenexempel 0°6′30″ × 2°6′ die gesuchte Prosthaphäresis mit nur 0°13′39″ ergibt, veranlaßt den Ptolemäus zu dem Nachtrag (S. 301 f.) am Schluß des sechsten Kapitels.

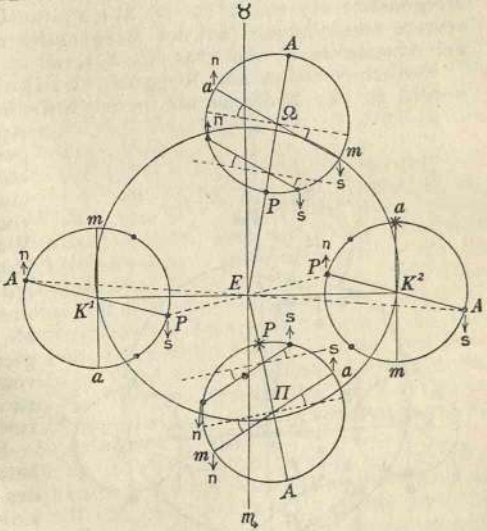


Bei der kleinsten Entfernung wird auf demselben Wege zunächst der Abstand vom Perigeum des Exzenters nach genauberechneter Länge (S. 284, 33) mit 2°33′28″ festgestellt und (S. 283, 24) die am Perigeum auf einen Grad entfallende Prosthaphäresis mit 0° 7′20″ zugrunde gelegt. Auch hier zeigt sich die Unzulänglichkeit dieses Wertes. Weil die genauberechnete (von dem Winkel bei Γ gemessene) Länge um den ∠ ΔA*m* größer ist als die periodische (von dem Winkel bei B gemessene), wird letztere (S. 285, 5) unter Abzug der Prosthaphäresis mit 2°16′45″ erzielt, d. h. die Prosthaphäresis ist zu (2°33′28″ − 2°16′45″ =) 0°16′43″ angenommen, während die Nachprüfung (0°7′20″ × 2° 33′28″) zu dem um 0°2′2″ größeren Betrag 0°18′45″ führt.



17) S. 334. Bei der größeren Kompliziertheit der Bahnverhältnisse wird es genügen, den Lauf der Venus und des Merkur durch Figuren zu erläutern, und zwar den Lauf des Merkur ohne Rücksicht auf die stark elliptische Gestalt seiner Bahn.

Die Epizyklen sind in den Kardinalpunkten der Bahnen angenommen: in den Apogeen (Ω) und den Perigeen (Π), die mit den Grenzpunkten der Breite zusammenfallen (vgl S. 328, 25), und in den Knoten (K^1 u. K^2; vgl. S. 328, 9). Die Planeten sind in die Apogeen (A) und die Perigeen (P) ihrer Epizyklen gesetzt, sowie in die Berührungspunkte der Tangenten an die Epizyklen, in denen für das Auge in E die größten Elongationen eintreten. Die genauberechnete Anomalie, welche auf diese Punkte entfällt, beträgt bei der Venus 138° und 222°, bei dem Merkur 111° und 249°. Daß an den Figuren diese Punkte nicht allenthalben gleichweit beiderseits der Perigeen angesetzt sind, erklärt sich aus dem Schiefstand der Epizyklen, der nicht perspektivisch dargestellt werden konnte. Als Ausgangspunkt der bei beiden Planeten zunächst nach Norden gerichteten Hebung des Durchmessers (*AP*), welcher durch die scheinbaren Apogeen geht, ist das betreffende Perigeum (P^*) des Epizykels (vgl. S. 331, 1) durch einen Stern bezeichnet. Ebenso der auf der Abendseite des Epizykels liegende Endpunkt (a^*) des Quermessers (*am*) als Ausgangspunkt der bei beiden Planeten gleichfalls zunächst nach Norden gerichteten Hebung dieses Durchmessers über seine (punktierte) Normallage (S. 331, 26).

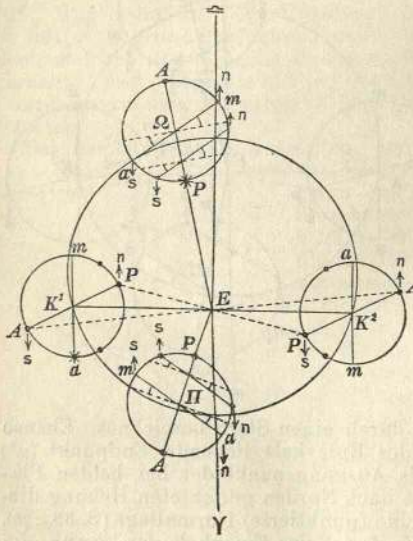


Der Neigungswinkel (ἔγκλισις) des Epizykels der Venus im Apogeum und Perigeum des Exzenters gleich Null, erreicht ein Maximum von $2^1/_2{}^\circ$ in den Knoten (S. 336, 18). Steht der Pla-

net bei diesem Maximum in dem Perigeum des Epizykels, so erscheint die ihm durch diesen Winkel verliehene größte (in K^2) nördliche und (in K^1) südliche Breite dem Auge in E unter einem Winkel von 6°22′ (S 336, 23). Steht er aber in dem Apogeum des Epizykels, so erscheint die (in K^1) nördliche und (in K^2) südliche Breite unter einem Winkel von 1°2′ (S. 336, 23).

Der Winkel des Schiefstandes (λόξωσις), in den Knoten gleich Null, erreicht im Mittel ein Maximum von $3\frac{1}{2}$° (S. 367, 28). Wenn der Planet in den Berührungspunkten der Tangente, d. i. in der größten Elongation von der mittleren Sonne steht, so bewirkt dieses Maximum des Schiefstandes für ein Auge in E hinsichtlich der Breite des Planeten im Apogeum des Exzenters einen Abzug (auf der Abendseite *a*) oder Zusatz (auf der Morgenseite *m*) von 2°27′ (S. 371, 8), im Perigeum des Exzenters einen Abzug (auf der Morgenseite *m*) oder Zusatz (auf der Abendseite *a*) von 2°34′ (S. 371, 23).

Endlich verleiht der Neigungswinkel des Exzenters sowohl in der Erdferne als in der Erdnähe dem im genauen Apogeum oder Perigeum des Epizykels stehenden Planeten eine nördliche Breite von $\frac{1}{6}$° (S. 335, 16). Während des Laufs des Epizykels zum Knoten (vgl. Anm. 22. 2 a. E.) nimmt dieser Winkel ab, bis er im Knoten gleich Null wird, um von dort wieder bis zu dem Maximum anzuwachsen.



Bei dem Merkur beträgt das Maximum des Neigungswinkels des Epizykels $6\frac{1}{4}$° (S 337, 3), der Winkel am Auge, wenn der Planet im Perigeum des Epizykels steht, 4°5′ (S. 337, 10), wenn im Apogeum, 1°46′ (S. 337, 9).

Der Winkel des Schiefstandes erreicht im Mittel (S. 369, 15) das Maximum von 7° und erscheint dem Auge in der Erdferne

unter einem Winkel von 2°17′ (S. 372, 19), in der Erdnähe unter einem solchen von 2°46′ (S. 373, 7).

Der Neigungswinkel des Exzenters verleiht dem im Apogeum oder Perigeum des Epizykels stehenden Planeten sowohl in der Erdferne als in der Erdnähe eine stets südliche Breite von $^3/_4{}^\circ$ (S. 335, 17). Dieser Winkel wird in den Knoten gleich Null und nimmt von da wieder bis zum Maximum zu.

18) S. 336. 337. Der durch die Pole des Epizykels gezogene größte Kreis, auf welchem die Neigungswinkel des Epizykels gemessen werden, ist selbstverständlich gleichgroß wie der Epizykel des betreffenden Planeten. Der Winkel, unter welchem der von dem Neigungswinkel unterspannte Bogen dieses Kreises dem Auge erscheint, ist daher identisch mit der Prosthaphäresis der Anomalie (vgl. Anm. 13. 2), welche einen gleichgroßen Abstand des Planeten von dem genauen Apogeum oder Perigeum des Epizykels mißt. Weil der Epizykel, wenn er das Maximum der Neigung zeigt, in den Knoten der Bahn steht, so kommen für die Berechnung dieses Winkels am Auge die Ansätze in Betracht, welche die Anomalietabellen der Planeten in der sechsten Spalte für die Prosthaphäresis der Anomalie in der mittleren Entfernung bieten.

Nach dieser Spalte der Tabelle der Venus (S. 264) erscheint ein Epizykelbogen von 6° am Apogeum des Epizykels dem Auge unter einem Winkel von $2^1/_2{}^\circ$, so daß auf einen Grad ($2^1/_2{}^\circ : 6 =$) 0°25′ entfallen; folglich wird ein Bogen des durch die Pole des Epizykels gezogenen größten Kreises, der am Apogeum des Epizykels den Neigungswinkel von $2^1/_2{}^\circ$ überspannt, dem Auge unter einem Winkel von ($0°25' \times 2^1/_2 =$) 1°2′30″ erscheinen. Am Perigeum des Epizykels erscheint ein Epizykelbogen von 3° dem Auge unter einem Winkel von rund 7°40′, so daß auf einen Grad 2°33′ kommen; folglich ergibt sich für einen Bogen des besagten Kreises, der am Perigeum des Epizykels den Neigungswinkel von $2^1/_2{}^\circ$ überspannt, ein Winkel am Auge von ($2°33' \times 2^1/_2 =$) 6°22′.

Nach der sechsten Spalte der Anomalietabelle des Merkur (S. 265) entfällt auf einen Grad am Apogeum des Epizykels die Prosthaphäresis mit (98′ : 6 =) rund 0°17′; mithin erscheint der am Apogeum den Neigungswinkel von $6^1/_4{}^\circ$ überspannende Bogen unter einem Winkel von ($0°17' \times 6^1/_4 =$) 1°46′. Rechnet man ferner der Tabelle nach die auf einen Grad am Perigeum des Epizykels entfallende Prosthaphäresis (108′ : 3 =) 0°36′, so erscheint der am Perigeum denselben Neigungswinkel überspannende Bogen unter einem Winkel von nur ($0°36' \times 6^1/_4 =$) 3°45′ statt 4°5′. Demnach hat Ptolemäus, abweichend von dem Betrag der Tabelle, die Prosthaphäresis auf einen Grad mit 0°39′ angenommen.

19) S. 340. Bei dem Mars wird umgekehrt aus den durch Berechnung festgestellten Winkeln von 6° und 3°20′, unter welchen in der Erdnähe und in der Erdferne der den Neigungswinkel des Epizykels überspannende Bogen erscheint, die Größe des Neigungswinkels selbst, d. i. der Betrag des Bogens NΞ oder ΘK des durch die Pole des Epizykels gezogenen größten Kreises abgeleitet.

Für einen Epizykelbogen von 3° am Perigeum des Epizykels liefert die Anomalietabelle (S. 263) die Prosthaphäresis der Anomalie in der kleinsten Entfernung mit (5°45′ + 2°20′ =) rund 8°, so daß auf einen Grad (8° : 3 =) 2°40′ entfallen, d. h. ein Winkel des besagten größten Kreises von einem Grad erscheint am Perigeum des Epizykels in der kleinsten Entfernung unter einem Winkel von 2°40′. Folglich wird der den Neigungswinkel überspannende Bogen NΞ, der unter einem Winkel von 6° erscheint, zu einem Winkel von 2°15′ gehören.[a]

In der größten Entfernung beträgt für den Epizykelbogen von 3° am Perigeum des Epizykels die Prosthaphäresis der Anomalie (5°45′ − 1°16′ =) rund 4°30′, so daß auf einen Grad 1°30′ entfallen. Folglich wird der Neigungswinkel, dessen Bogen ΘK in der größten Entfernung unter einem Winkel von 3°20′ erscheint, wieder rund 2°15′ betragen.[b]

20) S. 342. Für den Saturn und den Jupiter ist unter etwas veränderten Verhältnissen dieselbe Aufgabe zu lösen wie für den Mars. Bei dem Saturn erscheint der Bogen des Neigungswinkels des Epizykels am Apogeum unter einem Winkel von 0°26′, am Perigeum unter einem solchen von 0°34′. Da für größte und kleinste Entfernung ein Unterschied (S. 340,27) nicht gemacht wird, so kann mit den Zahlen der mittleren Prosthaphäresis der Anomalie gerechnet werden, nach denen (s. die Tabelle S. 261) auf einen Grad am Apogeum des Epizykels 0°6′, am Perigeum 0°7′40″ entfallen. Es ergeben die Verhältnisse

am Apogeum $1° : 0°6′ = b\,HZ : 0°26′$
am Perigeum $1° : 0°7′40″ = b\,\Theta K : 0°34′$

für $b\,HZ$ $\frac{26′}{6}$, d. i. das $4\frac{1}{3}$ fache eines Grades oder 4°20′,
für $b\,\Theta K$ $\frac{2040″}{460}$, d. i. das $4\frac{20}{46}$ fache eines Grades oder 4°26′5″.

Beide Ergebnisse bleiben hinter dem von Ptolemäus mit $4\frac{1}{2}°$ angegebenen Neigungswinkel erheblich zurück. Diesen Betrag

a) Nach dem Verhältnis $1° : 2°40′ = x : 6°$ ist $x = \frac{360′}{160} = 2\frac{4}{16}′$, d. h. der gesuchte Winkel beträgt das $2\frac{1}{4}$ fache eines Grades.

b) Nach dem Verhältnis $1° : 1°30′ = x : 3°20′$ ist $x = \frac{200′}{90} = 2\frac{2}{9}′$, d. i. genau 2°13′20″.

erzielt man genau nur dann, wenn man die Prosthaphäresis auf einen Grad am Apogeum mit 0°5′49″, am Perigeum mit 0° 7′33″ ansetzt:

$$\left.\begin{array}{l}\text{am Apogeum mit } \dfrac{1560''}{349} = 4\dfrac{174}{349}\\ \text{am Perigeum mit } \dfrac{2040''}{453} = 4\dfrac{228}{453}\end{array}\right\} \text{ d. i. rund } 4\tfrac{1}{2}{}^\circ.$$

Bei dem Jupiter betragen die beiden gegebenen Winkel am Auge 0°24′ und 0°36′. Hier erhält man mit den Beträgen der Prosthaphäresis, wie sie die Tabelle (S. 262) für einen Grad am Apogeum und am Perigeum des Epizykels an die Hand gibt, ziemlich genau den von Ptolemäus mit $2\tfrac{1}{2}{}^\circ$ angegebenen Neigungswinkel. Es ergeben die Verhältnisse

$$\text{am Apogeum } 1^\circ : 0^\circ\ 9'40'' = \measuredangle HZ : 0^\circ 24'$$
$$\text{am Perigeum } 1^\circ : 0^\circ 14'20'' = \measuredangle \Theta K : 0^\circ 36'$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{für } \measuredangle HZ\ \dfrac{1440''}{580} = 2\dfrac{28}{58}\\ \text{für } \measuredangle \Theta K\ \dfrac{2160''}{860} = 2\dfrac{44}{86}\end{array}\right\} \text{ d. i. rund } 4\tfrac{1}{2}{}^\circ.$$

21) S. 378. 379 zweimal. 1. Die Argumentzahlen der Tabellen der Breite sind, wie die Überschrift der beiden ersten Spalten besagt, von den Apogeen aus gerechnet, weil in den folgenden Spalten die gleichgroßen Beträge zu beiderseits der Apogeen gleichweit entfernten Graden anzusetzen waren. Nun sind für die Breite, die dem Epizykel infolge der Neigung des Exzenters erwächst, die Zahlen der genauberechneten Länge maßgebend, welche von den Grenzpunkten der größten Breite ab gezählt werden. Dieser Grenzpunkt fällt bei dem Mars nahezu, bei der Venus und dem Merkur genau mit dem Apogeum der Exzenter zusammen, was bei den Planeten Saturn und Jupiter nicht der Fall ist. Deshalb muß für letztere die vom Apogeum ab gegebene genauberechnete Länge auf diesen Grenzpunkt als Ausgang der Zählung reduziert werden. Dies geschieht für den Saturn durch Zusatz von rund 50° (statt 53°), weil bei ihm der nördliche Grenzpunkt der Breite (S. 326,30) in ♎ 0° so weit rückwärts des Apogeums ♍ 23° liegt, für den Jupiter durch Abzug von rund 20° (statt 19°), weil bei ihm dieser Grenzpunkt in ♌ 0° so weit vorwärts des Apogeums ♍ 11° liegt. Für den Mars wird keine Veränderung der Länge vorgeschrieben, weil bei ihm der nördliche Grenzpunkt in ♋ 30° ziemlich nahe (S. 326,32) an dem Apogeum ♋ 25°30′ liegt. Es wird demnach eine Differenz von $4\tfrac{1}{2}{}^\circ$ für unwesentlich gehalten, weil auf eine so kleine Strecke die Breite sich nur ganz

unmerklich ändert. Von diesem Gesichtspunkt aus sind wohl auch die abgerundeten Zahlen bei dem Saturn und dem Jupiter zu beurteilen.

Von einer Rücksicht auf das derzeitige Apogeum, d. i. auf das Apogeum des Jahrhunderts, für welches die Berechnung der Breite angestellt wird, wie sie bei Berechnung der scheinbaren Örter in Länge (S. 266,6) vorgeschrieben wurde, sieht Ptolemäus hier ab. Die Vorschrift kann demnach nur für seine Zeit, oder wenigstens für nicht viel früher oder später, Gültigkeit haben. Denn die Apogeen der Epoche — für den Saturn ♏ 14°10′, für den Jupiter ♍ 2°9′, für den Mars ♋ 16°40′ — verursachen gegen die nördlichen Grenzpunkte, die Ptolemäus mangels Kenntnis der geringen rückläufigen Bewegung der Knotenlinien für unverrückbar hält, recht wesentliche Differenzen in Länge. Solche müßten sich auch bei der Venus und dem Merkur bemerkbar machen, deren Grenzpunkte der Breite für die Zeit des Ptolemäus direkt in den Apogeen ♉ 25° und ♎ 10° angenommen werden, während zur Zeit der Epoche letztere in ♉ 16°10′ und ♎ 1°10′ lagen. Je schneller sich aber ein Planet bewegt, um so merkbarer muß schon in kurzer Zeit seine Veränderung in Breite werden und um so größer der Fehler einer Berechnung, welche für zurückliegende Jahrhunderte ohne Rücksicht auf das damalige Apogeum des Planeten vorgenommen wird.

2. Eine andere Bewandtnis hat es mit den vorgeschriebenen Zusätzen zur genauberechneten Länge bei der Venus und dem Merkur. Ist bei der Venus die gegebene genauberechnete Länge unter 90°, d. h. steht der Epizykel zwischen dem nördlichen Grenzpunkt des erdfernen Halbkreises des Exzenters und dem Knoten am Ende des ersten Quadranten, so führt der Zusatz von 90° zu der Reihe der zunehmenden Sechzigstel des zweiten Quadranten, die von dem notierten Betrag des Neigungswinkels des Epizykels genommen werden sollen. Denn im ersten Quadranten des Exzenters, d. i. vom Apogeum bis zum Knoten, nimmt die südliche Breite des Planeten (s. Fig. zu Anm. 17), welche der Neigungswinkel des Epizykels verleiht, von 0° bis 6°22′ zu. Fällt die genauberechnete Länge aber in den zweiten Quadranten, in welchem die südliche Breite des Planeten mit dem Neigungswinkel bis zum Perigeum wieder abnimmt, so führt der Zusatz von 90° zu der Reihe der abnehmenden Sechzigstel des dritten Quadranten, die von dem notierten Betrag des Neigungswinkels genommen werden sollen. Daß durch denselben Zusatz der entsprechende Erfolg erreicht wird, wenn die genauberechnete Länge in den dritten und vierten Quadranten des Exzenters fällt, ist ohne weiteres klar.

Bei dem Merkur wird als Zusatz zur genauberechneten Länge ein Halbkreis mehr als bei der Venus, d. s. 270°, vorgeschrieben, weil bei ihm dem Neigungswinkel entsprechend die südliche Breite (s. Figur zu Anm. 17) im dritten Quadranten, d. i. vom Perigeum ab bis zum Knoten zunimmt und im vierten Quadranten bis zum Apogeum wieder abnimmt. Fällt z. B. die Länge des Epizykels mit 183° in den dritten Quadranten, zu welchem in der Tabelle abnehmende Sechzigstel angesetzt sind, so führt der Zusatz 270° zu der Argumentzahl (183° + 270° − 360° =) 93°, d. i. in die Reihe der zunehmenden Sechzigstel, zu welcher bei dem entsprechenden Stande des Epizykels der Venus in dem ersten Quadranten der Zusatz 90° führte. Dasselbe Ergebnis würde für den Merkur auch durch Abzug von 90° erreicht werden; in beiden Fällen wird die Argumentzahl der Länge in den vorhergehenden Quadranten verlegt, welcher die der Zunahme oder Abnahme des Neigungswinkels entsprechenden Sechzigstel enthält.

Keines Zusatzes bedarf es bei der Venus zur genauberechneten Länge, um die Sechzigstel zu erhalten, welche die durch den Schiefstand verursachte Breite betreffen; denn da die nach Norden gehobene Abendseite des Epizykels (s. Figur zu Anm. 17) im ersten Quadranten, d. i. vom Apogeum zum Knoten, sich zur Ebene der Ekliptik herabsenkt, worauf sich im zweiten Quadranten bis zum Perigeum die Morgenseite wieder nach Norden emporhebt, so führen die gegebenen Grade der Länge ohne weiteres zu den erforderlichen ab- oder zunehmenden Sechzigsteln.

Bei dem Merkur vollzieht sich der entsprechende Verlauf des Schiefstandes im dritten und vierten Quadranten des Exzenters (s. Figur zu Anm. 17), d. i. vom Perigeum zum Apogeum, mithin gleichfalls einen Halbkreis weiter vorwärts als bei der Venus. Nun stehen aber bei den genauberechneten Längen, welche in diese Quadranten fallen, d. h. bei den Argumentzahlen der zweiten Spalte von unten nach oben, dem Verlauf des Schiefstandes durchaus entsprechend, im dritten Quadranten abnehmende und im vierten Quadranten zunehmende Sechzigstel; die gegebene Länge führt also gerade so gut wie bei der Venus ohne weiteres zu den dem Verlauf des Schiefstandes entsprechenden Sechzigsteln. Der Zusatz von 180°, der die Argumentzahlen der zweiten Spalte zu den ebenfalls erst abnehmenden, dann zunehmenden Sechzigsteln des ersten und zweiten Quadranten führt, ist demnach in dieser Hinsicht belanglos, wird aber maßgebend für die Erzielung derjenigen Länge, von welcher der Ausfall nördlicher oder südlicher Breite des Schiefstandes abhängt. So führt z. B. (vgl. S. 391,19) die Länge von 20° ebensogut wie die um 180° vermehrte

Länge von 200° zu $^{58}/_{60}$, während nur letztere bei der unter 180° bleibenden Anomaliezahl 108 nach Absatz 3Ba) S. 379 zu der erforderlichen südlichen Breite führt.

Betrachtet man die beiden Sechzigstelreihen näher, die einerseits für die Argumentzahlen der ersten Spalte von oben nach unten, anderseits für die der zweiten Spalte von unten nach oben verlaufen, so besteht der einzige Unterschied darin, daß auf der Strecke vom Apogeum zum Perigeum (d. i. von 0° bis 180°) die abnehmenden Sechzigstel (bis 90°) von 6 zu 6 Grad und die (von da ab) zunehmenden von 3 zu 3 Grad fortschreiten, dagegen auf der Strecke vom Perigeum zum Apogeum (von 180° bis 360°) die abnehmenden (bis 270°) von 3 zu 3 Grad und die (von da ab) zunehmenden von 6 zu 6 Grad. Es lassen sich demnach zu den um 180° vermehrten mittleren Argumentzahlen der kürzeren Reihe die entsprechenden Sechzigstel aus der längeren Reihe entnehmen. So entfallen auf 27° die bei (27° + 180° =) 207° stehenden 53′ 12″.

Zur Berechnung der Sechzigstel für die Planetenbreiten muß noch folgendes bemerkt werden. Sie sind aus den Zahlen für die Breite des Mondes (Tabelle der Gesamtanomalie I 286) einfach durch Multiplikation mit 12 (S. 375, 12) abgeleitet. Bei der Nachprüfung hat sich für eine Reihe von Argumentzahlen ein Rechnungsfehler herausgestellt, der merkwürdigerweise stets auf ein Minus von 12″ hinausläuft, eine Differenz, die auf das schließliche Ergebnis der Berechnung der Breite natürlich keinen wesentlichen Einfluß haben kann.

Die Multiplikation mit 12 ergibt nämlich bei den Argumentzahlen (einschließlich ihrer Ergänzungen zu 360°)

12° u. 168°	aus	4°54′	nicht	58′36″	sondern	58′48″
24° u. 156°	„	4°34′	„	54′36″	„	54′48″
36° u. 144°	„	4° 3′	„	48′24″	„	48′36″
42° u. 138°	„	3°43′	„	44′24″	„	44′36″
72° u. 108°	„	1°33′	„	18′24″	„	18′36″
78° u. 102°	„	1° 3′	„	12′24″	„	12′36″.

Hierüber bei den Argumentzahlen

99°	aus	0°48′	nicht	9′24″	sondern	9′36″
111°	„	1°48′	„	21′24″	„	21′36″
135°	„	3°32′	„	42′12″	„	42′24″
153°	„	4°27′	„	53′12″	„	53′24″
165°	„	4°50′	„	57′48″	„	58′ 0″.

22) S. 378. 380. 1. Es soll die Breite berechnet werden, welche der Saturn am 6. Mechir (22 Dezember) 138 n. Chr. 8^h abends (S. 243, 25) hatte. Die genauberechnete Länge war (Anm. 14. 1) mit 80°6′, die genauberechnete Anomalie mit 315°35′ fest-

gestellt. Nachdem wir erstere (Anm. 21) um 50° vermehrt haben, gehen wir mit 130°6′ in die Tabelle (S. 376) ein und notieren aus der fünften Spalte $^{38}/_{60}$. Zu der genauberechneten Anomaliezahl 315°35′ liefert die vierte Spalte, weil die vermehrte Länge auf den südlichen Halbkreis des Exzenters entfällt, die Breite 2°9′, von der obige $^{38}/_{60}$ zu nehmen sind. Der Bruchteil 1°21′ zeigt die südliche Breite an, welche der Saturn zurzeit hatte.

Zur Kontrolle dieses Ergebnisses kann folgendes dienen. Beobachtungsgemäß stand der Saturn (S. 244, 4) von dem nördlichen Horn des südlich der Ekliptik stehenden Mondes 0°30′ in der Richtung der Zeichen (d. i. östlich) entfernt; das Horn lag mithin auch 1°21′ südlich der Ekliptik; folglich mußte das Zentrum des Mondes eine um 0°15′ größere scheinbare südliche Breite von 1°36′ haben. Läßt sich diese Breite für den Mond nachweisen, so ist damit auch die Breite des Saturn als zutreffend bewiesen.

Nach den Mondtafeln berechnet beträgt die Entfernung des Mondes vom nördlichen Grenzpunkt, einschließlich der Differenz der Gesamtanomalie, 100°56′, wozu die letzte Spalte der Tabelle der Gesamtanomalie (I 286) rund 1° südliche wahre Breite gibt. Folglich müssen die noch übrig bleibenden 0°36′ auf die südwärts wirkende Breitenparallaxe (vgl. I Anh. Anm. 40) entfallen. Da sich für Alexandria bei etwa 70° Zenitabstand die Höhenparallaxe (ΔH) des Mondes in Erdnähe nach der Parallaxentafel (I 323) mit 1°15′ berechnet und (S. 244, 10) die Längenparallaxe (ΘH) mit 1°6′ gegeben ist, so steht eine Breitenparallaxe ($\Delta\Theta$) im Betrag von 0°36′ zu diesen Zahlen im richtigen Verhältnis; denn sie muß sich aus der für das Parallaxendreieck ($\Delta\Theta H$) geltenden Formel ($\Delta H^2 - \Theta H^2 = \Delta\Theta^2$, d. i.)

$$36^2 = 75^2 - 66^2 \quad \text{oder} \quad 1269 = 5625 - 4356$$

als $\sqrt{1269}$ ergeben, was annähernd stimmt; denn $36^2 = 1296$.

2. Es soll die Breite berechnet werden, welche die Venus am 29/30. Tybi (16. Dezember) 138 n. Chr. $^3/_4 5^h$ früh (S. 164, 8) hatte. Die genauberechnete Länge war (Anm. 14. 2) mit 208°14′, die genauberechnete Anomalie mit 229°26′ festgestellt. Zu letzterer notieren wir aus der dritten Spalte der Tabelle (S. 377) mit 1°33′ die Breite, welche der Planet bei der gegebenen Anomaliezahl durch die Neigung des Epizykels erhält, und aus der vierten die Breite, die ihm der Schiefstand des Epizykels verleiht, mit 2°29′.

Berechnet ist die Breite 1°33′ unter der Annahme (vgl. S. 343, 12), daß der Epizykel in einem der Knoten das Maximum der Neigung gegen die Ekliptik erreicht habe, während der Planet auf dem Epizykel rund 50° über das Perigeum hinaus

ist, mithin die größte Elongation als Morgenstern bereits einige Grade hinter sich hat. Bei der gegebenen Länge 208° würde die Breite 1°33′ erst im zweiten Knoten, d. i. bei 270° Länge am Ende des dritten Quadranten eintreten, an dessen Anfang, d. i. im Perigeum, sie bei der Länge 180°, ebenso wie der Neigungswinkel, gleich Null ist. Bei dem Fortschritt in Länge um 28° muß mit dem Anwachsen des Neigungswinkels auch der Planet in Breite gehoben worden sein, und zwar nach Maßgabe der zunehmenden Sechzigstel, zu welchen (Anm. 21. 2) die um 90° vermehrte Länge führt. Demnach hat man die zu der Länge (208° + 90° =) 298° gehörigen $^{28}/_{60}$ von dem Höchstbetrag 1°33′ zu nehmen, welchen der Planet in dem gegebenen Epizykelgrad erst im Knoten erreicht. Mit dem Bruchteil 0°43′ ist die Breite gefunden, zu welcher der Planet bei der Länge 208° infolge der Neigung des Epizykels gelangt, und zwar (nach S. 379, 13) als nördliche Breite.

Auch die durch den Schiefstand verliehene Breite 2°29′ ist (vgl. S. 366, 21) unter der Annahme berechnet, daß der Epizykel in einem der Knoten stehe und zur Ebene der Ekliptik schiefgestellt sei, während der Planet auf dem Epizykel den Berührungspunkt der Tangente auf der nach Norden gehobenen Morgenseite überschritten hat. Tatsächlich ist es die Breite (s. Figur zu Anm. 17), welche erst am Ende des zweiten Quadranten, d. i. im Perigeum eintritt, wenn bei der Länge 180° der Planet in der bezeichneten Lage durch das Maximum des Schiefstandes gehoben erscheint. Bei dem Fortschritt in Länge um 28° muß auch der Winkel, unter welchem der verminderte Schiefstand dem Auge erscheint, kleiner geworden sein, und zwar nach Maßgabe der abnehmenden Sechzigstel, welche die Längen zwischen 180° und 270° ohne weiteres an die Hand geben. Demnach hat man die zu der unvermehrten Länge 208° gehörigen $^{52}/_{60}$ von 2°29′ zu nehmen, um mit 2°9′ die dem Planeten durch den Schiefstand verliehene Breite, und zwar (nach S. 379, 34) ebenfalls als nördliche zu erhalten.

Zum Ansatz des dritten und letzten Faktors der Breite führt (nach S. 379, 35) folgende Berechnung:

$$\frac{52}{60} \times \frac{52}{60} \times \frac{1}{6} = \frac{2704}{3600} \times \frac{1}{6} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{8}.$$

Diese nicht ohne weiteres verständliche Vorschrift erklärt sich folgendermaßen. Der im Mittelpunkt der Ekliptik gebildete Neigungswinkel des Exzenters, welcher im Maximum (S. 335, 16) $^1/_6$° beträgt und stets auf nördliche Breite entfällt, wird, während der Epizykel vom nördlichen Grenzpunkt zum Knoten läuft, nicht bloß dadurch kleiner, daß der Epizykelmittelpunkt sich von Grad zu Grad der Ekliptik nähert, sondern auch dadurch, daß sich gleichzeitig die Ebene des Exzen-

ters zur Ebene der Ekliptik herabsenkt, bis sie, wenn der Epizykel im Knoten angelangt ist, mit ihr zusammenfällt. Die Sechzigstel, nach denen man die Verkleinerung oder Vergrößerung dieses Winkels vorzunehmen hat, werden stets dieselben sein, welche auf die Abnahme oder Zunahme des Schiefstandes entfallen: abnehmende, wenn die Länge im ersten und dritten Quadranten liegt, zunehmende, wenn im zweiten und vierten. Im vorliegenden Fall sind also die zur unvermehrten Länge 208° angesetzten $^{52}/_{60}$ von dem Maximum $^1/_6{}^\circ = 0^\circ 10'$ einmal aus dem ersten Grunde, und von dem Ergebnis $0^\circ 8' 40''$ zum zweitenmal aus dem zweiten Grunde zu nehmen, woraus der durch den Neigungswinkel des Exzenters verursachte Teilbetrag der nördlichen Breite des Planeten mit $^1/_8{}^\circ = 0^\circ 7' 30''$ hervorgeht.

Somit beläuft sich die Summe der drei erhaltenen Ansätze $0^\circ 43' + 2^\circ 9' + 0^\circ 7' 30''$ auf eine nördliche Breite von $2^\circ 59' 30''$, welche allerdings den von Ptolemäus (S. 165,6) mit $2^\circ 40'$ angesetzten Betrag erheblich überschreitet.

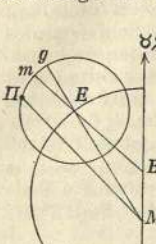
3 Es soll die Breite berechnet werden, welche der Merkur am 18/19. Thoth (15. November) 265 v. Chr. 7^h früh hatte (vgl. S. 150,29 und Anm. 14.3 zur Zeit). Die genauberechnete Länge war (Anm. 14.3) mit $42^\circ 58'$, die genauberechnete Anomalie mit $212^\circ 41'$ festgestellt. Zu letzterer liefert die dritte Spalte der Tabelle (S. 377) die Breite, welche der Neigungswinkel des Epizykels verursacht, mit $2^\circ 57'$, die vierte Spalte die vom Schiefstand herrührende Breite mit $1^\circ 53'$. Von letzterer ist, weil die Länge auf den erdfernen Halbkreis des Exzenters entfällt, $^1/_{10}$, d. s. $0^\circ 11'$, in Abzug zu bringen. Zu der (Anm. 21.2) um 270° vermehrten Länge ($42^\circ 58' + 270^\circ =$) $312^\circ 58'$ gibt die fünfte Spalte $^{41}/_{60}$, die von $2^\circ 57'$ genommen $2^\circ 1'$ ergeben, d. i. (nach S. 379,13) einen auf nördliche Breite entfallenden Betrag. Zu der nach Vorschrift um 180° vermehrten Länge ($42^\circ 58' + 180^\circ =$) 223° erhalten wir $^{43}/_{60}$, die von ($1^\circ 53' - 0^\circ 11' =$) $1^\circ 42'$ genommen $1^\circ 12'$ ergeben, was (nach S. 379,34) ebenfalls auf nördliche Breite entfällt. Endlich führt zum dritten Ansatz, der stets auf südliche Breite hinausläuft, die Multiplikation

$$\frac{43}{60} \times \frac{43}{60} \times \frac{3^\circ}{4} = \frac{1849}{3600} \times \frac{3^\circ}{4} = \frac{3^\circ}{8} \quad \text{oder} \quad 0^\circ 23'.$$

Das Schlußergebnis ($2^\circ 1' + 1^\circ 12' - 0^\circ 23' =$) $2^\circ 50'$ dürfte die nördliche Breite, welche dem Merkur in der beobachteten Konstellation (S. 151) zukommt, nur um ein geringes überschreiten.

23) S. 385. 1. Berechnung für die Venus. Da die mittlere Sonne (auf der Geraden BE*m*) in $\Pi 25^\circ$ steht, so liegt dort auch der Mittelpunkt des Epizykels, d.h. die gleichförmige Länge

beträgt von dem Apogeum ♉ 25° ab gerade 30°. Da ferner der scheinbare Ort der Venus (auf der Geraden MΠ) ♋ 0° ist, so beträgt ihre Elongation von der mittleren Sonne 5°. Gesucht ist die Entfernung des Planeten von dem Apogeum des Epizykels. Ob die Entfernung ($m\Pi$) von dem mittleren oder die Entfernung (Πg) von dem genauen Apogeum gemeint ist, wird von Ptolemäus nicht angegeben.



Zu der gleichförmigen Länge 30° erhält man aus der dritten und vierten Spalte der Tabelle (S. 264) die kombinierte Prosthaphäresis der Länge mit 1°11′, die von 30° abgezogen, zu der genauberechneten Länge 28°49′ führt. Folglich liegt der genauberechnete Ort des Epizykels (auf der Geraden MEg in ♉ 25° + 28°49′, d. i.) in Π23° 49′, und der Planet in ♋ 0° erscheint dem Auge in M um den $\angle\, g\mathrm{M}\Pi = 6°11'$ von diesem Ort, d. i. von dem genauen Apogeum (g) des Epizykels entfernt. Für die Erdentfernung, welche bei der gleichförmigen Länge 30° eintritt, berechnet sich die der Zahl 6°11′ am nächsten kommende Prosthaphäresis der Anomalie folgendermaßen. Aus der sechsten Spalte erhält man die Prosthaphäresis der Anomalie für die mittlere Entfernung (als Mittel zwischen 5°1′ und 7°31′) mit 6°16′. Hiervon ist die Differenz 0°4′ für die größte Entfernung, der Länge 30° gemäß mit $^{53}/_{60}$, d. i. mit 0°3′30″ in Abzug zu bringen, was 6° 12′30″ gibt. Zu dieser Zahl liefert die erste Spalte — weil $\angle\, g\mathrm{M}\Pi$ zur Länge des Epizykels zu addieren ist — die genauberechnete Anomaliezahl 15° (als Mittel zwischen den Graden 12 und 18), welche um die Prosthaphäresis 1°11′ (d. i. bgm) vermindert, zu der mittleren Anomaliezahl 13°49′ führt. Demnach ist von Ptolemäus mit 14° die vom mittleren Apogeum gerechnete Zahl gemeint.

Zur Berechnung der Breite sei die genauberechnete Länge mit 29° und die genauberechnete Anomalie mit 15° gegeben. Nach der ausführlichen Darlegung des Verfahrens (Anm. 22.2) wird folgendes Schema verständlich sein.

Genauberechn. Anomalie 15°: Neigung 1°, Schiefstand 0°21′

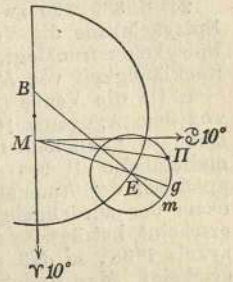
Gen. Länge 29° + 90° = 119°: $^{29}/_{30} \times 1° = +0°29'$

Gen. Länge (ohne Zus.) 29°: $\begin{cases} ^{53}/_{60} \times 0°21' = +0°18'30'' \\ ^{53}/_{60} \times {}^{53}/_{60} \times {}^{1}/_{6}{}^{0} = {}^{28}/_{36} \times 0°10' \end{cases}$

$= +0°7'47''$.

Die drei Ansätze geben in Summa ($0°29' + 0°18'30'' + 0°7'47'' =$) $0°54'17''$, was hinter der von Ptolemäus (S 385,23) mit 1° angenommenen nördlichen Breite erheblich zurückbleibt.

2. Berechnung für den Merkur. Da die mittlere Sonne (auf der Geraden BE*m*) in ♈ 19° steht, so liegt dort auch der Mittelpunkt des Epizykels, d. h. die gleichförmige Länge beträgt vom Apogeum ♎ 10° ab 249° oder 69° vom Perigeum ♈ 10° ab. Da ferner der scheinbare Ort des Planeten (auf der Geraden MΠ) ♋ 0° ist, so beträgt seine Elongation von der mittleren Sonne 11°. Gesucht ist die Entfernung (*m*Π) des Planeten von dem (mittleren) Apogeum des Epizykels.



Zu der gleichförmigen Länge 249° entnimmt man der dritten und vierten Spalte der Tabelle (S. 265) die kombinierte Prosthaphäresis der Länge mit $+2°53'$ und erhält somit die genauberechnete Länge mit $251°53'$. Folglich liegt der genauberechnete Ort des Epizykels (auf der Geraden ME*g* in ♈ $10° + 71°53'$, d. i.) in ♊ $21°53'$, und der Planet in ♋ 0° erscheint dem Auge in M um den ∠ *g*MΠ $= 8°7'$ von dem genauen Apogeum (*g*) des Epizykels entfernt. Für die mittlere Entfernung entfällt nach der sechsten Spalte schon ein Winkel von $8°4'$ auf den 30. Grad des Epizykels. Bei der durch die gleichförmige Länge 249° bedingten Erdnähe entfällt aber auf den 30. Grad des Epizykels auch noch der um $^{58}/_{60}$ der Differenz (der 7 Spalte) $0°28'$, d. i. um $0°27'$ größere Winkel von $8°31'$. Die Zunahme der Prosthaphäresis der Anomalie berechnet sich bei dieser Entfernung auf einen Grad aus $^1/_6 [8°31' - 6°51']$ mit $0°17'$; somit liegt der im vorliegenden Fall gefundene Winkel von $8°7'$ um genau $1^1/_2$ Epizykelgrade — weil auf diese der Zuwachs $0°25'$ (d. i. $17' + 8'$) entfällt — rückwärts des 30. Grades bei $28°30'$. Vermehrt man diese Gradzahl um die Prosthaphäresis der Länge (d. i. *b mg*), die $2°53'$ betrug, so wird man als Epizykelgrad von dem mittleren Apogeum ab ($28°30' + 2°53' =$) $31°23'$ erhalten. Auch dieses Ergebnis weist darauf hin, daß Ptolemäus mit dem 32. Grad die mittlere Anomaliezahl gemeint hat.

Zur Berechnung der Breite sei die genauberechnete Länge mit 252° und die genauberechnete Anomaliezahl mit 29° gegeben. Das Schema der Berechnung gestaltet sich unter Berücksichtigung der nach S. 378,25 vorzunehmenden Korrektion des Schiefstandes folgendermaßen:

Genauber. Anomalie 29°: Neigung 1°37′, Schiefstand 0°53′
Schfst. vermehrt um $^1/_{16}$: $0°53' + 0°5' = 0°58'$
Gen. L. $252° + 270° = 162°$: $^{57}/_{60} \times 1°37' = +1°32'$
Gen. L. $252° + 180° = 72°$: $\begin{cases} ^{18}/_{60} \times 0°58' = +0°17'24'' \\ ^{18}/_{60} \times ^{18}/_{60} \times ^3/_4{}° = ^9/_{100} \times 0°45' = -0°4'. \end{cases}$

Die drei Ansätze geben in Summa $(1°32' + 0°17'24'' - 0°4' =)$ 1°45′24″, womit die von Ptolemäus (S. 385, 24) mit 1°40′ angenommene nördliche Breite mit rund $5^1/_2$ Minuten überschritten wird.

24) S. 389. 390 zweimal. Es soll gefunden werden, wie viel Epizykelgrade die Venus auf dem erdnahen Halbkreis des Epizykels zurücklegt, wenn sie in der Ekliptik eine scheinbare Rückläufigkeit von 3°14′, 18°2′ und 6°38′ bewerkstelligt.

1. Da die Venus (S 386, 18) am Anfang der Fische, d. i. 85° vor dem Apogeum ♉ 25° nahezu in der mittleren Entfernung steht, so kann man die Beträge der sechsten Spalte der Anomalietabelle (S. 264) als maßgebend annehmen. Die Prosthaphäresis der Anomalie, d. i. der Winkel am Auge, unter welchem der zurückgelegte Epizykelbogen in dieser Entfernung erscheint, beträgt für einen Bogen von 3° am Perigeum des Epizykels 7°38′, so daß ein Grad unter einem Winkel von 2°33′ erscheint. Man findet demnach für einen Winkel am Auge von 3°14′ die durchlaufenen Epizykelgrade nach dem Verhältnis

$$1° : 2°33' = x : 3°14' \text{ mit } x = \frac{194}{153} = 1\frac{41}{153},$$

d. h. der gesuchte Epizykelbogen beträgt rund das $1^1/_4$ fache eines Grades oder 1°15′ (genau 1°16′5″).

2. Da (S. 390, 9) am Anfang der Jungfrau, d. i. 95° nach dem Apogeum ♉ 25°, die Venus gleichfalls nahezu in mittlerer Entfernung steht, so kommt dieselbe Spalte der Tabelle in Betracht. Geht man mit 18°2′ in diese Spalte (von unten nach oben) ein, so findet man, daß die Zahl 18°1′ (als Mittel zwischen 21°15′ und 14°47′) auf $7^1/_2{}°$ vom Perigeum ab gezählt entfällt, d. i. zwischen die Argumentzahlen 186 und 189 der zweiten Spalte.

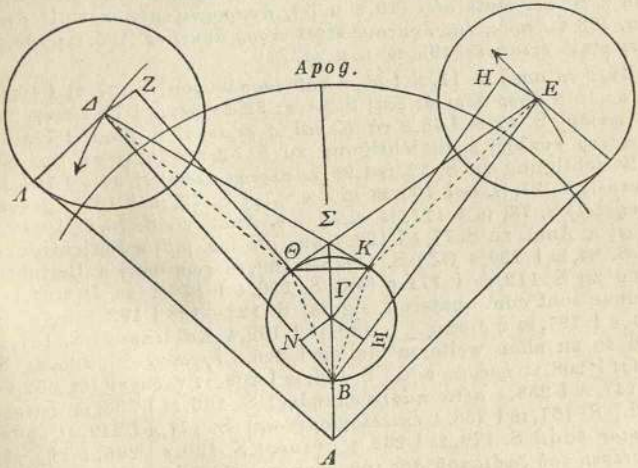
3. Die (S. 390, 27) auf eine Rückläufigkeitsstrecke von 6°38′ entfallenden Epizykelgrade erhält man, da die Zahl 7°38′ der sechsten Spalte zu 3° Entfernung vom Perigeum gehört, nach dem Verhältnis

$$3° : 7°38' = x : 6°38' \text{ mit } x = \frac{1194}{458} = 2\frac{278}{458}.$$

Die hieraus sich ergebenden $2^3/_5{}°$ lassen die von Ptolemäus angegebenen $2^1/_2{}°$ als eine stark nach unten abgerundete Zahl erkennen.

Nachtrag zu S. 129, 11.

Die beiden nach den Epizykelmittelpunkten Δ und E gezogenen Halbmesser KΔ und ΘE liegen an der (S. 128) vorgelegten Figur nur zufällig auf einer Geraden, weil sie den durch das Apogeum gehenden Durchmesser des festbleibenden Exzenters um B unter rechten Winkeln schneiden, so daß ΘK ein gemeinsames Stück dieser Halbmesser wird Wenn die Leitlinien ΓZ und ΓH mit diesem Durchmesser einen spitzeren Winkel bilden als an jener Figur, so werden sich die bei-



den Halbmesser KΔ und ΘE in dem Punkte Σ schneiden, der (nach Eukl. I. 4; III. 7) stets auf den bezeichneten Durchmesser des festbleibenden Exzenters zu liegen kommt, wie vorstehende Figur zeigt. Um in diesem Falle ΘΔ = KE nachzuweisen, bedarf es zunächst des Beweises, daß ΘΣ = ΣK (weil in kongruenten rechtwinkligen Dreiecken gelegen), worauf sich auch △ ΘΔΣ ≅ △ KEΣ nachweisen läßt, weil je zwei gleichgroße Seiten (ΘΣ = ΣK und ΣΔ = ΣE als die Reste der um gleichgroße Stücke gekürzten Halbmesser KΔ und ΘE) den ∠ ΔΣΘ = ∠ KΣE einschließen. Folglich sind auch die Grundlinien ΘΔ und KE dieser Dreiecke einander gleich.

Verzeichnis der Abweichungen von dem Text Heibergs.

Im ersten Bande.

A. Vorgezogene Lesarten des Cod. D (Vat 180 saec. XII).

Zu den nach den Seiten des Originals zitierten Lesarten ist Seite und Zeile der Übersetzung angegeben, wo letztere der gewählten Lesart stillschweigend entspricht. Bei ausdrücklicher Begründung wird auf die betreffende Anmerkung hingewiesen. Nicht aufgeführt werden vorzuziehende Lesarten, welche den griechischen Text ohne Einfluß auf die Übersetzung betreffen, wie z. B. *ἀεί* statt *αἰεί* (10, 8 u. ö.), *ἀναρριπιζομένων* statt *ἀναριπ.* (23, 6), *πρὸς τὰς ἄρκτους* statt *πρὸς ἄρκτους* (105, 11; 108, 6), *ἔτει* statt *ἐνιαυτῷ* (195, 20) u. a. m.

16, 9 *τά* om.] S. 11, 30 | 35, 9 *τοῦ ἰσοπλεύρου*] S. 27, 24 | 40, 15; 42, 3; 45, 8 *ὅπερ ἔδει δεῖξαι*] S. 31, 2; 32, 2; 34, 15 | 72, 2 *τρίγ. ὀρθογώνιον*] S. 47, 26 | 75, 2 *τὰ K καὶ Λ σημεῖα*] S. 50, 11 | 77, 11 *ὁ μέγιστος κύκλος*] s. Berichtigung zu S. 52, 3 | 78, 11 *νη* pro *νθ*] s. Berichtigung zu S. 52, 19 | 95, 22 *περιφερειῶν*] S. 64, 5 | 104, 3.6 *κέντρῳ*] S. 71, 19. 22 | 105, 13 *ιβ* i. e. $^1/_{12}$] S. 72, 19 | 107, 2 *μεσουρανήσεσι*] S. 73, 18 | 111, 13 *να ʹ*] s. Anm. zu S. 76, 21 | 112, 3 *νδ α*] s. Anm. zu S. 77, 1 | 122, 7 *ρνς μβ΄* i. e. *μβ*] s Berichtigung zu S. 84, 23 | 159, 3 ΘΖ] S. 111, 9 | 160, 18 *τῶν* om.] s. Berichtigung zu S. 112, 20 | 171, 6 ΜΚ] S. 120, 4 | 174, 1 in D tres columnae sunt cum quaternis signis] S. 122—128 | 192, 2 *πρός*] S. 131, 8 | 197, 20 *ἡ διαστρ.*] S. 136, 11 | 199, 5 *Κάλλιππον*] S. 137, 19 und so an allen weiteren Stellen | 206, 3 *ἔγγιστα* (cf. 205, 3)] S. 144, 1 | 208, 11 *ἡμερῶν* add.] S. 146, 12 | 209, 17 *τάξομεν* (cf. 252, 9)] S. 147, 29 | 233, 1 *μετὰ πάσης σπουδῆς*] S. 166, 24 | 233, 24 *ἡμέρας* add.] S. 167, 18 | 238, 4 *ἐπιλελογισμένοις*] S. 171, 4 | 249, 21 *ὀρθογώνιον* add.] S. 179, 23 | 262, 6 *αὐτούς*] S. 190, 8 | 266, 5 *τῆς γῆς τουτέστι τοῦ ζωδιακοῦ διὰ τοῦ κέντρου τῆς* add.] s. Anm. zu S. 192, 24 | 267, 4 *τὰς αὐτάς*] S. 193, 18 | 273, 9 *κύκλους* add.] S. 198, 19 | 275, 2 *ἀπεργάσεται*] S. 200, 8 | 280, 5 *λ* pro *λα*] S. 205, 3 | 294, 6 *μιᾶς καὶ τῆς αὐτῆς*] S. 212, 4 | 298, 24 ΘΛ] s. Anm. zu S. 216, 12 | 309, 19 *ὀρθογ. κύκλος*] S. 225, 8 | 315, 16 *ἐκλείψεως* om.] S. 228, 29 | 317, 25; 319, 4. 14 *ὀρθογώνιον*] S. 230, 22; 231, 11 19 | 318, 8 *ὀρθογώνιον* add.] S. 230, 30 | 321, 11 *τῶν ΛΔ καὶ ΔΜ*] S. 232, 27 | 326, 18 *τῆς ἐποχῆς*] Kapitelüberschr S. 237 | 328, 1 *πρότερον*] S. 238, 3 | 335, 13 *καὶ τάς*] S. 244, 5 | 341, 8 ‹*ἀπ*› *εἶχε* e corr. m^2] S. 248, 21 | 345, 12 *νδ΄* primitus] s. Anhang Anm 33 zu S. 252, 2 | 347, 17 *ιβωι*] s. Anm. zu S. 253, 29 | 350, 14 *τῆς σελήνης συζυγιῶν*] S. 254, 11 | 351, 13 *περιφερείαις*] S. 255, 31 | 353, 22 *ἐπί*] S. 258, 2 | 390, 32 33 Spalte *δ΄*: *λα, κδ* pro *λβ, κε*] S. 286, 4. Spalte zu 120° u. 123° | 406, 3 *διὰ τοῦτο* primitus] S. 298, 5 | 410, 8 *γραφομένου*

μεγίστου] S. 301, 8 | 452, 2 ἢ m^2] S. 330, 28 | 462, 5. 9. 16 α pro νεομην. (cf. 195, 14)] s Anm zu S. 338, 24 | 464, 5 ἡλίου] S. 340, 14 | 465, 10 να pro νβ] s. Anm. zu S. 341, 14 | 473, 25 κατὰ πλάτος] S. 347, 7 | 474, 14 τό om.] S. 347, 30 | 478, 16 ἐπί om.] S. 351, 28 | 488, 25 ἐλαχίστης] s. Anm. zu S. 362, 1.

B. Verbesserungen und Ergänzungen.

Nicht erwähnt werden die aus praktischen Gründen hier und da vorgenommenen Änderungen der Buchstabenfolge bei Bezeichnung von Geraden, Bogen und Dreiecken.

16, 4—7] s. Anh. Anm. 2 zu S. 11, 29 | 30, 16. 17] Einschiebsel: s. Anm. zu S. 24, 10 | 54, 10; 122, 4 ο λβ δ] 70P 32′ 3″ nach S. 27, 12: Sehnentafel S. 38 zu 72° u. S. 84, 21 | 83, 2. 4 ρνς μ α u. κγ ιθ νθ] s. Berichtigung zu S. 55, 13 | 107, 13 παράλληλος] gestrichen (vgl. 114, 23): S. 73, 30 | 109, 9 μγ ⌊′ γ′] 43P 36′: s. Anm. zu S. 75, 1 | 123, 11 μα ϑ ιη] 41° 0′ 18″: s. Anm. zu S. 85, 22; richtig Heib. 83, 20 | 123, 21 ME Druckfehler statt MH] S. 86, 2 | 181, 7 ρ μζ, λα λα] 100° 41′, 31° 37′: Winkeltabelle S. 125 Widder, als Suppl.-Winkel der entspr. Winkel der Wage | 183, 17 λβ ο] 32° 30′: Winkeltab. S. 126 Stier, vgl. Jungfrau | 187, 27 ϙ ις, μζ μδ] 90° 10′, 47° 50′: Winkeltab. S. 128 Fische, vgl. Skorpion | 188, 14 τοὺς ⟨ἀπὸ⟩ τῶν ἐποχῶν wie 342, 5; 343, 15 u. a. m.] S. 129, 17 | 194, 21 τινά fehlt] s Anm zu S. 133, 26 | 224, 14 τοῦ παρὰ τὴν ἀνωμαλίαν ⟨διαφόρου⟩ wie 225, 12] S. 159, 16 | 226, 23 ΑΛ Druckfehler statt AB] S. 161, 9 | 247, 6; 249, 20 β λδ λς] 2P 34′: S. 177, 31; 179, 22 | 251, 24 πρὸς ⟨τοῖς⟩ ἀπογείοις (steht bei Halma) wie 252, 3] S. 181, 18 | 280, 2 ⟨ὅλους⟩ κύκλους] S. 204, 36 | 343, 2 δ ὡρῶν παρεληλυθυιῶν] s. Anm. zu S. 249, 28 | 345, 14 u. 346, 15] παρελϑ.: S. 252, 3. 30 | 363, 19 σμα] 259: s. Anm. zu S. 266, 8 | 413, 7 ἐκβληϑεῖσαν] hinter BE: S. 303, 4 | 419, 21 ⟨ἀκριβῶς⟩ ἐπέχειν] S. 308, 13 | 449, 16 δι' αὐτοῦ] διὰ τοῦ H, wie auch Heib. vermutet: S. 328, 28 | 455, 7—17] Glosse: s. Anh. Anm. 41 zu S. 334, 17 | 462, 18 τοῦ ἰδίου ⟨κύκλου⟩] S. 339, 13 | 463, 15 ἐποχῆς] ἀποχῆς: S. 339, 32 | 465, 17 ἐποχῆς] ἐπουσίας wie 465, 11: s. Anm. zu S. 341, 25 | 477, 10 ς δ] 6° 15′: s. Anm. zu S. 350, 15 | 486, 19 ἀπογείου ⟨τοῦ ἐπικύκλου⟩ hierher aus Z. 17] S. 359, 16 | 486, 20 μέσης] μεγίστης: s. Anm. zu S. 359, 18 | 493, 1 συνάγεται] s. Anm. zu S. 366, 18 | 493, 14 μέσης] ἐλαχίστης: s. Anm. zu S. 367, 16 | 494, 12 μέγιστον] μέσον: s. Anm. zu S. 368, 12 | 504, 13 κύκλου] κύκλους: S. 378, 2; vgl. jedoch Heib. 504, 21.

C. Figuren.

1. Beibehalten: S. 28. 30. 31. 33. 34. 45. 46. 47 (2 Fig.). 48. 49. 65. 67. 87. 88. 102. 104. 109. 117. 152. 153 157. 160. 162. 163. 168 (untere Fig.). 171. 173 174. 177. 183. 214. 223 (2 Fig., untere S. 224 wiederh.). 226. 227. 230. 232. 233. 261. 268. 272. 275. 279. 310 (Fig. links). 331 (obere Fig.). 332. 353. 377. 386.

2. Mit oder ohne Begründung abgeändert: S. 25. 29. 50. 51 (Anm.). 55. 60. 81. 82 (Anm. a) S. 83). 84. 103 (2 Fig.). 105. 107. 108. 110 (Anm. a)). 112. 114. 115 (2 Fig.; s. Berichtigung S. 462). 116. 118. 119. 159. 164 (Anm. a) S. 165). 172. 175 (Anm.). 176. 178. 179 (Anm.). 180. 216 (2 Fig.; s. Berichtigung S. 462). 242. 263 (Anm.) 283. 289. 291. 301. 302. 314. 318 (Anm. a)). 321. 326 (wiederholt 328). 331 (untere Fig.). 379. 381 (untere Fig.). 404 (wiederholt 407).

3. Neu beigegeben: S. 14 (2 Fig.). 41 (Anm.). 43 (Anm. b)). 100. 156. 158 (2 Fig.; zur unteren Anm. b)). 161. 168 (obere Fig.). 222. 229. 255 (Anm.). 296 (Anm. S. 295). 307 (Anm. a) S. 308). 309 (Anm. b)). 310 (Fig. rechts). 319. 320. 333 (Anm.). 335 (Anm.). 352 (Anm. a) S. 353). 358. 360. 362. 363. 366. 369. 370. 381 (obere Fig.). 387. 399. 408. 409. 410 (2 Fig.). 412. 413.

Im zweiten Bande.

A. Vorgezogene Lesarten des Cod. D (Vat. 180 saec. XII).

Von den vorzuziehenden Lesarten, welche für die Übersetzung belanglos sind, ist vor allem hervorzuheben ἀκρόνυκτος statt ἀκρώνυκτος (Hei 321, 1 bis 539, 3 an 120 Stellen).

9, 4 ἀπολαμβάνει] S. 9, 16 | 19, 3 ταῖς om.] S. 18, 2 | 19, 19 καί om.] S. 18, 19 | 29, 7 πβ ιβ′] S. 25, 10 | 32, 1 τοθ] S. 27, 17 | 32, 18. 33, 20 ἀπέχον] S. 28, 7; 29, 3 | 37, 2 τῆς ἐποχῆς ἐπὶ τοῦ] S. 31, 20 | 37, 4 διὰ τούτων om.] S. 31, 23 | 39, 4 ο ϛ′] S. 32 Kl. Bär 1 | 44, 19 προηγούμενος] s. Anh. Anm. 4 Drache 17 | 59, 3 κδ ϛ′] s. Anm. 4 Leier 10 | 69, 13 κγ ϛ′] s. Anm. 4 Schlangentr. 13 | 90, 5 ἐκτός] s. Anm. 4 Stier 33 | 91, 10 κδ] s. Anm. 4 Stier 36 | 95, 12 γ] s. Anm. 4 Zwill. 25 | 101, 6 γ ϛ′] s. Anm. 4 Löwe 26 | 121, 16 νο] s. Anm. 4 Wasserm. 17 | 179, 4 ὑπό] S. 71, 18 | 181, 5 πλευρῶν] S. 73, 3 | 181, 6 εἰς τά] S. 73, 6 | 190, 18 ἀνατείλαντος] S. 81, 22 | 190, 22 καταδύναντος] S. 81, 26 | 197, 6 ΕΛ] S 86, 7 | 200, 6 τοῦ] S. 88, 25 | 200, 7 ΗΘΖΚ] s. Anm. zu S. 88, 27 | 208, 17 ἀπό] S. 94, 27 | 219, 7 νη pro λη S. 103, 7 | 297, 5 τῷ δ′] s. Anm. 11 zu S. 156, 27 | 298, 1 τὸ τῆς Πλ.] S. 157, 18 | 303, 2 ἑκατέρας] s. Anm. zu S. 161, 19 | 314, 22 ἀνωμαλίας] S. 170, 18 | 329, 17 ἐντὸς τούτου] s. Anm. zu S. 182, 11 | 379, 3 τοῦ ἀπογείου μοίρας] S. 218, 5 | 399, 15 τὸν τήν] S. 233, 8 | 433, 4 ξα ϛ pro ξα κϛ] S. 258, 4 (vgl. S. 310, 14) | 443, 43 Spalte ζ′: α μη pro α νη] S. 264, 7. Spalte zu 156° | 470, 6 τῆς (cf. 473, 1)] S. 282, 30 | 476, 16 ἀπὸ τοῦ ἀπογείου, rectius ἐπί] S. 287, 27 | 497, 21 ἀπὸ τοῦ (cf. 499, 11)] S. 305, 24 | 499, 4 τό om.] S. 306, 33 | 590, 18 μεγίστου om.] S. 380, 24.

B. Verbesserungen und Ergänzungen.

11, 10 τόν] τούς mit Cod. C: S. 11, 18 | 25, 19 ⟨νυκτὸς⟩ ὥρας wie 27, 3] S. 22, 16 | 29, 17 τοῦ βορ. ⟨κέρατος⟩] S. 25, 22 | 32, 19

$\alpha\ \iota\beta$] 1°5′: S. 28, 8 | 43, 14 $\kappa\beta\ \angle'\ \Gamma^{\mathrm{C}}{}'$] $\Gamma^{\mathrm{C}}{}'$ mit Codd. BC gestrichen: S. 33 Gr. Bär 33 | 47, 4 $\pi\ \gamma'$] 83°: s. Anh. Anm. 4 Drache 23 | 48, 18 $\alpha\acute{\upsilon}\tau\tilde{\omega}\nu$] $\alpha\acute{\upsilon}\tau o\tilde{\upsilon}$: s. Anm 4 Bootes 8 | 56, 5—7] verm. Glosse: S. 36 Herk. a. E. | 81, 17. 18 $\alpha\ \angle'\ \gamma',\ \beta$] 2°, 1°50′: s Anmerk. 4 Androm. 13 | 85, 7 $\varsigma\ \angle'$] 6°50′: s. Anm. 4 Widder 5 | 87, 16 $\iota\gamma$] 10°20′: s. Anm. 4 Stier 10 | 89, 16. 17 $\eta,\ \eta\ \angle'$] 8°30′, 8°: s. Anm. 4 Stier 27 | 103, 4 $\kappa\varsigma$] 26°: s. Anm. 4 Jungfr. 2 | 111, 13. 14 $\iota\eta\ \Gamma^{\mathrm{C}}{}',\ \iota\eta$] 18°, 18°40′: s. Anm. 4 Skorpion 14 | 118, 8 νo-$\tau\acute{\iota}\omega$] $\nu\omega\tau\iota\alpha\acute{\iota}\varphi$: s. Anm. 4 Steinb. 21 | 121, 12. 13 $\gamma,\ \gamma\ \varsigma'$] 3°10′, 3°: s. Anm. 4 Wasserm. 14 | 123, 17. 18 $\iota\delta\ \angle'\ \delta',\ \iota\varepsilon\ \gamma'$] 15°20′, 14°45′: s. Anm. 4 Wasserm. 39 | 136, 8 $\alpha\acute{\upsilon}\tau\tilde{\omega}\nu$] $\alpha\acute{\upsilon}\tau o\tilde{\upsilon}$ mit Cod. B: s. Anm. 4 Orion 36 | 143, 17 $\kappa\varepsilon\ \gamma'$] 21°20′: s. Anm. 4 Gr. Hund 5 | 146, 2 $\tau\acute{\varepsilon}\sigma\sigma\alpha\rho\sigma\iota\nu$] $\tau\varepsilon\sigma\sigma\acute{\alpha}\rho\omega\nu$: s. Anm. 4 Gr. Hund 24 | 153, 7 $\kappa\vartheta$] 19°: s. Anm. 4 Argo 45 | 155, 18 $\iota\zeta\ \Gamma^{\mathrm{C}}{}'$] 13°40′: s. Anm. 4 Wasserschl. 25 | 165, 13 $\alpha\ \gamma'$ Fehler statt $\lambda\ \gamma'$, was auch Heib. als richtig annimmt und Bode (nach dem Text von Montignot) angibt] 30°20′: S 63 Räucheraltar 4 | 169, 12 $\iota\alpha$] 14°: s. Anm. 4 Südl. Fisch 14 | 172, 8. 11 $To\xi\acute{o}\tau o\nu$] $\tau\acute{o}\xi o\nu$: S. 66, 15. 18 | 179, 15 $\tau\tilde{\omega}\nu$] $\tau o\tilde{\upsilon}$, wie auch Heib. vermutet: S. 71, 30 | 183, 19 $\tau\tilde{\omega}\nu\ \kappa\acute{\upsilon}$-$\kappa\lambda\omega\nu$] $\tau o\tilde{\upsilon}\ \kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda o\upsilon$: s. Anm. zu S. 75, 21 | 214, 21 $\tau\tilde{\omega}\nu$] $\tau\alpha\tilde{\iota}\varsigma$ mit Halma: S. 100, 11 | 216, 1 $\overset{\beta}{\mu},\xi\ \upsilon$ Rechenfehler statt $\overset{\beta}{\mu},\gamma\upsilon$] 23400°: S. 101, 2 | 238, 3 $\mathring{\mu}\ \mu\varepsilon$ Druckf. statt $\mathring{\mu}\ o\ \mu\varepsilon$] $\mathcal{H}$ 0°45′: S. 113, 3 | 258, 16 $\tau\tilde{\eta}\varsigma\ \mu\acute{\varepsilon}\sigma\eta\varsigma\ \langle\pi\alpha\rho\acute{o}\delta o\upsilon\rangle$ wie 257, 18] S. 127, 4 | 260, 8 $\grave{\alpha}\nu\omega$-$\mu\alpha\lambda\acute{\iota}\alpha\nu\ \langle\delta\iota\alpha\phi\acute{o}\rho o\upsilon\rangle$ (steht bei Halma) wie 258, 12] S. 128, 24 | 264, 18 $'\Upsilon\delta\rho\tilde{\omega}\nu o\varsigma\ \kappa\vartheta'$] $'\Upsilon\delta\rho.\ \kappa\alpha'$ mit Cod. G: s. Anm. zu S. 132, 16 | 274, 10 Kapitelüberschr.] s. Anm. S. 140 | 278, 8; 279, 6 ZA] ZΓ: s. Anm. zu S. 143, 18 (vgl. S. 144, 1) | 294, 5 $\iota\eta\ \gamma'\ \check{\varepsilon}\gamma\gamma\iota\sigma\tau\alpha$] $\iota\eta\ \gamma'\ \check{\varepsilon}\gamma\gamma.$: s. Anm. zu S. 155, 17 | 300, 2 $\iota\delta\ \angle'\ \delta'$] $\iota\delta\ \Gamma^{\mathrm{C}}{}'\ \delta'$: s. Anm. zu S. 159, 12 | 301, 5 $\acute{o}\ \langle\tau o\tilde{\upsilon}\rangle\ \tau\tilde{\eta}\varsigma\ \grave{A}\varphi\rho o\delta\acute{\iota}\tau\eta\varsigma$] S. 160, 6 | 352, 5 $A\grave{\iota}\gamma\omega$-$\nu o\varsigma\ \kappa\varepsilon'$] $A\iota\gamma\tilde{\omega}\nu o\varsigma\ \kappa\varsigma'$: s. Anm. zu S. 199, 4 | 360, 1 $\grave{\varepsilon}\kappa\kappa\varepsilon\nu\tau\rho o\tau.$ $\langle\kappa\alpha\grave{\iota}\ \tau o\tilde{\upsilon}\ \grave{\alpha}\pi o\gamma\varepsilon\acute{\iota}o\upsilon\rangle$ (steht bei Halma) wie 321, 14; 392, 8] Kapitelüberschr. S. 204 | 424, 6 δ' Druckfehler statt $\iota\delta'$] S. 250, 19 | 442, 34 Spalte γ': $\alpha\ \nu\alpha$] 1°54′: S. 264, 3. Spalte zu 129° | 475, 14 $\varepsilon\ \varsigma$] 5′10″: S. 287, 3 | 478, 17 AH] AΔ: S. 289, 14 | 481, 12 $\langle\grave{\varepsilon}\pi\grave{\iota}\rangle$ $\tau o\tilde{\upsilon}\ \grave{\alpha}\pi o\gamma\varepsilon\acute{\iota}o\upsilon$ wie 470, 12; 473, 7; 482, 19 u. a. m.] S. 292, 1 | 499, 4 $\acute{o}\tau\alpha\nu\ \langle\tau\grave{o}\ \kappa\acute{\varepsilon}\nu\tau\rho o\nu\ \tau o\tilde{\upsilon}\ \grave{\varepsilon}\pi\iota\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda o\upsilon\rangle$] s. Anm. zu S. 306, 32 | 513, 16 $\kappa\alpha\acute{\iota}$] gestrichen: S. 318, 24 | 539, 15 $\check{\iota}\sigma\omega\nu\ \langle\pi\rho\grave{o}\varsigma\ \tau o\tilde{\iota}\varsigma\ \grave{\alpha}\pi o\gamma.\rangle$ wie 541, 12] S. 339, 1 | 554, 11 KΛM Druckf. statt KAM] S. 352, 11.

C. Figuren.

1. Beibehalten: S. 173. 175. 177. 197. 207. 231. 245. 248. 252 (unten). 269. 270. 272. 273. 317. 320. 321. 322. 343. 347 (2 Fig.). 349. 354. 363. 366. 369. 370. 372.

2. Mit oder ohne Begründung abgeändert: S. 84 (Anm. c). 85 87. 88. 122. 124. 126 128 (Anm. c). 137. 141 (Anm. c). 143. 145. 148 151 (unten). 160. 162 (Anm a) S. 163). 165 168. 179. 182. 184. 185. 187 190. 191. 193. 194. 200 (Anm. a). 205. 209. 211 213 216. 217. 218. 220. 221. 224. 229. 233. 235. 236. 239. 240. 241. 243. 257. 276. 278 (Anm. a). 286. 290. 294. 298. 313. 337 (Anm a). 350 = 355. 358. 359. 362. 381. 383. 385. 387 (Anmerk. a). 388. 389. 391.

3. Neu beigegeben: S. 6. 7. 121. 133 (2 Fig.). 151 (oben). 159. 164. 252 (oben). 365. 390. 392. 393.

Berichtigungen.

Zum ersten Bande.

S. 52, 3 ist statt „der Kreis" nach Cod. D zu setzen „der größte Kreis".

S. 52, 19 ist statt 23°19′59″ nach Cod. D zu setzen 23°19′58″.

S. 55, 13 ist dieselbe Änderung vorzunehmen, da Zeile 12 als Ergänzung zu 180° nach Cod. B^3 156°40′2″ (statt 1″) gewählt worden ist.

S. 84, 23 ist letztere Zahl ebenfalls herzustellen und Zeile 24, wie oben, 23°19′58″ zu setzen, weil diese Grade nach Anm. b das Doppelte von 11°39′59″ sind.

S. 112, 20 ist statt „der größten Kreise" nach Cod. D zu setzen „größter Kreise" wie S. 114, 4. 24 (Hei 162, 13; 163, 10).

S. 231, 24 ist $10^p 12' 49''$ in $10^p 2' 49''$ zu korrigieren.

S 253, 21. 23 ist 178° in 168° zu korrigieren.

S. 271, 5 ist das Jahr 126 in 127 v. Chr. zu ändern. Die Beobachtung fällt $270^d \frac{1}{2}^h$ nach der S. 266, 6 mitgeteilten.

S. 274, 29 ist dieselbe Änderung vorzunehmen. Die Beobachtung fällt $66^d 9\frac{2}{3}^h$ nach der S. 271, 5 mitgeteilten.

S 306, 28 ist „Nabopolassar" nach Cod. D zu lesen.

S. 420 Anm. 11 Mitte ist „indem die von dem antarktischen" (statt arktischen) zu lesen.

Zum zweiten Bande.

S. 90 Anm. b: Der noch fehlende Bogen AB ist nicht die Äquatorhöhe, sondern die Höhe des kulminierenden Ekliptikpunktes A, dessen Zenitabstand S. 90, 8 als bestimmbar bezeichnet wurde. Folglich ist AB der Komplementbogen zu diesem Zenitabstand.

S. 168, 2 ist statt ♍ das Zeichen ♎ zu setzen.

S. 281, 11 ist statt „jeden" zu lesen „jeder" (vulg. ἑκάτερος).

Namenverzeichnis.

Nicht aufgenommen sind die Namen der Planeten, der Sternbilder, der Ekliptikzeichen und einzelner Sterne. Die ägyptischen Monate sind nur ihrer Reihenfolge nach unter Ägypten aufgeführt.

Adulitischer Meerbusen I 72,23.

Ägon, Zodiakalmonat der Zeitrechnung des Dionysius, II 199,4. Vgl. Didymon, Hydron, Leonton, Parthenon, Skorpion, Tauron u. II Anh. Anm. 6.

Ägypten II 383,22; Unterland von Ägypten I 74,22; Unter-Ägypten I 95,1; 124,1. — Ägyptische Jahre zu 365 Tagen I 142,14. — Ägyptische Monate: Thoth, Phaophi, Athyr, Choiak, Tybi, Mechir, Phamenoth, Pharmuthi, Pachon, Payni, Epiphi, Mesore; hierüber fünf Zusatztage (Epagomenen).

Agrippa, Beobachter in Bithynien, II 23,14.

Alexander: Jahre von der Regierung Nabonassars bis zum Tode Alexanders I 184,19; von da bis zur Regierung des Augustus I 184,20. — Jahre nach dem Tode Alexanders, d. s. Jahre der Philippischen Ära (s I 142 Anm. a)): 44. Jahr = I 50 Kall. I 144,10. 52. Jahr = 476 Nab. II 199,8. 83. Jahr = 45 Dion. II 223,27. 178. Jahr = III 32 Kall. I 142,7. 26. 197. Jahr = 621 Nab. I 271,2 (vgl. Z. 17); 274,28 (vgl. 275,11). 453. Jahr = 3 Ant. I 142,10; 143,2. 24; 144,11; 167,20.

Alexandria: Meridian von Al. I 129,14; 219,29; 266,25; 348,27; 349,5. 8; 396,24; II 23,23; 27,1; 28,28; Parallel von Al. I 298,35; Ortszeit I 185,11; 348,25. 28; 392,4; II 147,12; bürgerliche Stunde I 253,4; 351,15; Fehlen der Parallaxe in Länge I 265,17; wirkende Parallaxe II 23,4; 165,2; 221,5; 244,10. — Beobachtungen, in Al. angestellt, I 265,7 (nach Z. 17); 350,10; II 13,25; 22,12; 24,20; 27,21; vgl. II Anh. Anm. 6; auf den Meridian von Al. reduziert, I 220,1. 11. 27; 239,29; 241,21; 248,6; 251,24; 307,7; 308,8. — Metallring in Al. I 134,3; 135,3; vgl. 136,9 u. I Anh. Anm. 19.

Anthesterion, athenischer Monat, II 22,14.

Antonin, römischer Kaiser 138—161 n Chr.: Anfang der Regierung ohne näheres II 31,6; 76,4; 199,20; 247,2. Anfang der Reg. = 21 Hadr., d. i. 884 Nab., II 167,30 (408

äg. Jahre nach 476 Nab.); = 1 Ant., d. i. 885 Nab., II 15, 6 (265 äg. Jahre nach III 50 Kall. = 620 Nab. nach Z. 9); II 199, 15 (409 äg. Jahre nach 13 Dion. = 476 Nab.). — Erstes Jahr der Reg. II 131, 20; 139, 34; 167, 28; 204, 19 (vgl. 227, 1: 377 äg. Jahre u. 128 Tage nach 45 Dion. = 507 Nab., rund 378 Jahre nach 224, 8); 220, 5. Zweites Jahr I 265, 9 (886 Nab. nach Z. 20); II 13, 24; 141, 7; 147, 4 (886 Nab.); 164, 7; 176, 25; 195, 9. 19; 220, 20; 243, 25. Drittes Jahr I 142, 9 (463 Phil.); II 162, 4. Viertes Jahr II 131, 28; 139, 26; 156, 27; vgl. I Anh. Anm. 30 a. E. und II Anh. Anm. 11.

Apellaios, syromakedonischer Monat der chaldäischen Zeitrechnung, II 135, 16. Vgl. Dios, Xanthikos.

Apollonius von Perga II 268, 1; 272, 18.

Apseudes, athenischer Archont, I 143, 21; 144, 4.

Archimedes: Wenden I 133, 32; Kreisumfang I 385, 5.

Aristarch: Sommerwenden I 141, 18; Sommerwende 280 v. Chr. I 144, 5; 145, 3. Vgl. I 18, Anm. a).

Aristoteles I 1, 24.

Aristyll: Sternverzeichnis II 4, 4; Deklination von Fixsternen II 18, 14. 26. 39; 19, 23.

Athenische Archonten: s. Apseudes, Euandros, Phanostratos.

Aualitischer Meerbusen I 72, 8; 94, 1; 365, 25.

Augustus, römischer Kaiser 30 v. Chr. bis 14 n. Chr.: erstes Jahr der Regierung I 184, 22.

Babylon: Meridian von B. I 219, 30; Länge der Nacht I 220, 20; 307, 1; bürgerliche Nachtstunde I 247, 23; 248, 32; 250, 2. — In B. beobachtete Finsternisse I 219, 17; 220, 10; 239, 2. 28; 241, 20. 31; 247, 11; 306, 30; 307 6; 308, 6.

Bithynien II 23, 14; 24, 3.

Borysthenes I 76, 8; 96, 1; 120, 27; 128, 1; 354, 8. 14; 405, 28.

Brettania I 76, 22; 77, 23; Großbrettania I 77, 9. 16; Kleinbrettania I 77, 30; 78, 4. 15; Süd-Brettania I 97, 1.

Brigantium I 77, 8.

Chaldäische Beobachtungen I 196, 12; II 383, 20 — Chaldäische Zeitrechnung: 67. Jahr II 135, 15 (504 Nab. nach Z. 19). 75. Jahr II 135, 6 (512 Nab. nach Z. 11). 82. Jahr II 247, 14 (519 Nab. nach Z. 18 u. 250, 18).

Darius I., persischer König 521—485 v. Chr.: 20. Jahr der Regierung I 241, 25. 31. Jahr I 239, 2 (257 Nab. nach Z. 31).

Didymon, Zodiakalmonat, II 133, 24. Vgl. Ägon.

Dionysius, Begründer einer Zeitrechnung, s. II Anh. Anm 6. 13. Jahr der Zeitr. II 199, 4 (52 Phil. = 476 Nab. nach Z. 7. 8). 21. Jahr II 150, 27 (484 Nab.). 23. Jahr II 132, 15; 133, 6 (486 Nab. nach 132, 24; 133, 19). 24. Jahr II 134, 27 (486 Nab. nach Z. 32). 28. Jahr II 133, 22 (491 Nab. nach 134, 2). 45. Jahr II 223, 24 (83 Phil. nach Z. 26).

Dios, syromakedonischer Monat, II 135, 7. Vgl. Apellaios.
Domitian, römischer Kaiser 81—96 n. Chr.: 12. Jahr der Regierung II 23, 15 (840 Nab. nach Z. 19)

Ebudische Inseln I 78, 18.
Elaphebolion, athenischer Monat, II 24, 22.
Eratosthenes: Schiefe der Ekliptik I 44, 23.
Euandros, athenischer Archont, I 249, 24.
Euktemon: Sommerwenden I 141, 17; Sommerwende 432 v. Chr. I 143, 17; 144, 14; Jahreslänge I 145, 15.

Griechenland II 383, 21.
Großbrettania s. Brettania.

Hadrian, römischer Kaiser 117—138 n. Chr.: 9. Jahr der Regierung I 239, 9 (872 Nab. nach 240, 7). 11. Jahr II 228, 8. 12. Jahr II 157, 15. 13. Jahr II 158, 27. 14. Jahr II 140, 24. 15. Jahr II 176, 19. 16. Jahr II 130, 23; 139, 24; 156, 15. 17. Jahr I 184, 12. 25 (880 Nab. nach Z. 30); 228, 10; II 204, 13; 228, 10. 18. Jahr II 131, 5; 139, 31; 161, 21. 19. Jahr I 228, 15; 235, 2; II 137, 10; 176, 22. 20. Jahr I 228, 21; 299, 24 (883 Nab. nach 300, 6); II 228, 15; 243, 15 (883 Nab. nach 250, 22). 21. Jahr II 158, 1; 159, 19; 204, 16. — Vgl. I Anh. Anm. 30 und II Anh. Anm. 11 a. E.
Hellespont I 75, 11; 96, 1; 126, 1.
Hermeion I 74, 15.
Hipparch gelobt I 131, 2; 201, 20; II 4, 11; 96, 6; getadelt I 329, 21; beobachtet in Alexandria I 135, 3; 350, 7 (?); in Rhodus I 266, 1; 271, 1; 274, 26; 351, 8 (?) = 394, 25; ungenannten Ortes I 137, 20. 23; benutzt 2 in Babylon beobachtete Finsternisse I 241, 17. 24: s. 394, 23; 3 aus Babylon herübergebrachte (attische?) Beobachtungen I 247ff.; drei in Alexandria angestellte I 251, 10; eine des Dionysius II 134, 29; Sternkoordinaten des Timocharis und Aristyll II 4, 3; 12, 19; 16, 28; 17, 7 — Schriften des Hipparch: „Von der Veränderung der Wende- und Nachtgleichenpunkte“ I 133, 21; II 12, 18; 16, 26; wörtlich zitiert I 133, 28 bis 134, 7; II 12, 26—28. „Von der Länge des Jahres“ I 145, 2 (in einem Buch nach Z. 25); II 15, 13; 17, 4; wörtlich zitiert I 145, 8—12; II 15, 14—18. „Von Schaltmonaten und Schalttagen“ I 145, 13; wörtlich zitiert ebenda Z. 17—22. Anderweitiges wörtliches Zitat I 145, 24 bis 146, 2. „Parallaxenberechnungen“ in zwei Büchern I 330, 4. Sternkatalog II 4, 11; 13, 6; 14, 23; 15, 24. 25; 18, 15. — Schiefe der Ekliptik I 44, 24; vermutete Ungleichheit der Jahreslänge I 133, 1 bis 134, 7; Nachtgleichen I 134 f.; 142, 2. 22; an die Spika geknüpfte Berechnung widerlegt I 136—139; Länge des Jahres I 141—146; Nachweis der Exzentrizität der Sonnenbahn I 166, 24 bis 171, 4 — Verbesserte Mondperiode I 196,

11 bis 198, 3; Ergebnisse in Anomalie und Breite als unzulänglich erkannt I 202, 27; 240, 19; 241, 2; eingehender Nachweis des Fehlers I 394, 11 bis 396, 10. Methode zum Nachweis der einfachen Anomalie des Mondes befolgt I 212, 21; Differenzen im Betrag der Anomalie auf ungenaue Berechnung von Intervallen zurückgeführt I 245, 1 bis 251, 9. Eine seiner Mondbeobachtungen zum Nachweis der doppelten Anomalie verwendet I 266 f.; vgl. I 255, 15; zwei andere dem Nachweis der Neigung des Mondepizykels zugrunde gelegt I 271—278. Versuch seiner Parallaxenbestimmung abfällig beurteilt I 294, 26 f.; Bestimmung des Maximums der Breite des Mondes anerkannt I 285, 9. — Die Hipparchische Dioptra verwendet I 305, 17. Methode zum Nachweis der Entfernung der Sonne befolgt I 310, 4 bis 330, 12. Seine Korrektion der Parallaxenberechnung verworfen I 329, 21 bis 330, 12. — Seine Vermutung der Präzession der Nachtgleichen gewürdigt II 3, 24; 4, 24; 12, 18 bis 13, 10. Alignements II 5, 6 bis 8, 28; Himmelsglobus II 11, 36; Abweichungen in der Gestirnbeschreibung II 32, 6; 44 Widder 14. Die Bewegung der Fixsternsphäre um die Pole der Ekliptik erkannt II 16, 24 bis 17, 12. Von ihm beobachtete Deklination einzelner Sterne II 18, 19 bis 22, 7. — Seine Stellungnahme zu einer Theorie der Planeten II 96, 6 bis 97, 20; von ihm festgestellte Wiederkehren der fünf Planeten verbesserungsbedürftig befunden II 99, 6.

Hydron, Zodiakalmonat, II 132, 16. Vgl. Ägon.

Ister I 76, 1.

Kallippus: Jahreslänge I 145, 16. 21. — Jahre Kallippischer Perioden: der ersten Periode 36. Jahr II 24, 21 (454 Nab. nach Z. 28); 27, 13. 22 (454 Nab. nach Z. 27). 47. Jahr II 22, 13 (465 Nab. nach Z. 19). 48. Jahr II 25, 17 (466 Nab. nach Z. 23); 27, 15. 50. Jahr I 144, 5 (44 Phil nach Z. 10); 145, 3. — Der zweiten Periode 54. Jahr I 251, 13 (547 Nab. nach Z. 27); 252, 2 (548 Nab. nach Z. 12). 55. Jahr I 252, 28 (548 Nab nach 253, 10). — Der dritten Periode 17. Jahr I 134, 11. 20. Jahr I 134, 13. 21. Jahr I 134, 18. 32. Jahr I 134, 21; 135, 1; 137, 19; 138, 3; 142, 1. 23 (178 Phil. nach Z. 7 u. 26). 33. Jahr I 134, 26. 36. Jahr I 134, 29. 37. Jahr I 135, 8; 351, 8 (607 Nab.); 394, 25. 43. Jahr I 135, 11; 137, 23; 138, 5; 145, 6. 50. Jahr I 135, 16; 266, 5 (620 Nab. nach Z. 22); II 14, 22 (1 Ant., d. i. 885 Nab., 265 äg. Jahre später nach 15, 9). — Vgl. I Anh Anm. 20 u. 33.

Kambyses, persischer König 529—522 v. Chr., I 241, 25. 7. Jahr der Regierung I 308, 3 (225 Nab.).

Katuraktonium I 77, 22.
Kleinbrettania s. Brettania.

Leonton, Zodiakalmonat, II 134, 28. Vgl. Ägon.

Mäotischer See I 76, 15.
Mardokempad, König von Babylon 721—709 v. Chr: 1. Jahr der Regierung I 219, 19. 2. Jahr I 220, 7. 16; 234, 27; 236, 7 (28 Nab. nach Z. 10); 241, 19; 394, 24.
Massalia I 75, 18
Menelaus der Geometer II 26, 15; 28, 14.
Meroë I 73, 1; 94, 1; 122, 1; 354, 6. 13; 405, 28.
Meton: Sommerwenden I 141, 16; Sommerwende 432 v. Chr. I 143, 16; Jahreslänge I 145, 14. 21.
Metroos, bithynischer Monat, II 23, 16.

Nabonassar, König von Babylon 747—733 v. Chr.; der Anfang seiner Regierung (1. Thoth = 26. Februar) als Epoche der Planetenbewegungen I 183, 6; 185, 3; 236, 1; 338, 21; II 155, 11; 171, 3; 203, 9; 227, 14; 251, 8. — Die zwischen Epoche und Beobachtung liegende Zeit in ägyptischen Jahren, in Tagen u. Stunden mitgeteilt bis zu einem Regierungsjahr 1) späterer Könige von Babylon: unter Angabe des Nabonassarischen Jahres I 307, 9; ohne weiteres I 236, 9; 242, 19; 2) persischer Könige: unter Angabe I 308, 11; ohne weiteres I 239, 30; 242, 24; 3) ägyptischer Könige: unter Angabe I 350, 16; II 167, 29; 4) athenischer Archonten: unter Angabe I 248, 10; 249, 6; 250, 13; 5) römischer Kaiser: ohne weiteres I 184, 28; 240, 6; 265, 19; 300, 5; 6) bis zum Tode Alexanders: ohne weiteres I 184, 18; 7) bis zu einem Jahre der Philippischen Ära: ohne weiteres I 271, 16; 275, 10; 8) bis zu einem Datum Kallippischer Perioden: unter Angabe des Nabonassarischen Jahres I 351, 19; ohne weiteres I 251, 27; 252, 11; 253, 9. — Siehe außerdem Alexander, Antonin, Chaldäische Zeitrechnung, Darius, Dionysius, Domitian, Hadrian, Kallippus, Mardokempad, Nabopolassar, Philadelphus, Philometor, Trajan.
Nabopolassar, König von Babylon 625—605 v. Chr.: 5. Jahr der Regierung I 306, 28 (127 Nab.).
Napata I 73, 15.

Parthenon, Zodiakalmonat, II 223, 24. Vgl. Ägon.
Perga s. Apollonius.
Phanostratos, athenischer Archont, I 247, 13; 248, 23.
Philadelphus, d. i. Ptolemäus II., König von Ägypten 285—247 v. Chr.: 13. Jahr der Regierung II 167, 21 (476 Nab.). Siehe II Anh. Anm 6.
Philometor, d. i. Ptolemäus VI., König von Ägypten 181—145 v. Chr.: 7. Jahr der Reg. I 350, 7 (574 Nab.).
Phönizien I 74, 28; II 383, 17.

Pontus I 75, 26; 96, 1; 120, 27; 127, 1.
Poseideon, athenischer Monat, I 247, 14; 249, 24; II 27, 23.
Ptolemaïs I 74, 14.
Pyanepsion, athenischer Monat, II 25, 19.

Rhenus I 76, 29.
Rhodus: Meridian von Rh. I 266, 25; Parallel von Rh. I 60, 2; 74, 35; 83, 29; 91, 4; 95, 1; 125, 1; 368, 22. 24; bürgerliche Stunde I 266, 15; 271, 14; 275, 9; 351, 14; Fehlen der Parallaxe in Länge I 275, 1. — In Rh. angestellte Beobachtungen I 266, 1 (nach Z. 15); 271, 2; 274, 27; 351, 11. Siehe I Anh. Anm. 44.
Rom II 26, 15; 28, 14.

Skirophorion, athenischer Monat, I 248, 23.
Skorpion, Zodiakalmonat, II 150, 29; 151, 15. Vgl. Ägon.
Skythische Völkerschaften I 78, 24.
Smyrna I 75, 5.
Soëne I 73, 29; 95, 1; 123, 1.
Stilbon, Beiname des Merkur, II 132, 16; 150, 30.
Süd-Brettania s. Brettania.
Syrus I 1, 1; II 3, 1; 395, 2.

Tanaïs I 77, 2.
Taprobane I 71, 27.
Tauron, Zodiakalmonat, II 133, 7. Vgl. Ägon.
Thebaïs I 74, 15
Theon der Mathematiker II 140, 26; 156, 13; 157, 14; 158, 26.
Thule I 78, 21.
Timocharis: Sternverzeichnis II 4, 5; 17, 8. 31; 18, 14; Koordinaten der Spika II 12, 22. 24; 16, 28; 19, 19; 27, 10; vgl I 137, 21; Deklination anderer Fixsterne II 18, 18 bis 20, 12. — Beobachtungen von Sternbedeckungen durch den Mond II 22, 12; 24, 20; 25, 17; 27, 21; durch die Venus II 167, 20; 168. 6.
Trajan, römischer Kaiser 98 – 117 n. Chr.: 1. Jahr der Regierung II 26, 16 (845 Nab. nach Z. 23); 28, 15 (s. Z. 24).

Xanthikos, syromakedonischer Monat, II 247, 15. Vgl. Apellaios.

Druck von B. G. Teubner in Dresden.